

Capítulo 3.

De MANOVA a NPMANOVA

Luis Fernando Restrepo Betancur

Estad. Esp. Profesor titular en la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad de Antioquia, Grupo STATISTICAL

Resumen

El análisis multivariado de la varianza tiene gran aplicabilidad en el campo investigativo. Permite responder si existe diferencia estadística entre diferentes grupos, tratamientos, razas, variedades, sexos, estratos, entre otros factores. Este análisis evalúa de manera conjunta un grupo de variables respuesta, las cuales pueden tener naturaleza cuantitativa continua, discreta o ser de carácter cualitativo. El objetivo de esta investigación es aplicar las técnicas multivariadas **MANOVA** y **NPMANOVA** para contrastar cinco tipos de queso. Para ello se empleó un diseño completamente aleatorizado, efecto fijo, desbalanceado mediante pruebas sensoriales, el cual evaluó las variables respuesta: sabor, textura, color, apariencia y nivel de aceptación. Al no cumplirse los supuestos estadísticos asociados al **MANOVA**, se procedió a aplicar la técnica no paramétrica **NPMA-**



NOVA , con la cual se detectó una diferencia estadística entre el queso saborizado con lulo y el queso que contenía coco. Analizar de manera adecuada la información permite tomar decisiones coherentes con base en el conjunto de variables respuesta adscritas a un diseño de clasificación experimental específico, donde se deben convalidar todas las premisas asociadas al modelo.

Palabras clave: ANOVA, análisis canónico, MANCOVA, análisis multivariado

1. Introducción

El diseño experimental es ampliamente utilizado en el campo de la investigación científica con el fin de establecer si existe divergencia en el efecto conjunto de una serie de tratamientos, donde se puede evaluar una o más variables respuesta, de naturaleza cuantitativa o cualitativa. En el planteamiento de un experimento se debe establecer el diagrama de estructura, el cual responde a un determinado modelo en el que se simbolizan los factores controlados, las variables respuesta o dependientes, el término de error experimental y, si las hay, las covariables. Existen modelos unidimensionales y multidimensionales de clasificación experimental, de efectos fijos, aleatorios o mixtos, los cuales pueden ser balanceados o desbalanceados según el número de repeticiones presentes en cada tratamiento.

Las técnicas asociadas con el análisis de la varianza más empleadas dentro del campo científico son:

- **ANAVA:** llamada también ANOVA, es una técnica estadística empleada para determinar si las muestras provienen de poblaciones con medias iguales ($H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$) cuando los efectos de

los tratamientos son de carácter fijo; si es de tipo aleatorio los efectos permiten comparar varianzas ($H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_k^2$). El análisis univariante de la varianza utiliza una variable dependiente y es utilizado ampliamente en otras técnicas multivariadas (Avenida et al., 2014), donde la naturaleza de la variable puede ser de índole discreta o continua o estar expresada en porcentaje.

- **ANCOVA:** el uso de información adicional en las unidades experimentales se establece como una práctica de control local para reducir la estimación del error experimental. Los valores de las medidas de tratamientos en un estudio en particular pueden depender de la covariable que cambia entre unidades experimentales y tiene una relación significativa con la variable respuesta o dependiente (Kuehl, 2001).
- **MANOVA:** es una forma extensa del **ANOVA** (Stockburger, 2018). Se elabora una combinación lineal óptima de variables dependientes que maximice la varianza asociada a las variables independientes. Luego se aísla la varianza adscrita a cada variable independiente y se contrasta cada una de las variables independientes e interacciones de la combinación lineal óptima. La F asociada y los grados de libertad de cada prueba se interpretan de la misma manera que en el **ANOVA**. Hay muchas maneras de calcular el valor F en **MANOVA**, a saber: lambda de Wilks, traza de Pillai, traza de Hotelling y la mayor raíz característica de Roy (Nelson & Thomas, 2007).
- **MANCOVA:** es un análisis multivariado de la varianza con covariables que se utilizan para efectuar un ajuste al efecto promedio de cada una de las variables respuesta (SAS, 2008).

El Análisis Multivariante de la Varianza es muy similar al Análisis de la Varianza, salvo que interviene más de una variable cuantitativa obser-



vable. Esta extensión multivariante inicia en 1930 con los trabajos de H. Hotelling, J. Wishart y S. S. Wilks. Posteriormente S. N. Roy propuso un planteamiento basado en el principio de unión-intersección. El análisis multivariante de la varianza **MANOVA** es una generalización de más de una variable respuesta asociada con el modelo de clasificación experimental (Cuadras, 2014).

El objetivo del presente artículo consiste en aplicar técnicas de análisis de varianza de tipo multivariado en la evaluación de un queso saborizado. El análisis sensorial de alimentos es de vital interés con el objetivo de conocer las preferencias de los consumidores a fin de optimizar la calidad de un producto alimenticio. La estadística multivariada de varianza juega un rol protagónico para analizar la toma de decisiones a fin de establecer el mejor producto con base en las diferentes pruebas de palatabilidad efectuadas por los catadores.

2. MANOVA vs. ANOVA

MANOVA es la generalización multivariante del análisis univariable ANOVA. En este último se prueban diferencias de medias entre dos o más grupos examinando en forma individual cada una de las variables respuesta. Por ejemplo, un psicólogo podría estudiar las diferencias promedio de los grupos étnicos en una escala continua del racismo o un educador tal vez desee examinar las diferencias entre géneros con respecto a su rendimiento medio en una prueba de capacidad de razonamiento matemático (SAS Institute, 2008).

En comparación, el objetivo de **MANOVA** es examinar diferencias medias a través de combinaciones lineales de múltiples variables cuantitativas. Grupos étnicos, por ejemplo, se podría comparar en una combinación de medidas explícitas e implícitas de racismo; también se podrían

comparar niños y niñas con respecto a sus actitudes de comportamiento con base en una combinación de razonamiento matemático y verbal, entre otras técnicas. En ambos casos las variables se analizan al mismo tiempo.

En el análisis de varianza multivariado, la hipótesis nula se refiere ahora a vectores de medias asociados a los diferentes tratamientos disponibles y las μ_i se refieren a los vectores de medias o centroides del i ésimo tratamiento (Mutiz, 2003). Si la prueba **MANOVA** no es significativa y si el investigador va a considerar p variables, una a la vez, entonces no se debe asegurar que existe una diferencia real entre los grupos que se están comparando con respecto a una variable en particular. Esto, a menos que el nivel de significancia de esta variable sea menor que α/p , donde α es el nivel de significancia seleccionado inicialmente para la prueba **MANOVA**. Este tipo de enfoque se llama enfoque de Bonferroni y garantiza que la proporción de los experimentos analizados que declaren falsas positivas como diferencias reales sea menor que α . Sin embargo, si el **MANOVA** no muestra diferencias significativas, la realización de análisis estadístico sobre las variables por separado, una a la vez, es extremadamente peligroso porque las diferencias que parecen ocurrir pueden o no ser reales; es decir, estas diferencias podrían presentarse solo por azar (Dallas, 2000).

En muchos experimentos diseñados se dispone de múltiples variables respuesta y se quiere buscar las diferencias entre varios grupos (Fuentes, 2015). El análisis adecuado para este tipo de situación es el análisis multivariante de la varianza, **MANOVA**; aunque también se ha utilizado el análisis de variables canónicas o ambas técnicas combinadas. La limitación fundamental a la hora de trabajar con las técnicas multidimensionales es la complejidad en la presentación de los resultados y la



interpretación de estos, sobre todo cuando se tienen muchas variables, debido a las interrelaciones entre ellas y a la variabilidad de características asociadas a los modelos. Esto ha conducido a muchos investigadores a realizar análisis univariantes para cada una de las variables por separado, con los consecuentes errores u omisiones en la interpretación de sus resultados (Amaro et al., 2004).

Tres supuestos subyacen en las pruebas de significancia relacionadas con el **MANOVA**: 1) la independencia de observaciones, 2) la distribución normal multivariada de la población de los grupos dependientes variables y 3) la homogeneidad de la matriz de varianza-covarianza (Stevens, 2002).

Los métodos estadísticos multivariantes se han incrementado cada vez más en los últimos veinticinco años. En el campo de la educación se tienen múltiples aplicaciones que tienen como fin responder a hipótesis que contrastan diferentes grupos, técnicas, metodologías, estrategias de enseñanza, entre otras (Smith et al., 2020); el análisis **MANOVA** tiene gran aplicabilidad en diversos campos, como la psicología y la educación (Lim, 2020). Adicionalmente, el desarrollo de paquetes estadísticos como SAS, R, SPSS, entre otros, han proporcionado rutinas para llevar a cabo incluso los más complejos análisis multivariados. En la técnica multivariada **MANOVA** la hipótesis nula está referida a la igualdad de vectores medios asociados a un conjunto de variables respuesta, donde se comparan grupos de tratamientos. Para cualquier diseño experimental existe un **MANOVA** (Hair et al., 1999).

3 2.1. Modelo multivariado de la varianza MANOVA

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Donde:

β : matriz de parámetros

$$\beta = (X'X)^{-1}X'Y$$

ε : matriz asociada a los errores experimentales

X: matriz asociada con los factores controlados

Y: matriz asociada con las p variables dependientes

En el análisis multivariado de la varianza la hipótesis lineal general relacionada con la hipótesis nula se define como $H_0 : L\beta M = 0$ contra la hipótesis alternativa $H_A: L\beta M \neq 0$, donde L y M son matrices asociadas con constantes específicas, anotando que el producto matricial $L\beta M$ es estimable con un único valor si el determinante es no nulo.

Las pruebas multivariadas asociadas con **MANOVA** se basan en los valores asociados con las matrices H y E (SAS, 2008), las cuales se definen de la siguiente manera:

$$H = M(L\beta)' (L' (X'X)^{-1} L')^{-1} (L\beta)M$$

$$E = M'(Y'Y - \beta'(X'X)\beta)M$$

Donde:

E: la matriz de covarianzas del error o matriz de sumas de cuadrados del error

H: matriz de sumas de cuadrados y productos cruzados

M: especifica una matriz de transformación asociada con la variable dependiente

Las estadísticas de Wilk's lambda, Pillai's trace, Hotelling-Lawley's trace y Roy's se definen en términos de las matrices E y H de la siguiente manera:

$$\text{Wilk's lambda} = |E| / |H + E|$$

$$\text{Pillai's trace} = \text{traza}[H(H + E)^{-1}]$$

$$\text{Hotelling-Lawley's trace} = \text{traza}(HE^{-1})$$

$$\text{Roy's largest root} = \max(\Delta_i). \text{ o el valor propio máximo de } A = HE^{-1}$$

2.2. *Supuestos estadísticos asociados al MANOVA*

1. *Normalidad de las variables dependientes*

La extensión del supuesto básico en este caso se identifica con la exigencia de que las p variables independientes se distribuyan según una distribución normal multivariante en cada grupo. La mayoría de los investigadores contrastan la normalidad univariante para cada variable dependiente. No obstante, aunque la normalidad univariante es una condición necesaria para la normalidad multivariante, no se trata de una condición suficiente (Bray & Maxwell, 1985). Las violaciones de este supuesto parecen tener solo algunos pequeños efectos sobre el error de tipo I en los estadísticos de contraste, lo cual disminuye la potencia del contraste especialmente en el caso de distribuciones asimétricas. Sin embargo, en caso de trabajar con tamaños muestrales aceptables, los problemas de falta de normalidad no son graves siempre que se trate de diferencias debidas a la asimetría y no a la existencia de casos o datos anómalos (Romero, 2006).

2. *Igualdad de las matrices de varianzas-covarianzas*

En lugar de contrastar igualdad de varianzas para una única variable, como sería en el caso del **ANOVA**, el **MANOVA** examina todos los elementos de la matriz de varianzas-covarianzas de las p variables dependientes. Por tanto, se trata de un contraste de igualdad de los componentes de dicha matriz; lo cual lo hace mucho más riguroso y sensible que el caso del supuesto de igualdad de varianzas en el **ANOVA**, ya que se consideran todos y cada uno de los elementos de la matriz de varianzas-covarianzas (Friendly & Sigal, 2018). Uno de los contrastes más habituales proporcionado por la mayoría de programas estadísticos es el contraste de Box. No obstante, Hair et al. (1999) recomiendan un contraste de normalidad de las medidas dependientes antes

de realizar el contraste de Box, dado que es muy sensible a la falta de normalidad (Bray & Maxwell, 1985). Los problemas derivados de la violación del supuesto de normalidad surgen especialmente en el caso de diseños no equilibrados con diferencias grandes en el tamaño muestral de los distintos grupos sobre los que se plantean las diferencias de varianzas y covarianzas (Romero, 2006). Las matrices de covarianza de la población para las variables dependientes en cada grupo deben ser las mismas, este supuesto a menudo se conoce como el supuesto de homogeneidad de la matriz de covarianza o el supuesto de homocedasticidad (Fernández et al., 2020). En el análisis **MANOVA** las matrices de covarianza dentro de cada tratamiento deben ser homogéneas. Si el diseño de clasificación experimental es de tipo balanceado, la robustez de las pruebas **MANOVA** se garantiza estadísticamente. Si el diseño es desbalanceado, se debe convalidar la homocedasticidad de las matrices de covarianza empleando la prueba M de Box. Si esta prueba es significativa en menos de 0,001, puede haber una distorsión grave en los niveles alfa de las pruebas. Se recomienda aplicar únicamente la prueba de Pillai.

3. Independencia estadística entre las observaciones

Este supuesto hace referencia a la exigencia de que la puntuación de un individuo sobre una variable no debe afectar a la de otros sujetos. Existen ciertas situaciones en las que este supuesto de falta de independencia entre las observaciones puede no cumplirse. Entre ellas podemos destacar la composición de los grupos y el efecto de las variables extrañas. Así, en el primer caso, la obtención de los datos bajo una experiencia común puede generar cierta correlación en las respuestas de ese grupo de individuos. En el segundo caso, la existencia de un efecto extraño no medido puede crear una dependencia entre las mediciones sobre los individuos. La detección de estos problemas es relativamente



difícil ya que no existen contrastes que puedan determinarla de manera inequívoca y absoluta. Por tanto, se propone como solución el empleo de algún tipo de análisis de covarianza para tener en cuenta la dependencia del segundo caso o, si se sospecha de su existencia general, emplear un nivel de significación menor en los contrastes (Romero, 2006).

4. Linealidad

En el análisis multivariado de la varianza, las variables respuesta deben tener relaciones de tipo lineal en cada celda, si existen relaciones curvilíneas se reduce el poder de la prueba. Para determinar la asociación lineal se deben efectuar gráficos simultáneos con el objeto de observar las tendencias (Fernández et al., 2020).

Cuando no se cumplen los supuestos estadísticos del **MANOVA**, una de las soluciones consiste en aplicar el método no paramétrico denominado **NPMANOVA**, el cual es libre de distribución probabilística.

3. Metodología

Se empleó un diseño de clasificación experimental completamente aleatorizado efecto fijo desbalanceado, en el que se evaluaron cinco tipos de queso elaborados de manera artesanal. Las variables respuesta se relacionaron con la calificación otorgada por el panel de catadores para: sabor, textura, color, apariencia, nivel de aceptación. Se midió en una escala Likert de cinco puntos (1= definitivamente no me gusta; 2= no me gusta; 3= ni me gusta ni me disgusta; 4= me gusta; 5= definitivamente me gusta). Se utilizaron los paquetes estadísticos SAS y R versión 4.0.4.

Los tratamientos consistieron en adicionar diferentes grupos de frutas en la elaboración del queso, como se puede apreciar en la Tabla 1.

Tabla 1. Tratamientos empleados

Tratamiento	Tipo de fruta
T1	Maracuyá
T2	Tamarindo
T3	Lulo
T4	Zapote
T5	Coco

Fuente: elaboración propia

4. Resultados

En primera instancia, el paquete estadístico SAS genera las diferentes salidas unidimensionales relacionadas con el **ANOVA**, lo cual determina diferencias altamente significativas para la variable color (Tabla 2).

Tabla 2. Salidas relacionadas con el análisis de varianza unidimensional

Variable sabor					
FV	GL	SC	CM	F	P
Modelo	4	4,26	1,15	0,76	0,5505
Error	135	204,3	1,51		
Total	139	208,9			

Variable textura					
FV	GL	SC	CM	F	P
Modelo	4	4,96	1,24	1,82	0,1279
Error	135	91,96	0,68		
Total	139	96,93			

Variable color					
FV	GL	SC	CM	F	P
Modelo	4	7,47	1,86	3,72	0,0066
Error	135	67,75	0,50		
Total	139	75,22			

Variable apariencia					
FV	GL	SC	CM	F	P
Modelo	4	5,55	1,38	2,33	0,0589
Error	135	80,30	0,59		
Total	139	85,85			
Variable aceptación					
FV	GL	SC	CM	F	P
Modelo	4	11,83	2,95	2,19	0,0735
Error	135	152,45	1,35		
Total	139	194,28			

FV = Fuente de variación; GL = Grados de libertad; SC = Suma de cuadrados; CM = Cuadrado medio; F = Valor F; p = Valor P

Fuente: elaboración propia

El análisis comparativo efectuado por la prueba de Tukey con base en un 95% de confiabilidad permitió determinar divergencias entre los tratamientos T2 y T3 respecto al tratamiento T1 para la variable color, como se puede apreciar en la Tabla 3.

Tabla 3. Pruebas de comparación de Tukey

Variable sabor	Media	Prueba de Tukey
T1	3,63	a
T2	3,56	a
T3	3,80	a
T4	3,26	a
T5	3,36	a
Variable textura	Media	Prueba de Tukey
T1	3,83	a
T2	4,23	a
T3	3,80	a
T4	3,76	a
T5	3,73	a

Variable color	Media	Prueba de Tukey
T1	3,80	b
T2	4,46	a
T3	4,35	a
T4	4,13	ab
T5	4,13	ab
Variable apariencia	Media	Prueba de Tukey
T1	3,80	a
T2	4,00	a
T3	4,00	a
T4	4,00	a
T5	3,50	a
Variable aceptación	Media	Prueba de Tukey
T1	3,80	a
T2	3,73	a
T3	3,95	a
T4	3,33	a
T5	3,16	a

Letras distintas indican diferencia estadística significativa ($p < 0,05$)

Fuente: elaboración propia

El análisis relacionado con los valores propios determinó que el contraste entre tratamientos es de carácter unidimensional, ya que es el único valor altamente significativo. El análisis multivariado de la varianza permitió detectar una diferencia altamente significativa a partir de las pruebas de: Wilks' Lambda; Pillai's Trace; Hotelling-Lawley Trace; Roy's Greatest Root (Tabla 4).

Tabla 4. Determinación de la dimensionalidad

P	CC	ACC	ASE	ACC	Dimensión
1	0,400161	0,333144	0,071237	0,160129	1
2	0,270376	0,202923	0,078618	0,073103	2

3	0,166136	.	0,082478	0,027601	3
4	0,150335	.	0,082902	0,022601	4

Dimensionalidad

	VP	Diferencia	Proporción	F	P
1	0,1907	0,1118	0,5939	2,07	0,0045
2	0,0789	0,0505	0,2477	1,43	0,1502
3	0,0284	0,0053	0,0884	1,14	0,3384
4	0,0231		0,0720	1,55	0,2162

VP = Valor propio; CC = Correlación canónica; ACC = Correlación canónica ajustada; ASE = Aproximación error estándar; ACC = Correlación canónica cuadrada

Fuente: elaboración propia

En la Tabla 5 se describe la estructura canónica asociada al análisis multivariado de la varianza, la cual se divide en funciones canónicas total, entre y dentro.

Tabla 5. Estructura canónica

Total				
Variable	Can1	Can2	Can3	Can4
Sabor	0,1464	0,2803	0,5733	0,4148
Textura	0,4591	-0,0720	-0,4000	0,7501
Color	0,6166	-0,6877	0,3564	-0,1272
Apariencia	0,5195	0,3647	-0,1989	-0,6852
Aceptación	0,3570	0,6201	0,5350	0,4460
Entre				
Variable	Can1	Can2	Can3	Can4
Sabor	0,3936	0,5094	0,6402	0,4192
Textura	0,8114	-0,0859	-0,2935	0,4980
Color	0,7829	-0,5900	0,1879	-0,0607
Apariencia	0,8177	0,3878	-0,1300	-0,4051
Aceptación	0,5788	0,6793	0,3601	0,2716

Dentro				
Variable	Can1	Can2	Can3	Can4
Sabor	0,1356	0,2729	0,5717	0,4147
Textura	0,4320	-0,0711	-0,4050	0,7613
Color	0,5954	-0,6976	0,3703	-0,1325
Apariencia	0,4923	0,3630	-0,2028	-0,7004
Aceptación	0,3376	0,6161	0,5444	0,4550

Fuente: elaboración propia

Los coeficientes canónicos se describen para cada una de las cuatro funciones en la Tabla 6. Estos permiten construir la ecuación con la que se contrasta la divergencia entre tratamientos, de acuerdo con la dimensionalidad preestablecida anteriormente.

Tabla 6. Coeficientes canónicos

Estandarizados				
Variable	Can1	Can2	Can3	Can4
Sabor	-0,4512	-0,2759	0,4456	0,0100
Textura	0,4922	-0,0903	-0,7193	0,5931
Color	0,6385	-0,6586	0,4628	-0,1122
Apariencia	0,5642	0,3830	-0,3291	-0,5913
Aceptación	0,6375	0,8092	0,4219	0,2875

Raw

Variable	Can1	Can2	Can3	Can4
Sabor	-0,3680	-0,2250	0,3633	0,0082
Textura	0,5918	-0,1081	-0,8614	0,7103
Color	0,8679	-0,8952	0,6291	-0,1526
Apariencia	0,7179	0,4874	-0,4187	-0,7525
Aceptación	0,5393	0,6845	0,3568	0,2432

Fuente: elaboración propia

El análisis multivariado de la varianza fue altamente significativo para cada una de las técnicas multivariadas expresadas en la Tabla 7.

Tabla 7. Análisis multivariado de la varianza (MANOVA)

Prueba	Valor	F	NDF	DDF	P
Wilks' Lambda	0,7398	2,07	20	435,43	0,0045
Pillai's Trace	0,2834	2,04	20	536	0,0049
Hotelling-Lawley Trace	0,3210	2,09	20	280,84	0,0048
Roy's Greatest Root	0,1906	5,11	5	134	0,0003

Fuente: elaboración propia

4.1. Supuestos estadísticos asociados al análisis de varianza multivariado (MANOVA)

Al efectuar la prueba de normalidad multivariada asociada con las variables respuesta no se validó el supuesto por las diferentes técnicas multidimensionales, tal como se aprecia en la Tabla 8.

Tabla 8. Prueba normal multivariada

Prueba	Estadística	Valor P	Resultado
Mardia Skewness	75,27	0,00009	Si
Mardia Skewness	-0,29	0,77172	No
Resultado final			No
Prueba	Variable	Valor P	Resultado
Shapiro-Wilk	Sabor	< 0,001	No
Shapiro-Wilk	Textura	< 0,001	No
Shapiro-Wilk	Color	< 0,001	No
Shapiro-Wilk	Apariencia	< 0,001	No
Shapiro-Wilk	Aceptación	< 0,001	No
Prueba	Variable	Valor P	Resultado
Cramer-von Mises	Sabor	< 0,001	No
Cramer-von Mises	Textura	< 0,001	No
Cramer-von Mises	Color	< 0,001	No
Cramer-von Mises	Apariencia	< 0,001	No
Cramer-von Mises	Aceptación	< 0,001	No

Prueba	Valor	Valor P	Decisión
Royston	212,02	0,00004	No
Prueba	Variable	Valor P	Resultado
Kolmogorov-Smirnov	Sabor	< 0,001	No
Kolmogorov-Smirnov	Textura	< 0,001	No
Kolmogorov-Smirnov	Color	< 0,001	No
Kolmogorov-Smirnov	Apariencia	< 0,001	No
Kolmogorov-Smirnov	Aceptación	< 0,001	No
Prueba	Variable	Valor P	Resultado
Shapiro-Francia	Sabor	< 0,001	No
Shapiro-Francia	Textura	< 0,001	No
Shapiro-Francia	Color	< 0,001	No
Shapiro-Francia	Apariencia	< 0,001	No
Shapiro-Francia	Aceptación	< 0,001	No
Prueba	Variable	Valor P	Resultado
Anderson-Darling	Sabor	< 0,001	No
Anderson-Darling	Textura	< 0,001	No
Anderson-Darling	Color	< 0,001	No
Anderson-Darling	Apariencia	< 0,001	No
Anderson-Darling	Aceptación	< 0,001	No

Fuente: elaboración propia

En la Tabla 9 se aprecia la prueba de homogeneidad en la matriz de varianzas-covarianzas, en la que no se cumplió el supuesto asociado con el **MANOVA**.

Tabla 9. Prueba de homogeneidad de la matriz de covarianzas

Chi-cuadrado	DF	Valor P
121,37	60	< 0,001

Fuente: elaboración propia



En la Figura 1 se observa una relación marcada entre la aceptación del producto y el sabor, mientras en la Figura 2 no se aprecia relación lineal entre las variables, lo cual viola uno de los supuestos del MANOVA .

4.2. Independencia

El gráfico multidimensional asociado a las variables respuesta (Figura 1) permite establecer una relación estrecha entre la aceptación y el sabor. En general no existe una correlación multivariada significativa.

COLOR

TEXTU

ACEPTA

SABOR



APARIEN

Figura 1. Análisis de correlación entre las variables objeto de estudio

Fuente: elaboración propia

En la Figura 2 se aprecia la relación bidimensional entre las variables y es posible ver que no existe una relación significativa, además, no existe tendencia lineal.

Al no cumplirse los supuestos del **MANOVA** se aplicó la técnica no paramétrica **NPMANOVA**, con lo cual se detectó una diferencia entre el queso de lulo y el queso de coco.

5. Discusión

Gran cantidad de experimentos en el campo agropecuario se efectúan analizando de manera simultánea un conjunto de variables respuesta,

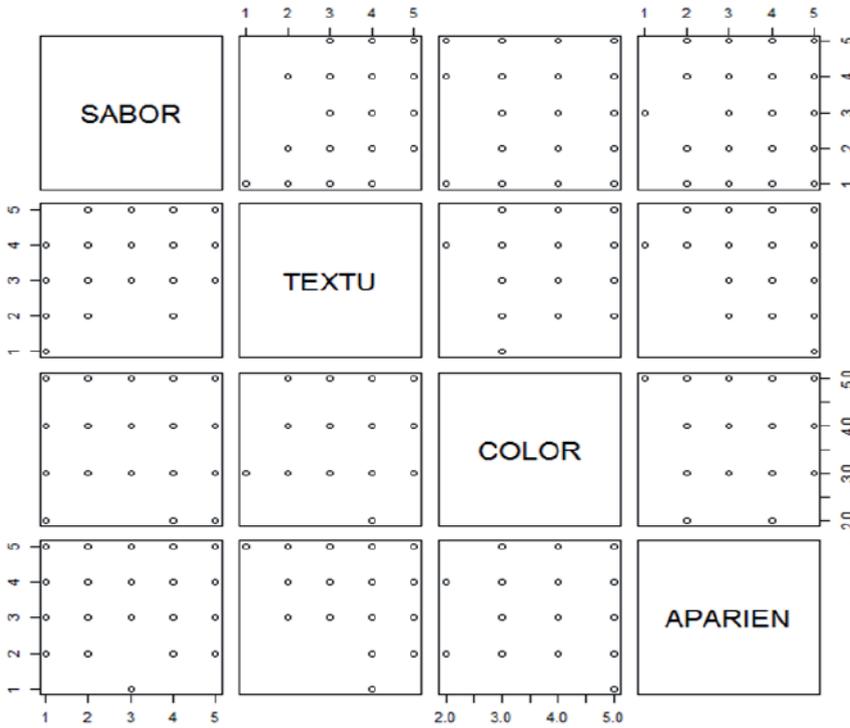


Figura 2. Tendencia en la relación de las variables respuesta
Fuente: elaboración propia

es ahí donde el análisis **MANOVA** tiene gran potencial para establecer diferencias estadísticas entre tratamientos. El análisis canónico es el complemento multidimensional para esclarecer dónde está realmente la diferencia en el efecto promedio vectorial de las variables dependientes evaluadas en un diseño de clasificación experimental específico. El análisis unidimensional de la varianza **ANOVA** es un complemento que los paquetes estadísticos generan al efectuar el **MANOVA** (Parsad & Bhar, 1987). **MANOVA** presenta múltiples ventajas con relación al análisis univariado de la varianza **ANOVA**. En primera instancia, **MANOVA** puede evaluar dos o más variables simultáneamente, mientras **ANOVA** solo puede tener una variable respuesta. En segunda instancia, **MANOVA**

VA puede proteger al investigador de errores de tipo I, que pueden ocurrir si se llevan a cabo varios **ANOVA** de forma independiente. Adicionalmente, puede revelar diferencias no detectadas por las pruebas ANOVA. **MANOVA** es ideal en situaciones donde existen asociaciones moderadas entre las variables dependientes. Cuando se detectan correlaciones con fuerte asociación, o muy baja relación, no se recomienda aplicar el **MANOVA** ya que no queda suficiente varianza después de que se ajusta la primera variable explicada. En caso de que las variables dependientes no estén relacionadas el análisis **MANOVA** carecerá de potencia.

En el análisis multivariado **MANOVA** se considera un método de dependencia que permite contrastar el efecto entre tratamientos, al tener en cuenta todas las variables respuesta establecidas en el proceso experimental (Avendaño et al., 2014). En **MANCOVA** se disponen de covariables con el objeto de efectuar un ajuste al vector promedio, donde se posee la ventaja de que las variables explicativas se pueden expresar en cualquier escala (Sagaró & Zamora, 2020). El **MANOVA** es una técnica que puede ser usada para ver las relaciones entre diversas categorías de variables independientes y dos o más variables métricas dependientes (Fuentes, 2015).

MANOVA hace parte del Modelo Lineal General, el cual constituye una familia de métodos estadísticos que generalmente se emplean para cuantificar la potencia entre variables. **MANOVA** permite reducir la probabilidad de error Tipo I. **MANOVA** tiene técnicas *post hoc* para esclarecer por qué la hipótesis nula no fue aceptada. **MANOVA** es una técnica multivariada que establece un conjunto de ecuaciones lineales no correlacionadas que de manera conjunta permite establecer diferencias entre tratamientos (Stevens, 2002). La gran ventaja de modelar ecuaciones no asociadas es que cada función determina una información única sobre las divergencias en el efecto promedio entre tratamientos, pudiéndose expresar de forma aditiva para facilitar la interpretación de los

resultados derivados de la salida multivariada (Warne, 2014). **MANOVA** es más sensible al no cumplimiento de supuestos; sin embargo, puede ser menos potente para detectar diferencias entre tratamientos si las variables dependientes no están correlacionadas (Moh et al., 2018).

6. Conclusión

Cuando no se cumplan los supuestos asociados con **MANOVA**, una solución es utilizar la técnica no paramétrica **NPMANOVA**, la cual también se denomina **PERMANOVA**. No obstante, este método no tiene en cuenta para nada las asociaciones entre las variables, por lo que **NPMANOVA** no es idóneo si el objetivo es determinar si el patrón de correlación entre las variables respuesta es idéntico entre los tratamientos. El **MANOVA** paramétrico sí puede hallar lo anterior. **NPMANOVA** permite cotejar si el conjunto de centroides es igual. **NPMANOVA** es un método sin distribución probabilística que no tiene en cuenta supuesto alguno. En la presente investigación, al no cumplirse los supuestos asociados con el **MANOVA**, se aplicó la técnica no paramétrica **NPMANOVA** pues resulta adecuada en tales situaciones investigativas.

Agradecimientos

Deseo agradecer a Nova Cecilia por su constante compañía y a la Universidad de Antioquia (Colombia), por el apoyo que de ella recibo para adelantar las diferentes actividades de investigación en que participo.

Referencias bibliográficas

Amaro, I., Vicente, J. & Galindo, M. (2004). MANOVA biplot para arreglos de tratamientos con dos factores basado en modelos lineales generales multivariantes. *Interciencia*, 29 (1). pp. 26-32. <https://www.redalyc.org/pdf/339/33908807.pdf>



- Avendaño, B. L., Avendaño, G., Cruz, W. & Cárdenas, A. (2014). Guía de referencia para investigadores no expertos en el uso de estadística multivariada. *Divers: Perspect. Psicol.* 10(1). pp 013-027. <http://www.scielo.org.co/pdf/dpp/v10n1/v10n1a02.pdf>
- Bray, J. H. & Maxwell, S. E. (1985). In *MultiVariate Analysis of Variance*. A Sage University Paper, Series: *Quantitative Applications in the Social Sciences* (54). pp 27-29.
- Cuadras, C. (2014). *Nuevos métodos de análisis multivariante*. Barcelona: CMC.
- Dallas, E.J. (2000). *Métodos multivariados aplicados al análisis de datos*. México: Thomson editores.
- Fernández, R., Vilalta, J. A., Quintero, A & Chávez, R.B. (2020). Composite indicator through multivariate analysis of variance applied to the tourism sector. *Cooperativismo y Desarrollo* 8(1) http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2310-340X2020000100068&lng=es&nrm=iso&tlng=en
- Friendly, M. & Sigal, M. (2018). Visualizing tests for equality of covariance matrices. *The American Statistician*, 74(2). pp 144-155. Doi:10.1080/00031305.2018.1497537
- Fuentes, R. (2015). Análisis de variables múltiples. *Revista Chilena de Anestesia*. 44. pp.106-111. <https://revistachilenadeanestesia.cl/Pil/revchilanestv44n01.10.pdf>
- Hair, J. F., Anderson, R. E., Tatham, R. I. & Black, W.C. (1999). *Análisis Multivariante*. Prentice Hall Iberia. Madrid.
- Kuehl, R. (2001). *Diseño de Experimentos*. Segunda Edición. México: Thompson.
- Lim, F. (2020). MANOVA : A Procedure Whose Time Has Passed?, *Sage Journal*, 64(1):56-60. Doi: 10.1177/0016986219887200.
- Moh H. M., Coburn, J. W., Marelich, W. D. (2018). *Advanced Statistics for Kinesiology and Exercise Science. Capítulo: Multivariate analysis of variance (MANOVA)*. 1st Edition. London. <https://doi.org/10.4324/9781315231273>
- Mutiz, H. (2003). Qué tienen de común ciertas técnicas estadísticas multivariadas conocidas. *Revista de ingeniería*, 1(18). pp 127-134. <https://ojsrevistaing.uniandes.edu.co/ojs/index.php/revista/article/view/487>
- Nelson, J. K. & Thomas, J. R. (2007). *Métodos de investigación en actividad física*. Barcelona: Paidotribo.
- Parsad, R. & Bhar, L. M. (1987). Multivariate Analysis of Variance. *Journal Couns Psychol*, 1(4). <https://www.researchgate.net/publication/237227650>

- Romero, C. (2006). *El comportamiento del consumidor ante el diseño del punto de venta virtual: efectos e interacciones*. Castilla la Mancha: UCLM. Tesis doctoral.
- Sagaró, N. M. & Zamora, L. (2020). Técnicas estadísticas multivariadas para el estudio de la causalidad en Medicina. *Revista de Ciencias Médicas de Pilar del Río*, 24(2). <http://revcmpinar.sld.cu/index.php/publicaciones/article/view/4029/4170>
- Smith, K., Lamb, K. & Henson, R. (2020). Making meaning out of MANOVA : Using descriptive discriminant analysis for multivariate post hoc testing in gifted education research. *Gifted Child Quarterly*, 64(1), 41-55.
- Stevens, J. (2002). *Applied multivariate statistics for the social sciences*. New York: Lawrence Erlbaum.
- Stockburger, D. W. (2018). *The SAGE Encyclopedia of Educational Research, Measurement, and Evaluation Multivariate Analysis of Variance*. Thousand Oaks: SAGE Publications, Inc. Doi: <http://dx.doi.org/10.4135/9781506326139.n456>.
- SAS Institute Inc. (2008). *SAS/STAT® 9.2 User's Guide*. Cary, NC: SAS Institute Inc. Copyright © 2008, SAS Institute Inc., Cary, NC, USA.
<http://support.sas.com/documentation/cdl/en/statugstatmodel/61751/PDF/default/statugstatmodel.pdf>
- Warne, R. T. (2014). A Primer on Multivariate Analysis of Variance (MANOVA) for Behavioral Scientists. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 19(17). <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.667.5616&rep=rep1&type=pdf>