OPHI WORKING PAPER SERIES

Recuento y medición multidimensional de la pobreza*

Sabina Alkire, Universidad de Oxford†

y

James Foster, Universidad Vanderbilt y Universidad de Oxford‡

Documento de trabajo OPHI No. 7.

Diciembre de 2007 (Revisado en mayo de 2008)

Abstract: Este trabajo propone una nueva metodología para la medición multidimensional de la pobreza que consiste en (i) un método de identificación ρ_k que extiende los enfoques tradicionales de intersección y unión, y (ii) una clase de mediciones de pobreza M_α que satisface una variedad de propiedades deseables, incluyendo la descomponibilidad. El paso de identificación que utilizamos hace uso de dos tipos de línea de corte: en primer lugar, una línea de corte dentro de cada dimensión para determinar si una persona sufre privaciones en esa dimensión; en segundo lugar, una línea de corte entre las dimensiones que identifica a los pobres contando la cantidad de dimensiones en las cuales una persona sufre privaciones. El paso de agregación emplea las mediciones de FGT, ajustadas adecuadamente para dar cuenta de la multidimensionalidad. El método de identificación es particularmente adecuado para ser utilizado con datos ordinales, al igual que lo es la primera de nuestras mediciones: tasa ajustada de recuento. Ofrecemos ejemplos ilustrativos utilizando datos de Indonesia y EEUU para mostrar cómo se podría utilizar nuestra metodología en la práctica.

Clasificación JEL: I3, I32, D63, O1

Palabras clave: medición de la pobreza, enfoque de las capacidades, privaciones, identificación, índices de pobreza, mediciones FGT, descomponibilidad, ordinal, cardinal, ponderaciones relativas, estructura axiomática, libertad.

Índice

---

* Reconocemos y estamos muy agradecidos por la asistencia de investigación de Afsan Bhadelia y Suman Seth, y por el apoyo del International Development Research Council IDRC y la Canadian International Development Agency CIDA. Agradecemos a las siguientes personas por sus comentarios: A.B. Atkinson, Jean-Yves Duclos, Karla Hoff, Ortrud Lessmann, María Ana Lugo, Martin Ravallion, Emma Samman, Jacques Silber, Martin van Hees, Yongsheng Xu y Isleide Zissimos.

† Oxford Poverty & Human Development Initiative (OPHI), Queen Elizabeth House (QEH), Department of International Development, 3 Mansfield Road, Oxford OX4 1SD, Reino Unido +44 1865 271915, Sabina.Alkire@qeh.ox.ac.uk

‡ Department of Economics, Box 1611 Station B, Vanderbilt University, Nashville, TN 37235, EEUU +1 615 322 2192, James.E.Foster@vanderbilt.edu *and* Oxford Poverty & Human Development Initiative (OPHI), Queen Elizabeth House (QEH), Department of International Development, 3 Mansfield Road, Oxford OX4 1SD, Reino Unido +44 1865 271915.

1. INTRODUCCIÓN

LA POBREZA MULTIDIMENSIONAL ha capturado la atención tanto de los investigadores como de quienes desarrollan políticas públicas, debido, en parte, al convincente trabajo conceptual de Amartya Sen[4] y a la disponibilidad sin precedentes de datos relevantes. Una línea fundamental de investigación ha estado orientada al desarrollo de un marco coherente para medir la pobreza en un contexto multidimensional que es análogo a la serie de técnicas desarrolladas en el espacio unidimensional.

Se ha prestado mucha atención al paso de la *agregación* en la medición de la pobreza, a través del cual se combinan los datos en un indicador general de pobreza multidimensional. Las contribuciones principales han desarrollado una variedad de mediciones multidimensionales de la pobreza y han clarificado los axiomas que son satisfechos, principalmente extendiendo de maneras nuevas e interesantes las mediciones y los axiomas unidimensionales de pobreza que están bien establecidos.[5] Sin embargo, cada técnica de agregación depende de un paso anterior: el de la *identificación.* Este paso debe establecer quiénes son los individuos en situación de pobreza. Lastimosamente se ha prestado una atención considerablemente menor a este componente importante de la metodología de la medición de la pobreza.

La identificación está implícita en todas las mediciones de pobreza, aunque este asunto se discute principalmente en las mediciones que primero hacen una agregación de las dimensiones de privaciones a nivel individual, para luego hacer una agregación de los individuos. Actualmente existen tres enfoques principales para identificar a los pobres en un contexto multidimensional. El primer enfoque es el 'unidimensional', a través del cual se combinan los distintos indicadores de bienestar en una sola variable agregada y una persona es identificada como pobre cuando la variable cae debajo de una determinada línea de corte. Este método de identificación toma en cuenta las privaciones dimensionales, pero sólo en tanto que afectan al indicador agregado. Existe un margen mínimo para evaluar las privaciones dimensionales *en sí mismas*, lo cual a menudo es visto como una característica esencial para un enfoque multidimensional. El

[4] Ver, por ejemplo, Sen (1980, 1985a, 1985b, 1987, 1992, 1993).

[5] Ver Tsui (1999, 2002), Atkinson (2003), Bourguignon y Chakravarty (2003), Duclos, Sahn, y Younger (2006), Thorbecke (2008), y Kakwani y Silber (2008b), entre otros. Para discusiones sobre la medición unidimensional de la pobreza, ver Sen (1976), Blackorby y Donaldson (1980), Clark, Hemming y Ulph (1981), Chakravarty (1983), Foster, Greer y Thorbecke (1984), Atkinson (1987), Ravallion (1996), Sen (1997), y las investigaciones de Foster y Sen (1997), Zheng (1997) y Foster (2006).

segundo es el enfoque de 'unión', que considera a una persona que sufre privaciones en una sola dimensión como pobre en el sentido multidimensional. Generalmente se reconoce que este enfoque es excesivamente inclusivo y puede llegar a generar estimaciones exageradas de la pobreza. El tercer enfoque principal es el método de la 'intersección', que exige que una persona sufra privaciones en todas las dimensiones para ser identificada como pobre. Este enfoque a menudo es considerado demasiado restrictivo y generalmente produce fuertes subestimaciones de los niveles de pobreza. Las evaluaciones empíricas de la pobreza multidimensional requerirán una solución satisfactoria a la pregunta de la identificación, y aunque se reconocen ampliamente los problemas con los enfoques existentes, aún no se ha encontrado una alternativa aceptable. En la parte que sigue ofrecemos un primer paso en dirección a la resolución de este asunto.

Este trabajo introduce un enfoque intuitivo que utiliza dos tipos de línea de corte para identificar a los pobres. La primera es la línea tradicional de pobreza o línea de corte basada en dimensiones específicas, que identifica si una persona sufre privaciones en relación con esa dimensión. La segunda marca cuán amplias deben ser las privaciones que sufre una persona para ser considerada pobre.[6] Nuestro procedimiento de referencia utiliza una metodología de recuento,[7] donde la segunda línea de corte es una cantidad mínima de dimensiones de privación.

El método de identificación de 'línea de corte dual' naturalmente sugiere un enfoque de agregación que es también sensible a la gama de privaciones que padece una persona pobre. Obtenemos un nuevo tipo de mediciones de pobreza multidimensionales 'ajustadas a la dimensión' en base a las mediciones tradicionales de pobreza *FGT*. La nueva metodología satisface una variedad de axiomas deseables, incluyendo la 'descomponibilidad', una propiedad que facilita la focalización, y un nuevo requisito de 'monotonicidad dimensional' a través del cual una expansión en el rango de privaciones sufridas por una persona pobre se ve reflejada en el nivel general de pobreza.

---

[6] En este trabajo utilizaremos el término 'que sufre privaciones' para indicar que los desempeños de una persona en una dimensión determinada caen por debajo de la línea de corte. Si una persona reúne los criterios de identificación multidimensional, nos referiremos a ella como 'pobre' y a su condición como de 'pobreza'.

[7] Nuestro enfoque está motivado en parte por Atkinson (2003), que exploró la relación entre métodos de recuento y bienestar social en la etapa de agregación.

Muchas "capabilidades"[8] sólo pueden ser representadas a través de datos ordinales; sin embargo, casi todas las mediciones multidimensionales de la pobreza existentes requieren datos cardinales. La única excepción es la tasa de recuento multidimensional, la cual viola la monotonicidad dimensional. Por el contrario, nuestra tasa de recuento ajustada a las dimensiones trabaja con datos ordinales, respeta la monotonicidad dimensional y puede apoyarse en una estructura axiomática clara de funciones individuales de pobreza basada en el resultado de recuento de Pattanaik y Xu (1990) en la literatura sobre medición de la libertad.

En algunas circunstancias podríamos tener información adicional que nos permita considerar que ciertas dimensiones ameritan una ponderación relativamente mayor que otras. En estos casos, se puede hacer una generalización fácil de nuestro procedimiento de identificación y de las mediciones aditivas de pobreza relacionadas, partiendo de una ponderación con igual peso por dimensión a una ponderación con pesos diferentes. Explicamos esto en nuestra sección metodológica al final del documento.

Una consideración importante al desarrollar una metodología nueva para medir la pobreza es que ésta pueda ser empleada utilizando datos reales para obtener resultados significativos. Para mostrar que esto es cierto en el caso de nuestra metodología, ofrecemos ejemplos ilustrativos utilizando datos de Indonesia y Estados Unidos. En resumen, la metodología que proponemos es intuitiva, satisface propiedades útiles y puede ser aplicada con buenos resultados usando datos reales.

La estructura de este documento es la siguiente. Comenzamos con una breve introducción a la medición unidimensional de la pobreza, ya que constituye el punto de partida hacia el espacio multidimensional. Presentamos luego algunas definiciones básicas y una notación para la pobreza multidimensional para después introducir nuestra estrategia de identificación de línea de corte dual. Explicamos después la familia de mediciones de pobreza ajustada *FGT* y presentamos una lista de axiomas que son satisfechos con esta metodología. La siguiente sección discute el caso donde los datos son variables ordinales y explicamos en esta parte por qué una de nuestras mediciones, la tasa de recuento ajustada por dimensión, funciona bien en este contexto. Presentamos a continuación un teorema que caracteriza tanto al método de identificación como a la medición agregada en este contexto, utilizando el enfoque de

[8] El término "capabilidades" no existe en la lengua castellana. Sin embargo, se usa este término a sugerencia de la Asociación Latinoamericana y del Caribe de las Capabilidades Humanas para referirse a las "libertades substantivas que [una persona] disfruta para llevar adelante el tipo de vida que él o ella tiene razones para valorar" (Sen, 1999, p87, traducción libre).

recuento de Pattanaik y Xu. Mostramos cómo extender nuestros métodos para permitir la ponderación general y ofrecemos dos ilustraciones informativas utilizando datos de Indonesia y Estados Unidos En la última sección ofrecemos algunas observaciones finales.

2. LA MEDICIÓN UNIDIMENSIONAL

La medición de la pobreza puede dividirse en dos pasos diferenciados: la 'identificación', que define los criterios para distinguir a las personas pobres de las no pobres, y la 'agregación', mediante la cual se reúnen los datos sobre las personas pobres para crear un indicador general de pobreza (Sen 1976). La identificación típicamente hace uso de una línea de corte de ingresos llamada *línea de pobreza* y evalúa si el ingreso de un individuo llega a este nivel. La agregación se logra generalmente seleccionando un *índice* o *medida de pobreza*.

La medida de pobreza más simple y más ampliamente utilizada es la *tasa de recuento*, que es el porcentaje de pobres en una población dada. Un segundo índice, la *brecha de la pobreza* (*per capita*), identifica el agregado de la distancia que separa el ingreso de los pobres y el ingreso determinado por la línea de pobreza, medida en unidades de la línea de la pobreza y promediada entre la población. Ambos índices pueden ser vistos como un promedio de la población, donde a los no pobres se les asigna un valor de '0'. La tasa de recuento asigna un valor de '1' a todas las personas pobres, mientras que la brecha de la pobreza asigna el *déficit normalizado* (la diferencia entre su ingreso y la línea de la pobreza, dividido por la línea de la pobreza misma) antes de tomar el promedio de la población. A diferencia de la tasa de recuento, la brecha de la pobreza es sensible a las disminuciones de ingreso entre los pobres y registra un aumento cuando se eleva el déficit de una persona pobre.

Un tercer método de agregación sugerido por Foster, Greer y Thorbecke (1984) procede en forma similar al método anterior para cada persona que no es pobre, pero transforma los déficits normalizados de los pobres elevándolos a una potencia no negativa α para obtener la medición asociada P_α o medida *FGT*. Este enfoque incluye las dos medidas precedentes: si $\alpha = 0$, se obtiene la tasa de recuento; si $\alpha = 1$, tenemos la medida de la brecha de la pobreza. El valor $\alpha = 2$ tiene como resultado el índice *FGT* P_2, el cual es un promedio simple de los déficits normalizados elevados al cuadrado de toda la sociedad. El elevar los déficits normalizados al cuadrado disminuye la importancia relativa de los déficits menores y aumenta el efecto de los déficits mayores.

En consecuencia, el índice P_2 enfatiza las condiciones de los más pobres dentro del grupo en condiciones de pobreza en la sociedad.

Cada índice de pobreza tiene distintas cualidades así como aspectos que pasa por alto. Una forma de esclarecer estas características es identificar las propiedades o axiomas que son satisfechos por el índice. Cada propiedad incluye una serie de consideraciones deseables para un método de agregación y usualmente define una forma específica de cambio en la distribución que debería tener un impacto sobre la medición de la pobreza de una manera prescrita. Como se sabe, las mediciones *FGT* satisfacen un amplio espectro de propiedades, incluyendo la *simetría,* la *replicación invariante, consistencia de subgrupos* y la *descomponibilidad*; algunos miembros específicos de esta familia de índices satisfacen el axioma de la *monotonicidad* ($\alpha > 0$) y el axioma de la *transferencia* ($\alpha > 1$). Nuestra metodología multidimensional - expuesta a continuación - está desarrollada en base a esta familia de índices.

3. NOTACIÓN

Pasar de un marco de pobreza unidimensional a uno multidimensional conlleva una serie de preguntas importantes: *(i)* ¿cuáles son las dimensiones e indicadores que son de interés? *(ii)* ¿Dónde debería establecerse la línea de corte para cada dimensión? *(iii)* ¿Cómo deberían ponderarse las dimensiones? *(iv)* ¿Cómo podemos identificar a quienes son multidimensionalmente pobres? *(v)* ¿Qué medida(s) multidimensionales deberían ser utilizadas? *(vi)* ¿Qué tipos de medidas pueden usar datos ordinales? *(vii)* ¿Deberían las medidas multidimensionales de la pobreza reflejar las interacciones entre dimensiones y, de ser así, cómo? Las preguntas que van del punto *(i)* al *(iii)* han sido discutidas de manera extensa en la literatura económica.[9] Nosotros partimos del supuesto de que se han hecho juicios adecuados sobre estos aspectos. Este trabajo se preocupa por las preguntas *(iv) a la (vi)*: la identificación en un entorno multidimensional, el desarrollo de una medida agregada y cómo medir la pobreza cuando los datos son solamente ordinalmente significativos. El punto *(vii)* sigue siendo

[9] Sobre la selección de capacidades o dimensiones, ver Sen (1992a, 1993, 2004a, 2004b), Alkire (2002, 2008), Atkinson *et al* (2002), Qizilbash (2002), Nussbaum (2003), Robeyns (2005), Ranis, Stewart y Samman (2006), y Thorbecke (2008). Sobre el establecimiento de líneas de pobreza, ver Sen (1981), Foster y Sen (1997), Foster (1998), Ravallion (1998); sobre métodos establecidos confusos, ver Cerioli y Zani (1990), Chiappero-Martinetti (1994, 1996, 2000, 2008), Cheli y Lemmi (1995), Balestrino (1998), Qizilbash (2003) y Betti *et al* (2008). Las técnicas para ponderar las distintas dimensiones incluyen las ponderaciones arbitrarias, las ponderaciones estadísticas (es decir, el análisis factorial o el análisis de correspondencia múltiple), las ponderaciones basadas en encuestas, las ponderaciones normativas o una combinación de estas técnicas. Ver Sen (1980, 1985, 1987, 1992), Brandolini y D'Alessio (1998), Alkire y Clark (2008), y Lugo y Decanq (2008).

una pregunta abierta al debate[10] y con el fin de avanzar en los puntos *(iv)* a *(vi)*, hemos tomamos una postura neutral en este trabajo con respecto a dicho punto. La conveniencia de tomar en cuenta directamente 'complementos' y 'sustitutos' en las mediciones de pobreza se discute en la sección 10.

Supongamos que n representa la cantidad de personas y que $d \geq 2$ es el número de dimensiones en consideración. Supongamos que $y = [y_{ij}]$ describe la matriz de desempeños $n \times d$, donde la observación típica $y_{ij} \geq 0$ es el desempeño del individuo $i = 1,2,\ldots, n$ en la dimensión $j = 1,2,\ldots, d$. Cada fila de vectores y_i enumera el desempeño del individuo i, mientras que cada columna de vectores y_{*j} nos da la distribución del desempeño de la dimensión j para un grupo de individuos. En lo que sigue, partiremos del supuesto de que d es un número fijo que nos es dado, mientras que a n se le permite tomar cualquier valor del conjunto de los números enteros positivos; esto permite hacer comparaciones de pobreza entre poblaciones de distintos tamaños. Por lo tanto, el dominio de las matrices bajo consideración está dado por $Y = \{y \in R_+^{nd} : n \geq 1\}$.[11] Supongamos que $z_j > 0$ describe la línea de corte debajo de la cual se considera que una persona sufre privaciones en la dimensión j, y supongamos que z es el vector fila de las líneas de corte de las dimensiones específicas. Para cualquier vector o matriz v, la expresión $|v|$ describe la suma de todos sus elementos, mientras que $\mu(v)$ representa la media de v o $|v|$ dividida por la cantidad total de elementos en v.

Una metodología $\mathcal{M}$ para medir la pobreza multidimensional está compuesta por un método de identificación y una medida agregada. Siguiendo a Bourguignon y Chakravarty (2003), representamos al primero utilizando una *función de identificación* $\rho: R_+^d \times R_{++}^d \rightarrow \{0,1\}$, que hace un mapeo del vector de desempeño $y_i \in R_+^d$ de la persona i y del vector de línea de corte z en R_{++}^d a una variable indicador de manera tal que $\rho(y_i; z) = 1$ si la persona i es pobre y $\rho(y_i; z) = 0$ si la persona i no es pobre.[12] La aplicación de ρ a cada vector individual de desempeño en y da como resultado el conjunto $Z \subseteq \{1,\ldots, n\}$ de personas que son pobres en y dado z. El paso de agregación

[10] Ver Tsui (2002), Bourguignon y Chakravarty (2003, p. 27-8), Duclos, Sahn y Younger (2006), Kakwani y Silber (2008a, 2008b), Maasoumi y Lugo (2008), Thorbecke (2008), entre otros.

[11] Para ser concretos, suponemos que el desempeño individual puede ser cualquier número real no negativo; nuestro enfoque puede acomodar fácilmente dominios mayores o menores, según sea apropiado.

[12] Nótese que esta representación asume que el método de identificación es individualista (en el sentido de que el estatus de pobreza de i depende de y_j) y simétrico (en el sentido de que utiliza los mismos criterios para todas las personas). Sería interesante explorar una función de identificación más general que hiciera una abstracción a partir de estas presunciones.

entonces toma a ρ como dado y asocia la matriz y así como el vector de línea de corte z con un nivel general $M(y;\ z)$ de pobreza multidimensional. La relación funcional resultante $M\colon Y \times R^d_{++} \rightarrow \mathrm{R}$ es llamada un *índice,* o *medida,* de pobreza multidimensional. Este documento presenta una nueva metodología $\mathcal{M} = (\rho, M)$ para medir la pobreza multidimensional, explora sus propiedades y ofrece ejemplos ilustrativos.

En lo que sigue será útil expresar los datos en términos de privaciones, más que en desempeños. Para cualquier y dada, supongamos que $g^0 = [g^0_{ij}]$ denota la *matriz de privaciones* 0-1 asociada a y, cuyo elemento típico g^0_{ij} está definido por $g^0_{ij} = 1$ cuando $y_{ij} < z_j$, mientras que $g^0_{ij} = 0$ en caso contrario. Claramente g^0 es una matriz $n \times d$ cuya entrada ij^{va} es 1 cuando la persona i sufre privaciones en la j^{va} dimensión y 0 cuando esto no es así. El i^{vo} vector fila de g^0, descrito como g^0_i, es el *vector de privaciones* del individuo i. Podemos construir a partir de la matriz g^0 un vector de columna c de *recuento de privaciones*, cuya i^{ma} observación $c_i = |g^0_i|$ representa el número de privaciones sufridas por la persona i. El vector c será especialmente útil para describir nuestro método de identificación. Nótese que g^0 y c siguen estando bien definidas aún cuando las variables en y sólo sean significativas ordinalmente.[13]

Si las variables en y son cardinales, la matriz asociada de brechas o déficits (normalizados) puede ofrecer información adicional para la evaluación de la pobreza. Para cualquier y, supongamos que g^1 es la matriz de *brechas normalizadas*, donde el elemento típico es definido por $g^1_{ij} = (z_j\text{-}y_{ij})/z_j$ siempre que $y_{ij} < z_j$, mientras que $g^1_{ij} = 0$ de lo contrario. Claramente g^1 es una matriz $n \times d$ cuyas entradas son números no negativos menores o iguales a 1, siendo g^1_{ij} una medición del alcance de las privaciones en la dimensión j que la persona i sufre. En general, para cualquier $\alpha > 0$, defina la matriz g^α elevando cada entrada de g^1 a la potencia α; por ejemplo, cuando $\alpha = 2$, la entrada es $g^2_{ij} = (g^1_{ij})^2$. Esta notación será útil más adelante para definir nuestra generalización de las mediciones *FGT* para el entorno multidimensional.

[13] En otras palabras, g^0 y c son idénticas para todas las transformaciones monotónicas de y_{ij} y z_j. Ver la sección 7.

4. LA IDENTIFICACIÓN DE LOS POBRES

¿Quién es pobre y quién no lo es? Un punto de partida razonable es comparar el desempeño de cada individuo con las líneas de corte específicas establecidas respectivamente para cada dimensión. Este trabajo también sigue esta estrategia general.[14] Pero las líneas de corte específicas para cada dimensión por sí solas no son suficientes para identificar quién es pobre; debemos, por lo tanto, considerar criterios adicionales que permitan analizar las dimensiones en su conjunto a fin de llegar a una especificación completa del método de identificación. Examinamos a continuación algunos candidatos potenciales para nuestra función de identificación $\rho(y_i; z)$.

El método 'unidimensional' agrega todos los desempeños en una variable cardinal única de 'bienestar' o 'ingreso' y utiliza una línea de corte agregada para determinar quién es pobre. Entonces, por ejemplo, si y_i es un vector de mercancías con un valor de mercado p, uno podría definir $\rho_p(y_i; z) = 1$ siempre que $py_i < pz$, y $\rho_p(y_i; z) = 0$ en caso contrario. En este caso, una persona es pobre si el valor monetario del conjunto de desempeños está por debajo del costo del conjunto objetivo z. En términos más generales, uno podría invocar una función de agregación u tal que $\rho_u(y_i; z) = 1$ siempre que $u(y_i) < u(z)$, y $\rho_u(y_i; z) = 0$ de lo contrario. Sin embargo, la forma de identificación unidimensional implica una cantidad de presunciones que restringen su aplicabilidad en la práctica y que la vuelven poco deseable en principio.[15] Desde la perspectiva del enfoque de las capabilidades, una desventaja conceptual fundamental de ver la pobreza multidimensional a través de una lente unidimensional es la pérdida de información sobre el déficit específico en cada dimensión: de hecho, la agregación antes de la identificación convierte a los desempeños dimensionales en uno solo, sin considerar las líneas de corte específicas de cada dimensión. Si, como se argumentaba anteriormente, las dimensiones son evaluadas independientemente y las privaciones dimensionales son

[14] Ver, por ejemplo, Bourguignon y Chakravarty (2003, p 27-8), que sostienen que "un enfoque multidimensional de la pobreza define a la pobreza como un déficit de un umbral en cada dimensión del bienestar de un individuo".

[15] Una presunción común es que existen precios y que éstos son ponderaciones adecuadas, normativas para las dimensiones; sin embargo, como nota Tsui (2002), esta presunción es cuestionable. Los precios pueden ajustarse para reflejar externalidades, pero los valores de cambio no dan y 'de hecho, no pueden dar … *comparaciones interpersonales* de bienestar o ventaja' (Sen 1997, pág. 208, traducido del original). Pradhan y Ravallion (1996) derivan líneas de pobreza subjetivas en lugar de precios, pero no pueden hacer esto para todos los atributos. Pueden surgir problemas adicionales cuando los mercados no existen o son imperfectos (Bourguignon & Chakravarty (2003), Tsui (2002)). Además, la evidencia empírica muestra que los ingresos no pueden traducirse en necesidades básicas (Ruggeri-Laderchi, Saith y Stewart (2003), Sen (1980)). La agregación a través de distintas dimensiones con el propósito de identificación también supone fuertes presunciones en relación con la cardinalidad,las cuales no son prácticas cuando los datos son ordinales (Sen (1997)).

inherentemente indeseables, entonces hay buenos motivos para mirar más allá del enfoque unidimensional hacia métodos de identificación que se centren en los déficits dimensionales.

El criterio de identificación de este tipo utilizado más comúnmente es el método de identificación de *unión*. En este enfoque, se dice que una persona i es pobre en términos multidimensionales si hay al menos una dimensión en la que la persona sufre privaciones (es decir, $\rho(y_i; z) = 1$ si y sólo si $c_i \geq 1$). Si la suficiencia en cada dimensión fuera verdaderamente esencial para evitar la pobreza, este enfoque sería bastante intuitivo y sería sencillo de aplicar. Sin embargo, este enfoque también podría incluir a personas que muchos no considerarían como pobres. Por ejemplo, la privación en ciertas dimensiones particulares (como ser salud o educación) pueden ser un reflejo de alguna otra cosa que no sea pobreza. Además, una metodología de la pobreza basada en el método de *unión* puede no ser útil para distinguir y enfocarse en los más pobres entre los pobres, especialmente cuando se consideran una gran cantidad de dimensiones. Es por estos motivos que, aunque utilizado a menudo – por ejemplo (implícitamente) en las mediciones conocidas como el Índice de Pobreza Humana (*IPH*)-, es difícil de aceptar sin reservas el método de unión.

El otro método de identificación de este tipo es el enfoque de la *intersección*, que identifica a la persona i como pobre sólo si la persona sufre privaciones en todas las dimensiones (es decir, $\rho(y_i; z) = 1$ si y sólo si $c_i = d$). Este criterio identificaría con precisión a los pobres si lograr suficiencia en cualquier dimensión individual fuera suficiente para evitar la pobreza; de hecho, este método identifica exitosamente como pobre a un grupo particularmente desposeído de personas. Inevitablemente, sin embargo, este método deja afuera a muchas personas que están sufriendo de un número importante aunque no universal de privaciones (por ejemplo, una persona indigente pero que se encuentra bien de salud). Además, el enfoque de *intersección* logra identificar sólo una porción estrecha de la población que se reduce cada vez más a medida que aumenta la cantidad de dimensiones, dejando al resto de la población a un lado. Esto crea una tensión distinta: la de considerar como no pobres a personas que evidentemente sufren de privaciones considerables.

Una alternativa natural es la de utilizar una línea de corte intermedia para c_i que caiga en algún lugar entre los dos extremos de 1 y d. Para $k = 1,\ldots, d$, supongamos que ρ_k es el método de identificación definido por $\rho_k(y_i; z) = 1$ siempre que $c_i \geq k$, y $\rho_k(y_i; z) = 0$ siempre que $c_i < k$. En otras palabras, ρ_k identifica a la persona i como pobre cuando la cantidad de dimensiones en las que i sufre privaciones es por lo menos k; de lo contrario, si la cantidad de dimensiones donde se sufren privaciones cae por debajo de la línea de corte k, entonces i no es pobre según ρ_k. Como ρ_k depende tanto de las líneas de corte z_j *dentro de las dimensiones* como de la línea de corte k *entre las dimensiones*, nos referiremos a ρ_k como el método de identificación de *línea de corte dual*.[16] Nótese que ρ_k incluye los métodos de unión e intersección como casos especiales donde $k = 1$ y $k = d$.

Se pueden encontrar métodos similares de identificación en la literatura, aunque con motivaciones diferentes. Por ejemplo, en *Poor Britain* (1985), Mack y Lansley identificaron a personas como pobres si eran pobres en tres o más privaciones sobre un total de 26. El *Informe sobre pobreza infantil 2003* de UNICEF identificó como niños en situación de pobreza extrema a cualquier niño que fuera pobre en relación con dos o más privaciones (Gordon, *et al.*, 2003). Sin embargo, como metodología general para identificar a los pobres, el enfoque de la línea de corte dual no ha sido formulado explícitamente en la literatura, como tampoco han sido exploradas sus implicaciones para la medición de la pobreza multidimensional.[17]

El método de la línea de corte dual tiene una serie de características que ameritan ser mencionadas. En primer lugar, está 'centrado en la pobreza', en el sentido de que un aumento en el nivel de desempeño y_{ij} de una persona no pobre no cambia el valor del indicador de pobreza en cuestión. En segundo lugar, está 'centrado en las privaciones', en el sentido de que un aumento en cualquier desempeño no relacionado con privaciones $y_{ij} \geq z_j$ no modifica el valor de la función de identificación; dicho en palabras, el estatus de pobreza de una persona no se ve afectado por cambios en los niveles de desempeños no relacionados con privaciones. Esta última propiedad separa a ρ_k del método unidimensional ρ_u, el cual permite que un nivel más alto en un desempeño compense por otras privaciones dimensionales en la decisión de quién es pobre y quién no lo es. Finalmente, el método de identificación de línea de corte dual puede ser utilizado adecuadamente con datos ordinales, ya que el estatus de pobreza de una persona no se modifica cuando se aplica una transformación monotónica a un nivel

[16] No ofrecemos aquí un algoritmo para la selección de k; en lugar de esto, aplicaciones reiteradas y evaluaciones razonadas probablemente nos lleven a un abanico de valores posibles para k. Luego se podrá seleccionar un valor único para el análisis principal y utilizar valores alternativos para corroborar que éste sea robusto.

[17] Un enfoque análogo ha sido utilizado en la medición de la pobreza crónica, donde la perduración en ese contexto corresponde a la amplitud en este caso. Ver Foster (2007).

de desempeño y su línea de corte asociada.[18] Esto claramente descarta a ρ_u, el cual agrega las dimensiones *antes* de identificar a los pobres y, por lo tanto, puede ser modificado por las transformaciones monotónicas.

En la siguiente sección introducimos mediciones de pobreza multidimensional basadas en la clase de índices de Foster Greer Thorbecke *(FGT)*, que utiliza el método de identificación ρ_k y su conjunto asociado de personas pobres $Z_k = \{i : \rho_k(y_i; z) = 1\}$. Por consiguiente, haremos uso de alguna notación adicional que nos ayude a filtrar los datos de las personas no pobres. Supongamos que $g^0(k)$ es la matriz que se obtiene de g^0 al reemplazar la i^{va} fila con un vector de ceros siempre que $\rho_k(y_i; z) = 0$, y definamos $g^\alpha(k)$ análogamente para $\alpha > 0$. La observación típica de $g^\alpha(k)$ está dada por lo tanto por $g^\alpha_{ij}(k) = g^\alpha_{ij}$ para que i satisfaga $c_i \geq k$, mientras $g^\alpha_{ij} = 0$ para i con $c_i < k$ o, de manera equivalente, por $g^\alpha_{ij}(k) = g^\alpha_{ij}\rho_k(y_i; z)$. A medida que la línea de corte k aumenta de 1 a d, la cantidad de observaciones no iguales a cero en la matriz asociada $g^\alpha(k)$ cae, reflejando el filtrado progresivo de los datos de las personas que no reúnen el requisito de pobreza dimensional representado por ρ_k. Está claro que la especificación de unión $k = 1$ no altera la matriz original en lo absoluto; en consecuencia, $g^\alpha(1) = g^\alpha$. La especificación $k = d$ de la intersección elimina los datos de cualquier persona que no sufra privaciones en todas las dimensiones d; en otras palabras, cuando se utiliza la matriz $g^\alpha(d)$ no se puede distinguir entre una persona que sufre privaciones en sólo una dimensión de una persona que sufre privaciones en d–1 dimensiones. Cuando $k = 2,\ldots, d-1$, el enfoque de línea de corte dual ofrece una opción intermedia entre los métodos de unión e intersección, como refleja la matriz $g^\alpha(k)$.

5. LA MEDICIÓN DE LA POBREZA

Estamos buscando una medición de pobreza multidimensional $M(y; z)$ para ser utilizada con el enfoque de identificación de línea de corte dual. Un lugar natural para comenzar es el porcentaje de la población que es pobre. La tasa de recuento $H = H(y; z)$ está definida por $H = q/n$, donde $q = q(y; z)$ es la cantidad de personas en el conjunto Z_k, y, por lo tanto, la cantidad de pobres identificados utilizando el enfoque de línea de corte dual. Esto es completamente análogo a la tasa de recuento de ingresos y, por lo tanto, este indicador hereda la virtud de ser fácil de calcular y entender, pero por otro

[18] En otras palabras, $\rho_k(y_i; z) = \rho_k(y_i'; z')$ donde por cada $j = 1,\ldots,d$ tenemos $y'_{ij} = f_j(y_{ij})$ y $z_j' = f_j(z_j)$ para algunos aumentando la función f_j. Sería interesante caracterizar los métodos de identificación ρ que satisfacen las tres propiedades mencionadas anteriormente.

lado también hereda la debilidad de ser un índice de pobreza burdo o parcial.[19] Nótese, sin embargo, que aparece un nuevo problema en el escenario multidimensional. Si una persona pobre empieza a sufrir privaciones en una dimensión en la que anteriormente no sufría privaciones, H permanece sin modificaciones. Esto viola lo que llamaremos la 'monotonicidad dimensional', que se define rigurosamente más adelante. En términos intuitivos, si una persona pobre i sufre nuevas privaciones dimensión adicionales, entonces el nivel de pobreza general debería aumentar.

Para reflejar esta preocupación, podemos incluir información adicional sobre la magnitud de las privaciones padecidas por los pobres. Supongamos que k es un número entero entre 1 y d. Definimos el *vector censurado de recuento de privaciones* c(k) de la siguiente manera: si $c_i \geq k$, entonces $c_i(k) = c_i$, o el recuento de privaciones de la persona i; si $c_i < k$, entonces $c_i(k) = 0$. Nótese que $c_i(k)/d$ representa el porcentaje de posibles privaciones sufridas por una persona pobre i y, por lo tanto, el *promedio de la proporción de las privaciones* entre los pobres está dado por $A = |c(k)|/(qd)$. Este índice parcial transmite información relevante sobre la pobreza multidimensional, a saber, la fracción de dimensiones posibles d en las cuales la persona pobre promedio sufre de privaciones. Consideremos la siguiente medición de la pobreza multidimensional $M_0(y;z)$, que combina información sobre la prevalencia de la pobreza y el alcance promedio de las privaciones de una persona pobre.

DEFINICIÓN 1: La *tasa de recuento ajustada (a la dimensión)* está dada por $M_0 = HA$.

Como un producto simple de los dos índices parciales H y A, la medición M_0 es sensible a la frecuencia y a la amplitud de la pobreza multidimensional. En particular, esta medición satisface claramente la monotonicidad dimensional, ya que si una persona pobre comienza a sufrir privaciones en otra dimensión, entonces A aumenta al igual que lo hace M_0. La tasa de recuento ajustada puede ser utilizada con datos puramente ordinales, situación que surge a menudo en los enfoques multidimensionales basados en las capabilidades. Esta característica importante de la medida será discutida en más detalle en una sección más adelante. Nótese que M_0 puede ser definida como $M_0 = \mu(g^0(k))$, o como la media de la matriz de privaciones censurada $g^0(k)$. Dicho en palabras, la tasa de recuento ajustada es la cantidad total de privaciones sufridas por los

[19] Un índice parcial brinda información sobre sólo un aspecto de la pobreza. Ver Foster y Sen (1997).

pobres, o $|c(k)| = |g^0(k)|$, dividida por la cantidad máxima de privaciones que la totalidad las personas podrían posiblemente padecer, lo que puede también ser expresado como nd.

La tasa de recuento ajustada se basa en una división dicotómica de los datos en dimensiones de privación y de no privación, y, por lo tanto, no hace uso de información específica de las dimensiones sobre la magnitud de la privación. En consecuencia, esta tasa no satisfará el requisito tradicional de monotonicidad en el sentido de que la pobreza debería aumentar en la medida que una persona pobre sufre mayores privaciones en cualquier dimensión. Para desarrollar una medición que sea sensible a la magnitud de la privación, regresamos a la matriz g^1 de brechas normalizadas y a su versión censurada asociada que es $g^1(k)$. Supongamos que G es la *brecha promedio de la pobreza* de todas las instancias en las cuales las personas pobres sufren privaciones y que está dada por $G = |g^1(k)|/|g^0(k)|$. Consideremos la siguiente medida de pobreza multidimensional $M_1(y; z)$ que combina información sobre la prevalencia de la pobreza, el espectro promedio de privaciones y la magnitud promedio de las privaciones cuando los pobres sufren privaciones.

DEFINICIÓN 2: La *brecha de la pobreza ajustada (a las dimensiones)* está dada por $M_1 = HAG$.

La brecha de la pobreza ajustada es, por lo tanto, el producto de la tasa de recuento ajustada M_0 y de la brecha de la pobreza promedio G. Queda fácilmente demostrado que $M_1 = \mu(g^1(k))$; dicho en palabras, la brecha de la pobreza ajustada es la suma de las brechas normalizadas de los pobres, o $|g^1(k)|$ dividida por la suma más alta posible de brechas normalizadas, o nd. Si las privaciones de una persona pobre se profundizan en cualquier dimensión, entonces la $g^1_{ij}(k)$ respectiva aumentará y, por lo tanto, también lo hará M_1. En consecuencia, M_1 satisface la monotonicidad. Sin embargo, también es cierto que el aumento en una privación tiene el mismo impacto sin importar si la persona sufre una pequeña privación o una privación grave en esa dimensión. Uno podría argumentar que el impacto debería ser mayor en este último caso.

Consideremos la matriz g^2 de déficits normalizados elevados al cuadrado y su versión censurada $g^2_{ij}(k)$. Estas matrices brindan información sobre la severidad de las privaciones medidas por la elevación al cuadrado de los déficits normalizados, con la matriz censurada $g^2(k)$ que sólo incluye datos sobre los pobres. En lugar de utilizar la matriz $g^1(k)$ para complementar la información de M_0 (como se hizo en M_1), podemos utilizar la matriz $g^2(k)$, que suprime las brechas más pequeñas y enfatiza las más grandes. La *severidad promedio* de las privaciones, para todas las instancias en que los pobres sufren privaciones, está dada por $S = |g^2(k)|/|g^0(k)|$. La siguiente medición de pobreza multidimensional $M_2(y;\, z)$ combina información sobre la prevalencia de la pobreza y la amplitud y severidad de las privaciones.

DEFINICIÓN 3: La *medición ajustada (a las dimensiones)* P_2 está dada por $M_2 = HAS$.

M_2 es por lo tanto el producto de la tasa de recuento ajustada M_0 y el índice de severidad promedio S; también puede ser expresada como $M_2 = \mu(g^2(k))$, la media de la matriz $g^2(k)$, que, dicho en palabras, es la suma de las brechas normalizadas de los pobres elevadas al cuadrado, o $|g^2(k)|$, dividida por la suma más alta posible de brechas normalizadas elevadas al cuadrado, o *nd*. Para un aumento dado en las privaciones, la medición registra un impacto mayor cuanto mayor sea el nivel inicial de privaciones. Satisface la propiedad de 'transferencia' (como se discute más adelante) y es sensible a la desigualdad con las que las privaciones se distribuyen entre los pobres, y no sólo a su nivel promedio. De hecho, $M_2 = (M_1)^2 + V$, donde V es la varianza entre todas las brechas normalizadas.[20]

Se puede generalizar fácilmente M_0, M_1 y M_2, a una clase M_α de mediciones de pobreza multidimensional asociadas con la clase unidimensional *FGT* desarrollada por Foster, Greer y Thorbecke (1984). Para cada $\alpha \geq 0$, supongamos que g^α es la matriz cuyas entradas son potencias α de las brechas normalizadas y supongamos que $g^\alpha(k)$ es la matriz censurada asociada.[21] Consideremos la siguiente clase de mediciones.

DEFINICIÓN 4: Las *medidas FGT ajustadas (a las dimensiones)*, denotadas $M_\alpha(y;\, z)$, están dadas por $M_\alpha = \mu(g^\alpha(k))$ para $\alpha \geq 0$.

[20] En otras palabras, $V = \Sigma_i\Sigma_j(\mu(g^1) - g^1_{ij})^2/(nd)$. La formula también puede ser expresada como $M_2 = (M_1)^2[1 + C^2]$, donde $C^2 = V/(\mu(g^1))^2$ es el coeficiente de variación en la medición de desigualdad elevado al cuadrado. Esto es análogo a una formula conocida para la medición *FGT* que corresponde a P_2.

[21] En términos técnicos, esta definición sólo se aplica para $\alpha > 0$. La matriz g^0 (or $g^0(k)$) puede ser obtenida como el límite de g^α (respectivamente, $g^\alpha(k)$) ya que α tiende a 0.

En otras palabras, M_α es la suma de las potencias α de las brechas normalizadas de los pobres, o $|g^\alpha(k)|$, dividida por el valor más alto posible para esta suma, o nd. La medida de pobreza M_α tiene un rango de valor de 0 a 1. Ahora nos centraremos en la discusión sobre las propiedades satisfechas por M_α y H.

6. PROPIEDADES

El enfoque tradicional de construcción de propiedades para las mediciones multidimensionales de la pobreza ha sido el de alterar sus contrapartes unidimensionales de maneras naturales.[22] Sin embargo, en el contexto multidimensional, el paso de identificación ya no es elemental y las propiedades deben ser vistas como restricciones conjuntas al método de identificación ρ y a la medida agregada M y, por lo tanto, en la metodología general $\mathcal{M}$. Algunas propiedades (como la 'simetría' descrita a continuación) sólo utilizan ρ para encontrar niveles de pobreza. Otras (como el 'enfoque de la pobreza') hacen un uso explícito de ρ para restringir la consideración a ciertas matrices de datos o a ciertos cambios cubiertos por el axioma. En la discusión que sigue supondremos que se ha seleccionado una ρ específica y utilizaremos la afirmación 'M satisface el axioma A' como una abreviación de '(ρ, M) satisface el axioma A'. En particular, ρ_k será el método de identificación utilizado siempre que se discuta M_α o H.[23]

Una propiedad central que satisfacen M_α y H es la 'descomponibilidad', la cual requiere que la pobreza general sea el promedio ponderado de los niveles de pobreza de los subgrupos, donde las ponderaciones son los porcentajes de población de los subgrupos. En símbolos, supongamos que x e y son dos matrices de datos y supongamos que (x, y) es la matriz que se obtiene al fusionar ambas; supongamos que $n(x)$ es la cantidad de personas en x (y de manera similar para $n(y)$ y para $n(x, y)$).

DESCOMPONIBILIDAD: Para cualesquiera dos matrices de datos x e y tenemos que

$$M(x, y; z) = \frac{n(x)}{n(x,y)} M(x; z) + \frac{n(y)}{n(x,y)} M(y; z).$$

[22] Tsui (1999, 2002), Atkinson (2003), Bourguignon & Chakravarty (2003), Duclos Sahn y Younger (2006), y Kakwani y Silber (2008b).

[23] Nótese que el método de identificación ρ_k también podría ser utilizado con otras mediciones multidimensionales de pobreza existentes, como ser Tsui (2002), Bourguignon y Chakravarty (2003), o Massoumi y Lugo (2008).

La aplicación reiterada de esta propiedad muestra que la descomposición es válida para cualquier cantidad de subgrupos, haciendo que sea una propiedad extremadamente útil para generar perfiles de pobreza y centrarse en poblaciones de gran pobreza.[24] Si aplicamos una medida que se descompone a una *replicación* x de y que tenga la forma $x = (y,y,\ldots,y)$, se deduce que x tiene el mismo nivel de pobreza que y. La siguiente propiedad básica es de este modo satisfecha por M_α y H.

INVARIANCIA DE REPLICACIÓN: Si se obtiene x de y mediante una replicación, entonces $M(x; z) = M(y; z)$.

Esta propiedad asegura que la pobreza se mida en relación con el tamaño de la población para permitir comparaciones significativas a través de poblaciones de distinto tamaño. Ahora, supongamos que x se obtiene de y mediante una *permutación*, con lo cual se quiere decir que $x = \Pi y$, donde Π es alguna matriz de permutación $n \times n$.[25] Esto tiene el efecto de intercambiar los vectores de desempeño entre las personas. Se ve de manera clara que a partir de las definiciones de M_α y H que ellas satisfacen la siguiente propiedad:

SIMETRÍA: Si se obtiene x de y mediante una permutación, entonces $M(x; z) = M(y; z)$.

De acuerdo con la propiedad de la simetría, si dos o más personas intercambian sus vectores de desempeños, la medición de la pobreza no se verá afectada. Esto asegura que la medida no asigne un mayor peso a alguna persona o grupo de personas.

El axioma del enfoque tradicional requiere que la medida de pobreza sea independiente de los datos de los no pobres, que en el caso de la pobreza unidimensional o de ingresos es simplemente todos los ingresos que están en o por

[24] Cualquier medición descomponible también satisface la 'consistencia de subgrupo', que exige que la pobreza general aumente cuando aumenta la pobreza en el primer subgrupo y no cae en el segundo (con tamaños de población fijos). Como se discute en Foster, Greer y Thorbecke (1984), y Foster y Sen (1997), es esta propiedad la que permite la coordinación de las políticas locales y nacionales de alivio de la pobreza.

[25] Una matriz de permutación Π es una matriz cuadrada con un único '1' en cada fila y cada columna, y el resto '0'.

encima de la línea única de la pobreza.[26] En un entorno multidimensional, una persona no pobre puede sufrir privaciones en varias dimensiones, mientras que una persona pobre bien podría estar por encima de varias líneas de corte de privaciones. M_α y H satisfacen dos formas del axioma del enfoque, una que se refiere a los pobres y otra que se refiere a las dimensiones donde se sufren privaciones. Decimos que x se obtiene de y mediante un *incremento simple* si $x_{ij} > y_{ij}$ para algún par $(i, j) = (i', j')$ y $x_{ij} = y_{ij}$ para cualquier otro par $(i, j) \neq (i', j')$. Decimos que es un incremento simple *entre los no pobres* si i' no está en Z para y (ya sea que i' sufra privaciones o no en j'); este es un incremento simple *entre quienes no sufren privaciones* si $y_{ij} \geq z_j$ para $(i, j) = (i', j')$, ya sea que i' sea pobre o no.

ENFOQUE DE POBREZA: Si x se obtiene de y mediante un incremento simple entre los no pobres, entonces $M(x; z) = M(y; z)$.

ENFOQUE DE LAS PRIVACIONES: Si x se obtiene de y mediante un incremento simple entre quienes no sufren privaciones, entonces $M(x; z) = M(y; z)$.

En el axioma del enfoque de la pobreza, el conjunto Z de pobres es identificado utilizando ρ y se exige que M permanezca sin cambios cuando cualquiera que esté afuera de Z experimente un incremento simple. Este es un requisito básico que asegura que M mida la pobreza de manera consistente con el método de identificación ρ. En el caso de M_α y H, los pobres son identificados utilizando ρ_k y los desempeños de los no pobres son filtrados antes de la agregación. Por lo tanto, estos satisfacen el axioma del enfoque de la pobreza. En el axioma del enfoque de las privaciones, el incremento simple se define independientemente del método de identificación particular utilizado y es aplicable a todas las observaciones donde no hay privaciones en y –de manera indistinta entre los pobres como entre los no pobres. Para las mediciones M_α y H, un incremento simple en una observación donde no hay privaciones deja a $g^\alpha(k)$ sin modificaciones y, por lo tanto éstas también satisfacen el axioma del enfoque de las privaciones.

[26] Una definición alternativa considera como pobres a las personas que están en o debajo de la línea de corte.

Es posible que una metodología de pobreza multidimensional siga el axioma del enfoque de la pobreza sin satisfacer el axioma de privaciones. Consideremos, por ejemplo, un enfoque unidimensional que, digamos, suma las dimensiones para crear una variable de ingreso, identifica a los pobres utilizando una línea de corte agregada y emplea una medición estándar de pobreza basada en los ingresos. Dados los supuestos equilibrios que existen entre las dimensiones, es posible que una persona pobre salga del umbral de la pobreza como resultado de un incremento en una dimensión donde no hay privaciones, disminuyendo el nivel de pobreza medido y violando así el enfoque de las privaciones. En cambio, el axioma del enfoque de las privaciones puede ser satisfecho sin aceptar el axioma del enfoque de la pobreza: supongamos que se toma como medida una brecha promedio $\mu(g^1)$ para todas las privaciones (pobres y no pobres) y que al mismo tiempo se utilice un enfoque de intersección para la identificación.[27]

El siguiente conjunto de propiedades asegura que una medida de pobreza multidimensional tenga la orientación adecuada. Consideremos las siguientes ampliaciones a la definición de un incremento simple: decimos que x se obtiene de y por un *incremento de privaciones entre los pobres* si además de ser un simple incremento tenemos $z_{j'} > y_{i'j'}$ para $i' \in Z$; es un *incremento dimensional entre los pobres* si satisface $x_{i'j'} \geq z_{j'} > y_{i'j'}$ para $i' \in Z$. En otras palabras, un incremento de privaciones entre los pobres mejora el desempeño de privaciones de una persona pobre mientras que un incremento dimensional entre los pobres elimina completamente la privación. Consideremos las siguientes propiedades.

MONOTONICIDAD DÉBIL: Si se obtiene x de y mediante un incremento simple, entonces $M(x; z) \leq M(y; z)$.

MONOTONICIDAD: M satisface la monotonicidad débil y lo siguiente: si se obtiene x de y mediante un incremento de privaciones entre los pobres, entonces $M(x; z) < M(y; z)$.

---

[27] Las dos formas de axioma de enfoque están relacionadas en ciertos casos. Cuando se utiliza la identificación de la unión, se puede demostrar que el axioma del enfoque en las privaciones implica el axioma del enfoque en la pobreza; o bien, cuando se utiliza el enfoque de intersección, el axioma del enfoque en la pobreza supone la versión de las privaciones. Bourguignon y Chakravarty (2003), por ejemplo, toman el axioma del enfoque en las privaciones (su 'axioma de enfoque fuerte') junto con una identificación de unión y, por lo tanto, su metodología automáticamente satisface el axioma del enfoque en la pobreza.

MONOTONICIDAD DIMENSIONAL: Si se obtiene x de y mediante un incremento dimensional entre los pobres, entonces $M(x; z) < M(y; z)$.

La monotonicidad débil asegura que la pobreza no aumente cuando hay una mejora inequívoca en los desempeños. La monotonicidad además exige que la pobreza disminuya si la mejora ocurre en una dimensión de privación de una persona pobre. La monotonicidad dimensional especifica que la pobreza debería disminuir cuando la mejora elimina la privación por completo; esto está claramente implícito por la monotonicidad. Cada M_α y H satisfacen la monotonicidad débil; cada M_α (y no H) satisface la monotonicidad dimensional; y cada medición M_α con $\alpha > 0$ satisface la monotonicidad, mientras que H y M_0 no lo hacen.

Los axiomas de monotonicidad débil y de enfoque aseguran que una medida M logre su valor más alto en x^0 en la cual todos los desempeños son 0 (y, por lo tanto, cada persona sufre privaciones máximas), mientras que ésta logra su valor más bajo en cualquier x^z en la cual todos los desempeños alcanzan o exceden las líneas de corte de privaciones dadas en z (y, por lo tanto, nadie sufre privaciones). La 'no trivialidad' asegura que estos valores máximos y mínimos sean diferentes, mientras que la 'normalización' va más allá y asigna un valor de 1 a x^0 y un valor de 0 a cada x^z. Ambos son satisfechos por cada miembro de la clase M_α y H.

NO TRIVIALIDAD: M alcanza al menos dos valores diferentes.

NORMALIZACIÓN: M alcanza un valor mínimo de 0 y un valor máximo de 1.

Uno puede explorar si la medición también es sensible a la desigualdad entre los pobres para cualquier medición de pobreza multidimensional que satisface la monotonicidad. La noción más simple de este tipo se basa en 'promediar' los vectores de desempeño de dos personas pobres, i e i', donde la persona i recibe $\lambda > 0$ del primer vector y $1-\lambda > 0$ del segundo con las proporciones en orden invertido para la persona i'. Siguiendo a Kolm (1977), estas d 'transferencias progresivas' entre los pobres representan una disminución inequívoca en la desigualdad, la cual algunos argumentarían que debería verse reflejada en un valor menor o igual de pobreza multidimensional. En general, decimos que se obtiene x de y al *promediar los desempeños entre los pobres* si $x = By$ para algunas matrices biestocásticas B de dimensión $n \times n$[28] que satisfacen $b_{ii} = 1$ para cada persona no pobre i en y. Nótese que el requisito $b_{ii} = 1$ asegura que todas las columnas de los no pobres en y permanezcan sin alteración en x, mientras que el hecho de que B sea biestocástica asegura que las columnas de los pobres en x se obtengan como combinación convexa de las columnas de los pobres en y, y por lo tanto, que la desigualdad haya disminuido o permanecido igual. Consideremos la siguiente propiedad.

TRANSFERENCIA DÉBIL: Si se obtiene x de y promediando los desempeños entre los pobres, entonces $M(x; z) \leq M(y; z)$.

Este axioma asegura que el promediar los desempeños entre los pobres genere un nivel de pobreza que es menor o igual al nivel original de pobreza.[29]

Podemos demostrar que M_α satisface el axioma de transferencia débil para $\alpha \geq 1$. De hecho, supongamos que se obtiene x de y promediando los desempeños de los pobres. Luego, donde q es la cantidad de personas pobres en y, y' es la matriz que se obtiene de y al reemplazar cada una de las filas no pobres n-q de y con el vector z. De manera similar, supongamos que x' es la matriz que se obtiene de x al reemplazar las mismas filas n-q con z. Claramente, $M_\alpha(y; z) = M_\alpha(y'; z)$ y $M_\alpha(x; z) = M_\alpha(x'; z)$. Para cualquier matriz de datos v, supongamos que $g^\alpha(v)$ denota la matriz de las potencias α de brechas (o déficits) normalizadas asociados con v y nótese que $\mu(g^\alpha(v))$ es una función convexa de v para $\alpha \geq 1$. Como $x' = By'$ para una matriz biestocástica B, se desprende que $\mu(g^\alpha(x')) \leq \mu(g^\alpha(y'))$. Pero $M_\alpha(y'; z) = \mu(g^\alpha(y'))$ mediante la construcción de y', y si la cantidad de pobres en x es q, entonces $M_\alpha(x'; z) = \mu(g^\alpha(x'))$ y entonces terminaríamos aquí. Sin embargo, también es posible que la cantidad de pobres en x sea menor que q; en otras palabras, el proceso de suavización ha desplazado a por lo menos una persona de ser pobre a ser no pobre. Entonces, se desprende que las filas asociadas en $g^\alpha(x')$ deberán ser censuradas al medir $M_\alpha(x'; z)$, lo cual implica que $M_\alpha(x'; z) \leq$

[28] Una matriz biestocástica es una matriz cuadrada no negativa que tiene la propiedad de que la suma de los elementos en cada fila (o columna) es 1.
[29] Ver Tsui (1999), que llama a esta propiedad el Axioma de transferencia mínima sin aumento de la pobreza.

$\mu(g^{\alpha}(x'))$. De cualquier manera, se deduce que $M_\alpha(x; z) \leq M_\alpha(y; z)$ y, por lo tanto, M_α satisface el axioma de transferencia débil para $\alpha \geq 1$.

Una segunda noción de sensibilidad a la desigualdad puede definirse siguiendo el trabajo de Atkinson y Bourguignon (1982). El concepto se basa en una forma distinta de 'promediar' entre dos personas pobres, mediante la cual una persona comienza con un poco más de cada desempeño que la segunda persona, pero luego intercambia uno o más niveles de desempeño con la segunda persona de manera tal que esta clasificación ya no sea válida. Motivados por el trabajo de Boland y Proschan (1988), decimos que se obtiene x de y mediante una *reorganización simple entre los pobres* si hay dos personas i e i' que son pobres en y, tal que para cada j ya sea $(x_{ij}, x_{i'j}) = (y_{ij}, y_{i'j})$ o $(x_{ij}, x_{i'j}) = (y_{i'j}, y_{ij})$, y para cualquier otra persona $i'' \neq i, i'$ tenemos $x_{i''j} = y_{i''j}$. En otras palabras, una reorganización simple entre los pobres reasigna los desempeños de las dos personas pobres pero deja los desempeños de todos los demás sin modificar. Decimos que se obtiene x de y mediante una *reorganización de asociación decreciente entre los pobres* si, además, los vectores de desempeño de i e i' son comparables por el criterio del vector dominante en y pero no son comparables en x. La siguiente propiedad asegura que la reducción de la desigualdad de esta manera genere un nivel de pobreza que es menor o igual al nivel original.

REORGANIZACIÓN DÉBIL: Si se obtiene x de y mediante una reorganización decreciente de la asociación entre los pobres, entonces $M(x; z) \leq M(y; z)$.

Nótese que la reorganización no cambia el conjunto de los pobres ni tampoco el conjunto de desempeños entre los pobres para asegurarse de que todos los M_α y H satisfacen el axioma. Por lo tanto, tanto H como M_α no se ven afectados por la reorganización y sólo satisfacen el axioma.[30]

En resumen, M_α satisface la descomponibilidad, la invariancia de replicación, la simetría, los enfoques de la pobreza y las privaciones, la monotonicidad débil y dimensional, la no trivialidad, la normalización y la reorganización débil para $\alpha \geq 0$; la monotonicidad para $\alpha > 0$; y la transferencia débil para $\alpha \geq 1$. H satisface todos los axiomas menos la monotonicidad dimensional y la monotonicidad.

[30] Tsui (1999) llama a esto Reorganización no decreciente de la pobreza.

La estructura de M_α puede ser utilizada para construir las siguientes fórmulas que son útiles en aplicaciones empíricas:

(1a) $M_\alpha(y; z) = \Sigma_i\, \mu(g_i^\alpha(k))/n$

(1b) $M_\alpha(y; z) = \Sigma_j\, \mu(g_{*j}^\alpha(k))/d$

donde $g_i^\alpha(k)$ es la fila i^{va} y $g_{*j}^\alpha(k)$ es la columna j^{va} de la matriz censurada $g^\alpha(k)$. En principio, uno podría aplicar M_α a la 'matriz' $1 \times d$ que contiene sólo el vector de desempeño y_i de la persona i para obtener el nivel de pobreza de esa persona. Pero resulta que $M_\alpha(y_i; z) = \mu(g_i^\alpha(k))$ y, de esta manera, (1a) se convierte en $M_\alpha(y; z) = \Sigma_i M_\alpha(y_i; z)/n$, o en una aplicación del axioma de descomposición de la población a subgrupos de un solo miembro. Mientras que cada vector de desempeño y_i contiene la información necesaria para completar el paso de identificación para i, el vector de la columna y_{*j} de los desempeños dimensionales j^{vos} no la contiene, ya que se necesitan las dimensiones restantes para identificar a las personas que no son pobres y, por lo tanto, las filas que son filtradas para obtener $g^\alpha(k)$ de g^α. Se deduce, entonces, que M_α no es, estrictamente hablando, plenamente descomponible por dimensión. Sin embargo, una vez que el paso de identificación se ha completado y que las filas de no pobres de g^α se han filtrado para obtener $g^\alpha(k)$, la fórmula de agregación anteriormente descrita muestra que la pobreza general es el promedio de la cantidad d de distintos valores dimensionales $\mu(g_{*j}^\alpha(k))$. En consecuencia, la expresión $(1/d)\mu(g_{*j}^\alpha(k))/M_\alpha(y; z)$ puede ser interpretada como la contribución post identificación de la dimensión j a la pobreza multidimensional general.[31]

7. EL CASO ORDINAL

Los datos que describen las capabilidades y funcionamientos[32] son a menudo ordinales por naturaleza, y colectivamente pueden no tener una base fuerte para hacer comparaciones entre dimensiones. Estos aspectos presentan un desafío central para la medición multidimensional de la pobreza basada en el enfoque de las capabilidades. En esta sección analizamos el problema de las variables ordinales y no comparables y

[31] La fórmula (1b) no ofrece una descomposición plena por dimensiones, ya que toma el paso de identificación como dado. La verdadera contribución de una dimensión a la pobreza multidimensional también incluiría su impacto potencial sobre la identificación. Este es un tema para una discusión futura.
[32] Del inglés "functionings" definido por Sen como 'las diferentes cosas que una persona puede valorar ser o hacer' (1999, p75, traducción libre).

ofrecemos una solución robusta a través de la tasa de recuento ajustada y sus índices relacionados.

Algunas variables, como el ingreso, son comúnmente tomadas como pasibles de ser medidas en una escala proporcional, lo cual significa que tienen un cero natural y son únicas hasta ser multiplicadas por una constante positiva. Supongamos que Λ es la matriz diagonal $d \times d$ que tiene $\lambda_j > 0$ como su elemento diagonal j^{vo}. La multiplicación de la matriz Λ por y y z tiene el efecto de modificar la escala de los desempeños de la dimensión j y la línea de corte por λ_j, que es precisamente la transformación permisible para las variables en forma de razones de escala. De hecho, es fácil demostrar que $M_\alpha(y\Lambda; z\Lambda) = M_\alpha(y; z)$ y que por lo tanto, los valores de pobreza obtenidos por los índices *FGT* ajustados son significativos cuando se miden los desempeños como variables de razones de escala.[33]

Por el contrario, si los desempeños son variables ordinales sin una base común para ser comparados, entonces esto significa que cada variable puede ser transformada independientemente por una función incremental arbitraria. Para $j = 1,\ldots, d$, supongamos que f_j: $R_+ \rightarrow R_+$ sea cualquier función estrictamente incremental en los números reales no negativos R_+. Supongamos que $f(\mathrm{y})$ describa a la matriz cuya ij^{va} entrada es $f_j(y_{ij})$ y supongamos que $f(z)$ sea el vector cuya j^{va} entrada es $f_j(z_j)$. Entonces, M_0 tiene la propiedad de que $M_0(f(\mathrm{y}); f(z)) = M_0(\mathrm{y}; z)$, y por lo tanto el valor de pobreza determinado por la tasa de recuento ajustada es significativo aun cuando los desempeños sean variables ordinales.[34] Sin embargo, para $\alpha > 0$ es claro que M_α no comparte esta propiedad y, quizás más importante, el *ordenamiento* que subyace no es invariante a las transformaciones monotónicas de este tipo. De hecho, para cualquier $\alpha > 0$ es fácil construir ejemplos para los cuales $M_\alpha(\mathrm{x}; z) > M_\alpha(\mathrm{y}; z)$ y aún tener que $M_\alpha(f(\mathrm{y}); f(z)) < M_\alpha(f(\mathrm{x}); f(z))$. La misma crítica se aplica a casi cualquier medición multidimensional de la pobreza definida en la literatura y es por esto que debe tomarse cuidado especial para no utilizar medidas cuyos juicios sobre la pobreza no sean significativos (es decir, ser reversibles bajo transformaciones monotónicas de las variables) cuando las variables son ordinales. Si bien la tasa de recuento H sí pasa esta prueba, lo hace a expensas de violar la monotonicidad dimensional. Por el contrario, la

[33] Nótese que cada variable está siendo transformada independientemente; se obtienen comparaciones significativas sin suponer explícitamente la posibilidad de comparar variables entre dimensiones.

[34] Nótese que M_0 también puede aplicarse a ciertas variables categóricas (que no necesariamente admiten un ordenamiento por categorías), siempre y cuando la categoría de línea de corte pueda ser comparada a todas las demás categorías y por lo tanto las categorías puedan ser dicotomizadas.

tasa de recuento ajustada ofrece tanto comparaciones significativas como propiedades axiomáticas favorables y, en consecuencia, se recomienda su uso cuando los datos sobre los desempeños son ordinales. Además, M_0 tiene un vínculo conceptual interesante con el marco de capabilidades y la medición de la libertad de Sen (1985b, 1985a, 1987, 1992a, 1993), la cual discutiremos ahora en un breve desvío.

7.1 *La pobreza como falta de libertad*

El enfoque de capacidades de Sen requiere una base para comparar conjuntos de oportunidades en términos de sus niveles de 'libertad' o las posibilidades de elegir que permiten. Se pueden utilizar muchas bases alternativas de comparación. Pattanaik y Xu (1990) se centran en lo que Sen llama el valor intrínseco de la libertad y proponen evaluar la libertad de un conjunto en términos de la cantidad de opciones presentes en él. Existe una gran cantidad de literatura que ha investigado y criticado este tema (Pattanaik y Xu, 1990; Klemisch-Alhert, 1993; Gravel, 1994, 1998; Pattanaik y Xu, 1998, 2000; Bavetta y Del Seta, 2001; Gekker, 2001; Fleurbaey, 2002). En una revisión reciente de esta literatura, Foster (2008) utilizó una representación vectorial de conjuntos de oportunidades para reinterpretar el resultado de Pattanaik y Xu como un teorema de representación aditivo. Utilizaremos la caracterización de Foster en la discusión siguiente de M_0 y su método de identificación.

Supongamos que M es una medición de la pobreza que satisface la descomponibilidad, la monotonicidad débil, la no trivialidad, y una última propiedad de *dicotomización* que requiere que $M(x; z) = M(y; z)$ para todas las x e y que tengan la misma matriz de privaciones g^0. Las primeras tres propiedades son satisfechas por todos los miembros de M_α ; sin embargo, M_0 es la única medida ajustada *FGT* que satisface la dicotomización, y es ésta propiedad la que asegura que los niveles de pobreza y las comparaciones sean significativas para M_0 cuando las variables dimensionales son ordinales. Llamaremos a una medición que satisface *las cuatro* propiedades una *medida dicotómica estándar*.

A través de la descomponibilidad, la estructura de M depende por completo de la manera en que M mide la pobreza entre los subgrupos de un solo miembro; además, a través de la dicotomización, esta medida individual de la pobreza puede expresarse como una función $F(v)$ del *vector de privación* $v = g_i^0$ (que es el i^{vo} vector fila de ceros y unos tomado de g^0) del individuo. En el caso de M_0, tenemos $F(v) = \mu(v(k))$, donde

$v(k)$ es la distribución censurada definida como $v(k) = v$ si $|v| \geq k$ y $v(k)$ es el vector cero de largo d si $|v| < k$. Ahora exploraremos las formas posibles en las que F puede adoptar para mediciones dicotómicas estándar. Nótese que mientras la definición de M_0 se basa en la identificación de línea de corte dual ρ_k, no hemos especificado el método de identificación ρ empleado por el índice general M. Por lo tanto, una segunda pregunta de interés es qué formas de identificación podrían ser consistentes con diversas propiedades satisfechas por M_0.

La función de pobreza individual F para M_0 tiene dos propiedades adicionales de interés. En primer lugar, satisface el *anonimato* o el requisito de que $F(v) = F(v\Pi)$, donde Π es cualquier matriz de permutación $d \times d$.[35] Esta propiedad implica que todas las dimensiones sean tratadas simétricamente por la medida de pobreza. En segundo lugar, satisface la *cuasi-independencia*, que establece que si $v_j = u_j = 1$, y $F(v) \geq F(u)$, entonces $F(v - e_j) \geq F(u - e_j)$.[36] Bajo esta presunción, el remover la misma privación dimensional de dos vectores de privación debería preservar el ordenamiento (débil) de los dos vectores. Tenemos el siguiente resultado:

TEOREMA 1: Supongamos que F es la función de pobreza individual asociada con una medición de pobreza dicotómica estándar. F satisface el anonimato y la cuasi-independencia sí y solo si existe alguna $k = 1,\ldots, d$ tal que para cualquier vector de privación v y v' tengamos: $F(v') \geq F(v)$ si y sólo si $\mu(v'(k)) \geq \mu(v(k))$.

DEMOSTRACIÓN: Supongamos que $S = \{v \in R^d : v_i = 0 \text{ or } v_i = 1 \text{ para toda i}\}$ es el conjunto de todos los vectores de privación y supongamos que $F: S \rightarrow R$ es una función de pobreza individual asociada con una medición de pobreza dicotómica estándar tal que F satisface el anonimato y la cuasi-independencia. Debido al anonimato, todos los vectores $v, v' \in S$ con $|v| = |v'|$ deberán satisfacer $F(v) = F(v')$. Dicho en otras palabras, el valor de $F(v)$ depende por completo de la cantidad de privaciones en v. La monotonicidad débil implica que $F(v) \leq F(v')$ para $|v| \leq |v'|$ y, de este modo, el valor de $F(v)$ se incrementa de una manera débil en la cantidad de privaciones en v. Mediante la no trivialidad y la descomponibilidad, se deduce que $F(v) > F(0)$ para $|v| = d$.

[35] El anonimato es el análogo de la 'Indiferencia entre situaciones de no elección' (*INS*) de Pattanaik y Xu cuando se toma la *INS* junto con sus otras presunciones. Ver Foster (2008).

[36] El símbolo e_i hace referencia al i^{vo} vector de base usual $(0,\ldots,1,\ldots,0)$ cuya única entrada que no es cero '1' está en la i^{va} coordenada. Nótese que la semiindependencia es un debilitamiento de la propiedad de 'Independencia' encontrada en Pattanaik y Xu (1990).

Supongamos que k es el conteo de privaciones más bajo para lo cual $F(v)$ está estrictamente por encima de $F(0)$; en otras palabras, $F(v) = F(0)$ para $|v| < k$, y $F(v) > F(0)$ para $|v| \geq k$. La cuasi-independencia asegura que F debe de incrementarse en la conteo de privaciones por encima de k. Porque supongamos que $F(u) = F(u')$ para $u, u' \in S$ con $k \leq |u| < |u'|$. Entonces, a través de la aplicación reiterada del anonimato y de la cuasi-independencia tendríamos que $F(v) = F(v')$ para algunos $v, v' \in S$ con $|v| < k \leq |v'|$, lo cual resulta en una contradicción. Se deduce, entonces, que $F(v)$ es constante en $v|$ para $|v| < k$ e incremental en $v|$ para $k \leq |v|$. Claramente, esto es precisamente el patrón exhibido por la función $\mu(v(k))$, y por lo tanto la demostración es satisfactoria.

Dicho lo anterior en palabras, cualquier F que satisfaga las presunciones dadas debe jerarquizar los vectores de privación individual exactamente de la misma manera que la metodología de la pobreza (ρ_k, M_0) para algunas k. Este resultado es especialmente contundente ya que caracteriza no sólo un índice de la pobreza sino también la forma de identificación a ser utilizada con él.

La demostración del resultado sigue de manera cercana la generalización de Pattanaik y Xu dada en Foster (2008). En particular, si se requiriera la *independencia* plena de manera que lo condicional en la cuasi-independencia se convirtiera en equivalencia plena, entonces una analogía directa del resultado Pattanaik y Xu obtendría, a saber, $F(v') \geq F(v)$ si y sólo si $\mu(v') \geq \mu(v)$. En esta especificación, F haría comparaciones de pobreza individual de la misma manera que lo hace la M_0 identificada por la unión: contando todas las privaciones.

Si bien el teorema identifica de manera única la clasificación de pobreza sobre los vectores de privación individual, este deja abierta una cantidad importante de posibilidades para el índice general M, una para cada forma funcional específica adoptada por F. Por ejemplo, la función $F(v) = \mu(v(k))^2$ clasifica a los vectores individuales como lo hicimos anteriormente pero genera, además, una medida agregada M diferente que pone mayor énfasis en personas con mayor número de privaciones. Sería interesante explorar formas alternativas para F y sus índices de pobreza asociados, cada uno de los cuales sería aplicable a datos ordinales.

7.2 *Datos ordinales y cardinales*

Los datos disponibles para una evaluación multidimensional de la pobreza pueden ser ordinales para algunas dimensiones y cardinales para otras. El ingreso, por ejemplo, es a menudo considerado una variable cardinal, mientras que los datos que ofrecen las autoevaluaciones de salud son generalmente considerados puramente ordinales.[37] El caso mixto no constituye un problema para el método de identificación de línea de corte dual ρ_k ni tampoco para la medición de recuento ajustada M_0, la cual dicotomiza todas las variables antes de agregarlas. Sin embargo, para M_1 y para las demás medidas monotónicas M_α surge una tensión entre las dimensiones ya que no pueden ser aplicadas a dimensiones ordinales y, al mismo tiempo, la dicotomización de las dimensiones cardinales hace que se pierda información valiosa. En tales situaciones, puede haber espacio para crear una matriz de privaciones híbrida en la cual las observaciones son brechas normalizadas para las dimensiones cardinales, y privaciones con valores de 0 o 1 para el resto. Las mediciones monotónicas M_α luego pueden ser calculadas a partir de esta matriz para obtener mediciones que reflejen la profundidad de la privación en cada dimensión cardinal, pero siguiendo las restricciones de medidas ordinales para las dimensiones restantes. Sin embargo, en la práctica, este proceso también puede incrementar el peso efectivo sobre las dimensiones ordinales –especialmente a medida que α aumenta- ya que todas las personas que sufren privaciones parecerán tener el grado más severo de privaciones posible. Como corrección, puede que sea necesario considerar ponderaciones diferentes para cada dimensión, siendo ésta una posibilidad que será discutida en plenitud a continuación.

8. PONDERACIONES GENERALES

Hasta ahora hemos asignado implícitamente el mismo peso $w_j = 1$ a cada dimensión j al utilizar una metodología de medición de la pobreza basada en recuentos de privaciones y promedios simples. Esto es apropiado cuando no hay motivos convincentes para considerar que una dimensión es más importante que otra o cuando las dimensiones han sido elegidas intencionalmente para que tengan una importancia relativamente equitativa. Como observan Atkinson *et al.*, "la interpretación de los conjuntos de indicadores es mitigada en gran medida cuando los componentes individuales tienen grados de importancia que, si bien no son necesariamente exactamente iguales, tampoco son burdamente diferentes" (2002, pág. 25; traducido del original, ver también Atkinson 2003 pág. 58).

[37] Ver Allison y Foster (2004) para una discusión extensa de las propiedades de medición de los informes propios de salud.

Sin embargo, a veces hay argumentos que son razonablemente convincentes para adecuar los pesos específicos de cada dimensión. Podría argumentarse que la elección de pesos relativos para las dimensiones es un juicio de valor normativo, y por tanto debería estar abierto al debate y al escrutinio público: "No es tanto una cuestión de hacer un referéndum sobre los valores que se utilizarán, sino la necesidad de asegurarse de que los pesos específicos –o la escala de ponderaciones- utilizados permanezcan abiertos a la crítica y al escrutinio, y que aun así gocen de una aceptación pública razonable" (Foster y Sen 1997, traducido del original). A continuación, no discutiremos cómo se podrían elegir los pesos específicos para cada dimensión, sino sólo cómo podrían aplicarse dentro de la estrategia de identificación y las medidas agregadas desarrolladas en este documento. Claramente, también es deseable hacer pruebas para determinar cuán robustas son las ponderaciones utilizadas para cualquier aplicación práctica (Foster, McGillivray and Seth, 2007).

Supongamos que w es un vector fila dimensional d de números positivos que suman d, cuya j^{va} coordenada w_j es el peso asociado a la dimensión j. Definamos $g^{\alpha} = [g_{ij}^{\alpha}]$ para que sea la matriz $n \times d$ cuyo elemento típico es $g_{ij}^{\alpha} = w_j((z_j\text{-}y_{ij})/z_j)^{\alpha}$ siempre que $y_{ij} < z_j$, mientras que $g_{ij}^{\alpha} = 0$ en caso contrario. A partir de las filas g_i^0 de la matriz ponderada de privaciones g^0, construyamos el vector c del conteo de privaciones ponderadas, cuya i^{va} entrada $c_i = |g_i^0|$ es la suma de los pesos asignados a las dimensiones en las cuales i sufre de privaciones. Cada c_i varía entre 0 y d y, por lo tanto, se considera que la línea de corte dimensional es un número real k que satisface $0 < k \leq d$. El método de identificación de línea de corte dual generalizado ρ_k se define por $\rho_k(y_i; z) = 1$ siempre que $c_i \geq k$, y $\rho_k(y_i; z) = 0$ siempre que $c_i < k$; en otras palabras, si el indicador de privaciones c_i satisface $c_i \geq k$, entonces la persona i es identificada como pobre; de lo contrario, i es una persona no pobre. Como mencionamos anteriormente, las versiones censuradas $c(k)$ y $g^{\alpha}(k)$ reemplazan los datos de las personas no pobres con un 0. Si $k = \min\{w_j\}$, obtenemos el caso de identificación de unión, mientras que si $k = d$, el de intersección; por lo tanto, el método de identificación ρ_k incluye ambos métodos. Nótese que la especificación $w_j = 1$ para $j = 1,\ldots, d$ corresponde al caso anterior, donde cada dimensión tiene el mismo peso y la línea de corte dimensional k es un número entero. La especificación $w_1 = d/2$ y $w_2 = \ldots = w_d = d/\{2(d\text{-}1)\}$ es un ejemplo de una estructura de ponderación *anidada*, donde el peso general primero se distribuye en partes iguales entre la dimensión 1 y las restantes dimensiones (d-1), y luego el peso asignado al segundo grupo es asignado de manera equitativa entre las dimensiones (d-1). Una línea de corte de $k = d/2$, por ejemplo, identificaría entonces como pobre a cualquiera que sufra privaciones tanto en la dimensión 1 o en todas las dimensiones restantes.

Podemos revisar la definición de cada uno de nuestros índices de pobreza multidimensionales para acomodar ponderaciones generales. La tasa de recuento es $H = q/n$, donde q es la cantidad de personas pobres identificada por ρ_k. Para la tasa de recuento ajustada, definimos la proporción promedio de privaciones como $A = |c(k)|/(qd)$, de manera que $M_0 = HA = \mu(g^0(k))$, de manera análoga a la definición anterior de los pesos equitativos. La brecha de la pobreza ajustada puede expresarse en términos de la brecha promedio $G = |g^1(k)|/|g^0(k)|$ o directamente en términos de la matriz $g^1(k)$ de la siguiente manera: $M_1 = HAG = \mu(g^1(k))$. Las definiciones hechas de manera análoga para la medida ajustada M_2 son $S = |g^2(k)|/|g^0(k)|$, y por lo tanto, $M_2 = HAS = \mu(g^2(k))$. En general, la definición para la familia de medidas ajustadas FGT está dada por $M_\alpha = \mu(g^\alpha(k))$ para $\alpha \geq 0$. Es fácil verificar que cada uno de estos índices satisface las mismas propiedades en este contexto que cuando tenían una ponderación equitativa.[38]

9. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

Ahora ilustraremos la metodología de medición y sus variaciones, utilizando datos de Indonesia y Estados Unidos.

9.1 *Estados Unidos*

Para hacer una estimación de la pobreza multidimensional en Estados Unidos utilizamos datos de la Encuesta Nacional de Salud[39] de 2004 en adultos de 19 años de edad o más (n = 45,884). Nos basamos en cuatro variables: (1) ingreso medido en aumentos en la línea de la pobreza y agrupados en 15 categorías, (2) autoevaluaciones de salud, (3) seguro médico y (4) años de escolaridad. Para hacer esta ilustración suponemos que todas las variables son ordinales y por lo tanto restringimos nuestra consideración a H y M_0. Las líneas de corte dimensionales son las siguientes: se considera que la persona sufre privaciones en la dimensión respectiva si (1) vive en un

[38] Nótese que, en principio, se podría usar un conjunto distinto de pesos para la identificación y la agregación. También es claro que cuando se utilizan ponderaciones generales, las mediciones de pobreza individual pueden dejar de satisfacer la propiedad del anonimato.
[39] US National Center for Health Statistics (2004b).

hogar que cae debajo de la línea de ingresos de pobreza estándar, (2) informa que su salud es 'regular' o 'mala', (3) no tiene seguro médico o, (4) no tiene estudios secundarios completos.[40] La población está dividida en cuatro grupos: hispanos/latinos, blancos (no hispanos), negros/afroamericanos (no hispanos) y otros.

La Tabla 1 presenta la tasa de recuento tradicional de ingresos de pobreza (la proporción de la población por debajo de la línea de corte de ingresos), y las mediciones multidimensionales H and M_0, donde las últimas son evaluadas utilizando $k = 2$ y pesos iguales. La columna 3 da la proporción de la población dentro de cada grupo, mientras que la columna 5 presenta la proporción de todos los pobres en términos de ingresos en cada grupo. Si comparamos estas dos columnas vemos que la incidencia de la pobreza de ingresos es desproporcionadamente alta para las poblaciones hispanas y afroamericanas. Pasando ahora a la tasa de recuento multidimensional H, la columna 7 da el porcentaje de todas las personas multidimensionalmente pobres que identificamos dentro de cada grupo. El porcentaje de los que son multidimensionalmente pobres que pertenecen al grupo hispano es mucho mayor que la cifra respectiva en la columna 5, mientras que el porcentaje de afroamericanos es significativamente menor, lo cual ilustra cómo nuestro enfoque multidimensional hacia la identificación de los pobres puede alterar el perfil tradicional de pobreza basado en el ingreso. Mientras que la columna 7 muestra la distribución de personas pobres entre los distintos grupos, la columna 9 enumera la distribución de las *privaciones* sufridas por las personas pobres en cada grupo. Las cifras resultantes para M_0 revelan con mayor detalle la contribución desproporcionada de los hispanos a la pobreza que evidente en esta serie de datos.

Tabla 1: Perfil de la pobreza en EEUU por grupo étnico/racial

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Grupo	**Población**	**Porcentaje de contrib.**	**Recuento de pobreza de ingresos**	**Porcentaje de contrib.**	***H***	**Porcentaje de contrib.**	M_0	**Porcentaje de contrib.**
Hispanos	9100	19,8%	0,23	37,5%	0,39	46,6%	0,23	47,8%
Blancos	29184	63,6%	0,07	39,1%	0,09	34,4%	0,05	33,3%
Negros	5742	12,5%	0,19	20,0%	0,21	16,0%	0,12	16,1%
Otros	1858	4,1%	0,10	3,5%	0,12	3,0%	0,07	2,8%
Total	**45884**	**100,0%**	**0,12**	**100,0%**	**0,16**	**100,0%**	**0,09**	**100,0%**

[40] Las definiciones precisas de los indicadores y sus líneas de corte respectivas están en el Apéndice.

¿Por qué es que la pobreza multidimensional muestra un panorama tan distinto? En la Tabla 2, utilizamos nuestra metodología para identificar los cambios específicos a las dimensiones que impulsan las variaciones en M_0. La columna final de la Tabla 2 reproduce los niveles de pobreza de cada grupo que fueron hallados en la columna 8 de la Tabla 1, mientras que las filas diseccionan estos niveles de pobreza por dimensión. Utilizamos la fórmula (1b), que en este caso se convierte en $M_0 = \Sigma_j H_j /d$, donde H_j es la proporción de la población respectiva que es pobre y que a su vez también sufre privaciones en la dimensión j. La primera fila muestra la descomposición para la población hispana, teniendo en la columna 2 el reporte que nos indica que el 20% de los hispanos son multidimensionalmente pobres y a la vez sufren privaciones de ingreso. La columna 6 muestra el M_0 general para los hispanos, que es simplemente el promedio de H_1 hasta H_4. La segunda fila expresa los mismos datos en términos porcentuales, y la columna 2 muestra la contribución porcentual de la dimensión de ingreso al nivel hispano de M_0 o, alternativamente, el porcentaje de todas las privaciones sufridas por la población hispana pobre que son privaciones de ingreso. Nótese que para los hispanos, la contribución dada por el seguro médico y la escolaridad es bastante alta, mientras que la contribución del ingreso es relativamente baja. Por el contrario, la contribución del ingreso para los afroamericanos es relativamente alta. Esto explica por qué, en comparación con el cálculo tradicional de pobreza basado en ingresos, el porcentaje de pobreza multidimensional general que se origina en la población hispana aumenta, mientras que la contribución para los afroamericanos es menor. El ejemplo muestra cómo la medición M_0 puede ser fácilmente desglosada por subgrupo poblacional y también por dimensión para ayudar a explicar su nivel agregado.

Tabla 2: Contribución de las dimensiones a la M_0 grupal

1	2	3	4	5	6
Grupo	H_1 *Ingreso*	H_2 *Salud*	H_3 *S. médico*	H_4 *Escolaridad*	M_0
Hispanos	0,200	0,116	0,274	0,324	0,229
Porcentaje de contrib.	21,8%	12,7%	30,0%	35,5%	100%
Blancos	0,045	0,053	0,043	0,057	0,050
Porcentaje de contrib.	22,9%	26,9%	21,5%	28,7%	100%
Afroamericanos	0,142	0,112	0,095	0,138	0,122
Porcentaje de contrib.	29,1%	23,0%	19,5%	28,4%	100%
Otros	0,065	0,053	0,071	0,078	0,067
Porcentaje de contrib.	24,2%	20,0%	26,5%	29,3%	100%
General	0,089	0,073	0,096	0,121	0,095
Porcentaje de contrib.	23,4%	19,3%	25,4%	31,9%	100%

9.2 *Indonesia*

Los datos para este ejemplo están tomados de la Encuesta de Vida Familiar Indonesa del 2000 de la Rand Corporation (Strauss, *et al.*, 2004). Nuestra muestra consiste en todos los adultos de 19 años de edad en adelante (n = 19,752). Utilizamos las siguientes cinco dimensiones (d = 5): (1) gastos medidos en rupias, (2) salud medida como índice de masa corporal o *BMI (por sus siglas en inglés)*, en kg/m^2, (3) años de escolaridad, (4) provisión de agua potable y (5) saneamiento básico. Con el propósito de ilustrar nuestra metodología, hacemos suposiciones con respecto a las propiedades de medición de las variables dimensionales, a saber, que las primeras tres son variables cardinales y las dos restantes son ordinales.[41] Las líneas de corte dimensionales son las siguientes: si una persona (1) vive en un hogar con gastos por debajo de las 150.000 rupias, (2) tiene una BMI de menos de 18,5 kg/m^2, (3) tiene menos de cinco años de escolaridad[42], (4) no tiene acceso a agua potable o provista por pozos de agua protegidos, o (5) no tiene acceso a letrinas privadas, entonces la persona sufre privaciones en la dimensión respectiva.[43]

Primero reducimos el análisis a las tres dimensiones cardinales - gastos, salud y escolaridad - para ilustrar M_α para α = 0,1, y 2,. La Tabla 3 muestra los niveles de pobreza para todos los valores de k. Vale recordar que cada una de las M_α se deriva de una combinación de los índices parciales H, A, G, y S.

Tabla 3: Mediciones multidimensionales de la pobreza: Variables cardinales y ponderaciones iguales

Medición	k = 1 (Unión)	k **= 2**	k = 3 (Intersección)
H	0,577	**0,225**	0,039
M_0	0,280	**0,163**	0,039
M_1	0,123	**0,071**	0,016

[41] Estrictamente hablando, las variables restantes son variables categóricas con entre 10 y 11 categorías cada una, y para ilustrar este hecho, se ha seleccionado un ordenamiento factible para cada dimensión (Alkire y Foster 2007). Nótese que, siempre que las categorías por debajo y por encima de la línea de corte de pobreza permanezcan inalteradas, cualquier ordenamiento alternativo daría los mismos resultados para cualquier medición que 'dicotomice' estas variables.

[42] Para simplificar, estamos ignorando el hecho de que, en los niveles más altos, el índice de masa corporal no está asociado positivamente con la salud. En la muestra, 610 individuos tenían una BMI > 30 (obesos); de estos, 214 no sufrían ninguna de las 7 privaciones restantes, 133 sufrían una privación y 162 personas obesas (el 0,8% de la población) sufrían 3 o más privaciones.

[43] En el Apéndice se presentan definiciones precisas y justificaciones acerca de las variables y de las líneas de corte.

M_2	0,088	**0,051**	0,011

Vemos en la Tabla 3 que cuando $k = 2$, el valor de la tasa de recuento es 0,225 y el valor de $M_0 = HA$ es 0,163; M_0 se aleja de H según el nivel de A. En este caso, $A = M_0 / H = 0{,}72$, lo cual indica que el 83% de los pobres sufren privaciones en exactamente dos dimensiones, mientras que el restante 17% sufre privaciones en las tres. Nótese que M_0 y H coinciden cuando todas las personas pobres sufren privaciones en d dimensiones, como siempre ocurre con el método de intersección. Ahora considerando de M_0 a $M_1 = HAG$, el factor relevante es la brecha promedio, que en este caso es $G = M_1 / M_0 = 0{,}44$. Esto indica que el desempeño promedio de una persona pobre en un estado de privación es del 56% de la línea de corte respectiva; si todos los desempeños de privaciones fueran 0 y por lo tanto G fuera 1, entonces M_1 y M_0 tendrían el mismo valor. $M_2 = HAS$ muestra una disminución más de M_1 (0,051 en lugar de 0,071) y refleja la severidad de la pobreza S. Si todas las brechas normalizadas mayores a cero fueran idénticas, podríamos esperar que S fuera igual a G^2 (o 0,19 en este caso). En cambio, $S = 0.31$, y este valor mayor refleja la desigualdad entre los estados de privación de los pobres.

Incluyamos ahora las variables restantes. Esto crea un caso 'mixto' con tres variables cardinales y dos ordinales, como se ve en la Tabla 4. Las primeras dos columnas reportan los valores de H y M_0 para la línea de corte $k = 3$ con líneas de corte adyacentes presentadas por motivos de comparación. Las últimas dos columnas presentan los valores de M_1 y M_2 calculados utilizando el procedimiento explicado anteriormente en la sección 7.2, con brechas normalizadas para los datos cardinales y valores 'dicotomizados' 0-1 de lo contrario. Nótese que no haría ninguna diferencia a M_0 (o H) si las variables fueran interpretadas como ordinales, cardinales o como una mezcla de las dos: los niveles de pobreza permanecerían iguales, enfatizando la versatilidad especial de M_0 en distintos contextos de medición.

Tabla 4: Mediciones multidimensionales de la pobreza: variables mixtas, ponderaciones iguales y generales

Línea de corte	***H***	M_0	M_1	M_2
Ponderaciones iguales				
k = 2	0,49	0,27	0,19	0,18
k = 3	**0,26**	**0,18**	**0,13**	**0,12**

k = 4	0,10	0,08	0,06	0,05
Ponderaciones generales				
k = 2	0,31	0,20	0,12	0,10
k = 3	**0,18**	**0,13**	**0,08**	**0,06**
k = 4	0,03	0,03	0,02	0,01

La primera mitad de la Tabla 4 utiliza ponderaciones iguales entre dimensiones y la segunda mitad utiliza ponderaciones generales. Aplicamos una estructura de ponderaciones 'anidada' la cual divide las cinco variables en cuatro grupos de variables igualmente ponderadas, a saber, gastos, salud, escolaridad e 'infraestructura', donde las ponderaciones dentro de la última categoría se dividen de igual manera entre las variables dicotomizadas de agua potable y saneamiento básico. Esto tiene como resultado ponderaciones de w_j = 1,25 para las primeras tres variables y w_j = 0,625 para las últimas dos, donde $|w| = d = 5$. La nueva estructura de ponderaciones claramente afecta la identificación y el significado de *k*, pero para simplificar presentamos los mismos tres valores de k. La nueva estructura desplaza el peso de las variables ordinales a las cardinales, teniendo como resultado una diferenciación levemente mayor entre los valores de M_1 y M_2. El ejemplo ilustra cómo la medición M_α puede ser utilizada con variables cardinales, con una mezcla de variables cardinales y ordinales, y con ponderaciones generales.

10. COMENTARIOS FINALES

Este documento propone una nueva metodología para la medición multidimensional de la pobreza que consiste en: *(i)* un método de identificación ρ_k que extiende los enfoques tradicionales de intersección y unión, y *(ii)* una clase de mediciones de pobreza M_α que satisface una variedad de propiedades deseables, incluyendo la descomponibilidad. Nuestro paso de identificación utiliza dos tipos de línea de corte: en primer lugar, una línea de corte dentro de cada dimensión para determinar si una persona sufre privaciones en esa dimensión; en segundo lugar, una línea de corte entre dimensiones que identifica a los pobres utilizando un recuento (ponderado) de las dimensiones en las que una persona sufre privaciones. La etapa de agregación utiliza las medidas *FGT*, ajustadas adecuadamente para dar cuenta de la multidimensionalidad. El método de identificación es particularmente apto para ser utilizado con datos ordinales, como también lo es la primera de nuestras medidas, la tasa de recuento ajustada M_0. También hemos ofrecido ejemplos empíricos para mostrar cómo se podría utilizar nuestra metodología en la práctica.

Si bien hemos enfatizado las ventajas de nuestro enfoque, sabemos que hay varios otros aspectos que ameritan ser estudiados en mayor profundidad. En primer lugar, como el método de identificación se basa en las líneas de corte, éste es sensible a ciertos cambios, pero insensible a otros. Por ejemplo, pequeños cambios en los desempeños personales en torno a una línea de corte pueden llevar a un cambio en el estatus de pobreza de un individuo, y estos cambios pueden hacer que los desempeños en el nivel de pobreza varíen de una manera discontinua.[44] Sería interesante ver si un enfoque difuso de la identificación podría eliminar la discontinuidad o si hay otras modificaciones que pudieran considerar este tema directamente. Además, el estatus de pobreza de una persona no se verá afectado por ciertos cambios importantes en los desempeños. De hecho, una persona pobre nunca podrá salir de la pobreza aumentando el nivel de un desempeño en el que no se esta privado, mientras que una persona que no es pobre nunca se volverá pobre como consecuencia de una disminución en el nivel de un desempeño donde ya sufre de privaciones. Esto quizá no sea sorprendente dado nuestro interés en aplicar el método a datos ordinales evitando la agregación antes de la identificación. Sin embargo, hay tensiones aquí que deberían ser evaluadas como parte de una investigación más sistemática de los métodos de identificación. También sería interesante caracterizar los métodos de identificación ρ que pueden ser utilizados con datos ordinales y explorar los métodos de identificación que toman en cuenta las características de los grupos así como también la de los individuos.

En segundo lugar, a diferencia de otras contribuciones recientes, nuestra presentación no ha enfatizado las potenciales interrelaciones que pueden existir entre dimensiones cuando las variables son cardinales. Ciertamente, el método de identificación ρ_k toma en cuenta un tipo de vínculo bastante burdo entre las dimensiones, ya que una persona debe sufrir privaciones en k dimensiones para ser considerada pobre. Sin embargo, para $\alpha > 0$, el método de agregación M_α es 'neutral' en el sentido de que el nivel de pobreza $M_\alpha(y_i; z)$ del individuo i tiene una derivada cruzada parcial que se desvanece para cualquier par de dimensiones en las cuales i sufre

[44] Por ejemplo, utilizando el método de identificación de intersección, si el desempeño de una persona pobre sube por encima de la línea de corte en esa dimensión, la persona ya no será pobre. Esto, a su vez, llevará a una caída discontinua en virtualmente todos los índices de pobreza multidimensionales. En este caso, a medida que un individuo sale de la pobreza, la tasa de recuento baja en $1/n$. El cambio en M_α no es mayor que el cambio en H y es débilmente decreciente en α.

privaciones. A veces se argumenta que esta derivada cruzada parcial debería ser positiva, reflejando así una forma de complementariedad entre dimensiones; o bien, podría ser negativa para reflejar que estas pueden ser de alguna forma sustitutas. Si bien M_α en sí es neutral, es una cuestión trivial convertir a M_α en una medida que satisfaga un requisito o el otro: se reemplaza la función de pobreza individual $M_\alpha(y_i; z)$ por $[M_\alpha(y_i; z)]^\gamma$ para algunos $\gamma > 0$ y se hace un promedio entre las personas.[45] El índice de pobreza resultante considera a todos los pares de dimensiones como sustitutos cuando $\gamma < 1$, y como complementos cuando $\gamma > 1$, siendo $\gamma = 1$ nuestro caso básico neutral. ¿Deberían representarse las interrelaciones entre las dimensiones de esta manera? Cuando hay más de dos dimensiones, podría ser natural esperar que algunos pares de dimensiones sean complementos y que otros sean sustitutos, y que estos pudieran variar en niveles y fuerza. Sin embargo, la transformación y requiere que *todas* las dimensiones sean sustitutas o que *todas* ellas sean complementarias, y que contengan una fuerza uniforme para todos los pares y todas las personas. Esta condición parece ser indebidamente restrictiva.

Es necesario enfrentar problemas adicionales cuando consideramos las interrelaciones entre las dimensiones. Hay múltiples definiciones de sustitutos y complementos, y el candidato líder –la definición Auspitz-Lieben-Edgeworth-Pareto (ALEP)- tiene ciertas dificultades (Kannai 1980). Además, no parece haber procedimientos empíricos convincentes para determinar la medida en que las dimensiones de pobreza son sustituibles y complementarias. Tampoco se ha establecido siquiera que las interrelaciones potenciales deban verse reflejadas en una metodología general para evaluar la pobreza multidimensional. En cambio, las interconexiones podrían ser tema de investigaciones empíricas independientes que complementen, pero que no necesariamente sean parte de, la medición de la pobreza. Nuestra metodología ofrece una base neutral sobre la cual se pueden desarrollar versiones con consideraciones más refinadas de la interconexión entre las dimensiones.

Este documento deja una serie de interrogantes para que sean respondidas por estudios subsiguientes. Por ejemplo, sería interesante ver si las medidas *FGT* ajustadas M_α y el método de identificación de línea de corte dual ρ_k pueden ser plenamente caracterizados. Asimismo, sería natural investigar las condiciones de dominación que permitirían que las comparaciones de pobreza sean robustas frente a la elección de

[45] Bourguignon y Chakarvarty (2003) presentan índices de pobreza de este tipo.

líneas de corte o ponderaciones. Otro interrogante no resuelto es si se puede desarrollar una medición para datos ordinales que refleje la profundidad de las privaciones dimensionales. Esperamos que la metodología desarrollada en este documento sea un punto de partida útil para los futuros esfuerzos de investigación.

BIBLIOGRAFÍA

ALKIRE, S. (2002): "Dimensions of Human Development," *World Development*, 30, 181-205.

— (2008): "Choosing Dimensions: The Capability Approach and Multidimensional Poverty," en *The Many Dimensions of Poverty*, ed. por N. Kakwani, y J. Silber. Nueva York: Palgrave Macmillan, 89-119.

ALKIRE, S. y J. E. FOSTER (2008): "Counting and Multidimensional Poverty Measurement." *Oxford Poverty & Human Development Initiative (OPHI) Working Paper 7*.

ALLISON, R. A., y J. E. FOSTER (2004): "Measuring Health Inequality Using Qualitative Data," *Journal of Health Economics*, 23, 505-524.

ANAND, S., y A. SEN (1997): *Concepts of Human Development and Poverty: A Multidimensional Perspective*. NuevaYork: PNUD.

ATKINSON, A. B. (1987): "On the Measurement of Poverty," *Econometrica*, 55, 749-764.

— (2003): "Multidimensional Deprivation: Contrasting Social Welfare and Counting Approaches," *Journal of Economic Inequality*, 1, 51-65.

ATKINSON, A. B., y F. BOURGUIGNON (1982): "The Comparison of Multi-Dimensional Distribution of Economic Status," *The Review of Economic Studies*, 49, 183-201.

ATKINSON, A.B., B. CANTILLION, E. MARLIER, y B. NOLAN (2002). *Social Indicators: The EU and Social Inclusion.* Oxford: Oxford University Press.

BALESTRINO, A. (1998): "Counting the Poor in a Fuzzy Way: The Head-Count Ratio and the Monotonicity and Transfer Axioms," *Notizie di Politeia*, 14, 77-86.

BAVETTA, S., y M. DEL SETA (2001): "Constraints and the Measurement of Freedom of Choice," *Theory and Decision*, 50, 213-238.

BEHRMAN, J. R., y A. B. DEOLALIKAR (1988): "Health and Nutrition," en *Handbook of Development Economics*, ed. por H. Chenery, and T. N. Srinivasan. Amsterdam y Nueva York: Elsevier/North-Holland, 631-711.

BETTI, GIANNI, BRUNO CHELI, ACHILLE LEMMI Y VIJAY VERMA. 2008. "The Fuzzy Set Approach to Multidimensional Poverty: the Case of Italy in the 1990s." en N. Kakwani y J. Silber *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement.* Basingstoke: Palgrave Macmillan. p 30f

BLACKORBY, C., y D. DONALDSON (1980): "Ethical Indices for the Measurement of Poverty," *Econometrica*, 48, 1053-1060.

BOLAND, P. J., y F. PROCHAN (1988): "Multivariate Arrangement Increasing Functions with Applications in Probability and Statistics," *Journal of Multivariate Analysis*, 25, 286-298.

BOURGUIGNON, F., y S. R. CHAKRAVARTY (2003): "The Measurement of Multidimensional Poverty," *Journal of Economic Inequality*, 1, 25-49.

BRANDOLINI, A., y G. D'ALESSIO (1998). Measuring Well-being in the Functioning Space. *Mimeo.* Rome. Banco d'Italia Research Department. En prensa.

CENTER FOR DISEASE CONTROL (2005): "2004 National Health Interview Survey (Nhis) Public Use Data Release: Nhis Survey Description," Hyattsville, Maryland: Division of Health Interview Statistics National Center for Health Statistics

CERIOLI, A., y S. ZANI (1990): "A Fuzzy Approach to the Measurement of Poverty," en

Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty, ed. por C. Dagum, y M. Zenga. Berlin: Springer Verlag, 272-284.

CHAKRAVARTY, S. R. (1983): "A New Index of Poverty," *Mathematical Social Sciences*, 6, 307-13.

CHELI, B. y A. LEMMI (1995): "A "Totally" Fuzzy and Relative Approach to the Multidimensional Analysis of Poverty," *Economic Notes*, 24, 115-133.

CHIAPPERO-MARTINETTI, E. (1994): "A New Approach to Evaluation of Well-Being and Poverty by Fuzzy Set Theory," *Giornale Degli Economisti e Annali di Economia*.

— (1996): "Standard of Living Evaluation Based on Sen's Approach: Some Methodological Questions," *Politeia*, 12, 47-53.

— (2000): "A Multidimensional Assessment of Well-Being Based on Sen's Functioning Approach," *Rivista Internazionale di Scienze Sociali*, 108, 207-39.

— (2008): "Complexity and Vagueness in the Capability Approach: Strengths or Weaknesses?," en Comim, F., M. Qizilbash y S. Alkire, Eds. *The Capability Approach: Concepts, Measures and Applications.* Cambridge: Cambridge University Press.

CLARK, D. A. (2005): "Sen's Capability Approach and the Many Spaces of Human Well-Being," *Journal of Development Studies*, 41, 1339-1368.

CLARK, S., R. HEMMING, y D. ULPH (1981): "On Indices for the Measurement of Poverty," *The Economic Journal*, 91, 515-526.

DEUTSCH, J., y J. SILBER (2005): "Measuring Multidimensional Poverty: An Empirical Comparison of Various Approaches," *The Review of Income and Wealth*, 51, 145-174

DUCLOS, J.-Y., D. E. SAHN, y S. D. YOUNGER (2006): "Robust Multidimensional Poverty Comparisons" *The Economic Journal*, 116, 943-968.

ERIKSON, R. (1993): "Descriptions of Inequality: The Swedish Approach to Welfare Research," en *The Quality of Life*, ed. by M. Nussbaum, and A. Sen. Oxford: Clarendon Press.

FLEURBAEY, M. (2002): "Development, Capabilities, and Freedom," *Studies in Comparative International Development*, 37, 71-77.

FOSTER, J., J. GREER, y E. THORBECKE (1984): "A Class of Decomposable Poverty Measures," *Econometrica*, 52, 761-766.

FOSTER, J. E. (1998): "Absolute Versus Relative Poverty," *The American Economic Review*, 88, 335-341.

— (2006): "Poverty Indices," en *Poverty, Inequality and Development: Essays in Honor of Erik Thorbecke*, ed. por A. de Janvry, and R. Kanbur. Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being. Nueva York: Springer, 41-65.

— (2007): "A Class of Chronic Poverty Measures," *Department of Economics Vanderbilt University*, Working Paper No. 07-W01.

— (2008): "Freedom, Opportunity and Well-Being," Vanderbilt University, *mimeo*.

FOSTER, J.E., M. MCGILLIVRAY y S. SETH (2007) : "Notes on the Robustness of HDI Ranking" *mimeo*.

FOSTER, J. E., y A. K. SEN (1997): "On Economic Inequality: After a Quarter Century," Anexo a la edición aumentada de *On Economic Inequality* por Amartya Sen, Oxford: Clarendon Press.

GEKKER, R. (2001): "On the Axiomatic Approach to Freedom as Opportunity: A General Characterization Result," *Mathematical Social Sciences*, 42, 169-177.

GORDON, D., S. NANDY, C. PANTAZIS, S. PEMBERTON, y P. TOWNSEND (2003): "The Distribution of Child Poverty in the Developing World," Bristol: Centre for International Poverty Research.

GRAVEL, N. (1994): "Can a Ranking of Opportunity Sets Attach an Intrinsic Importance to Freedom of Choice," *American Economic Review*, 84, 454-458.

— (1998): "Ranking Opportunity Sets on the Basis of Their Freedom of Choice and Their

Ability to Satisfy Preferences: A Difficulty," *Social Choice and Welfare*, 15, 371-382.

GRUSKY, D. B., y R. KANBUR (2006): "Poverty and Inequality," Stanford: Stanford University Press.

KAKWANI, N., y J. SILBER (2008a): *The Many Dimensions of Poverty*. Basingstoke: Palgrave MacMillan.

— (2008b): *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*. Basingstoke: Palgrave Macmillan.

KANNAI, Y. (1980). "The ALEP Definition of Complementarity and Least Concave Utility Functions," *Journal of Economic Theory*, 22, 115-117.

KLEMISCH-AHLERT, M. (1993): "Freedom of Choice: A Comparison of Different Rankings of Opportunity Sets," *Social Choice and Welfare*, 10, 189-207.

KOLM, S. C. (1977): "Multidimensional Egalitarianism," *Quarterly Journal of Economics*, 91, 1-13.

MAASOUMI, E., and M. A. LUGO (2008): "The Information Basis of Multivariate Poverty Assessments," en *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, ed. por N. Kakwani, and J. Silber. Nueva York: Palgrave-MacMillan, 1-29.

MACK, J., y S. LANSLEY (1985): *Poor Britain*. Londres: George Allen and Unwin Ltd.

MCGILLIVRAY, M. (2006): *Human Well-Being: Concept and Measurement*. Basingstoke y Nueva York: Palgrave MacMillan.

MCGILLIVRAY, M., y M. CLARKE (2007): *Understanding Human Well-Being: Analytical Approaches*. Tokio: United Nations University Press.

NUSSBAUM, M. (2003): "Capabilities as Fundamental Entitlements: Sen and Social Justice," *Feminist Economics*, 9, 33-59.

PATTANAIK, P., y Y. XU (1990): "On Ranking Opportunity Sets in Terms of Freedom of Choice," *Recherches Economiques de Louvain*, 56, 383-390.

— (1998): "On Preference and Freedom," *Theory and Decision*, 44, 173-198.

— (2000): "On Diversity and Freedom of Choice," *Mathematical Social Sciences*, 40, 123-130.

QIZILBASH, M. (1996): "Ethical Development," *World Development*, 24, 1209-1221.

— (2002): "Development, Common Foes and Shared Values," *Review of Political Economy*, 14, 463-80.

— (2003): "Vague Language and Precise Measurement: The Case of Poverty," *Journal of Economic Methodology*, 10, 41-58.

RANIS, G., F. STEWART, y E. SAMMAN (2006): "Human Development: Beyond the Human Development Index," *Journal of Human Development*, 7, 323-358.

RAVALLION, M. (1996): "Issues in Measuring and Modelling Poverty," *The Economic Journal*, 106, 1328-1343.

RAVALLION, M (1998): "Poverty Lines in Theory and Practice," *LSMS Working Paper* 133, Banco Mundial.

ROBEYNS, I. (2005): "Selecting Capabilities for Quality of Life Measurement," *Social Indicators Research*, 74, 191-215.

RUGGIERI-LADERCHI, C., R. SAITH, y F. STEWART (2003): "Does It Matter That We Do Not Agree on the Definition of Poverty? A Comparison of Four Approaches," *Oxford Development Studies*, 31, 243-74.

SEN, A. K. (1976): "Poverty: An Ordinal Approach to Measurement," *Econometrica*, 44, 219-231.

— (1980): "Equality of What?," in *The Tanner Lectures on Human Values*, ed. por S. McMurrin. Salt Lake City: University of Utah Press.

— (1981): *Poverty and Famine: An Essay on Entitlement and Deprivation,* Clarendon Press, Oxford University Press.

— (1985a): *Commodities and Capabilities*. Amsterdam; Nueva York: North-Holland; Elsevier Science.

— (1985b): "Well-Being, Agency and Freedom: The Dewey Lectures 1984," *The Journal of Philosophy*, 82, 169-221.
— (1987): "The Standard of Living," en *The Standard of Living*, ed. por G. Hawthorn. Cambridge: Cambridge University Press, 1-38.
— (1992): *Inequality Re-Examined*. Oxford: Clarendon Press.
— (1993): "Capability and Well-Being," en, ed. por M. Nussbaum, y A. Sen. Oxford: Clarendon Press, 30-53.
— (1997): *On Economic Inequality with a Substantial Annexe with James Foster 'after a Quarter Century'*. Oxford: Clarendon Press.
— (1999): *Development as Freedom*, Oxford: Oxford University Press,
— (2004a): "Capabilities, Lists, and Public Reason: Continuing the Conversation," *Feminist Economics*, 10, 77-80.
— (2004b): "Elements of a Theory of Human Rights," *Philosophy and Public Affairs*, 234, 315-356.
STRAUSS, J., K. BEEGLE, B. SIKOKI, A. DWIYANTO, Y. HERAWATI, y F. WITOELAR (2004): "The Third Wave of the Indonesia Family Life Survey (Ifls3): Overview and Field Report," NIA/NICHD.
THORBECKE, E. (2008): "Multidimensional Poverty: Conceptual and Measurement Issues," in *The Many Dimensions of Poverty* ed. por N. Kakwani, y J. Silber. Nueva York: Palgrave MacMillan.
TSUI, K. (1999): "Multidimensional Inequality and Multidimensional Generalised Entropy Measures: An Axiomatic Approach," *Social Choice & Welfare*, 16, 145-158.
— (2002): "Multidimensional Poverty Indices," *Social Choice & Welfare*, 19, 69-93.
UNITED NATIONS DEVELOPMENT GROUP (2003): "Indicators for Monitoring the Millennium Development Goals," Nueva York: United Nations.
US NATIONAL CENTER FOR HEALTH STATISTICS (2004a): "Health," Hyattsville, Maryland: Gobierno de los Estados Unidos.
— (2004b): "National Health Interview Survey," Departamento de Salud y Servicios Humanos de los Estados Unidos.
ZHENG, B. (1997): "Aggregate Poverty Measures," *Journal of Economic Surveys*, 11, 123-162.

Apéndice: datos y líneas de corte de pobreza

Esta sección presenta la definición precisa de las variables, y las líneas de corte de pobreza así como su justificación para cada dimensión. Las dimensiones en ambos países fueron seleccionadas porque podría decirse que los datos se relacionan con la investigación actual sobre la pobreza y tienen las características técnicas necesarias. Para obtener conclusiones que sean relevantes para el desarrollo de políticas, la selección de dimensiones tendría que satisfacer criterios normativos adicionales (Robeyns, 2005; Alkire, 2008).

Estados Unidos

Se utilizaron datos de Estados Unidos de la Encuesta nacional de salud de 2004 para adultos de 19 años de edad o más (n = 45,884).

1. Ingresos

La definición de ingresos estimados se describe en Center for Disease Control (2005, p. 36f). Las líneas de corte de pobreza varían según la composición del hogar; las fórmulas utilizadas se presentan en http://www.census.gov/hhes/www/poverty/threshld/thresh04.html (visto el 30 de dic. de 2007). Los datos son la relación entre los ingresos familiares y el umbral de pobreza, y comprenden 15 categorías, 3 debajo de la línea de la pobreza y 12 por encima de ella.

2. Salud:

Definición: La pregunta tenía cinco categorías y decía: '¿Usted diría que su salud en general es (5) excelente, (4) muy buena, (3) buena, (2) regular o (1) mala?' Consideramos a quienes respondieron 'regular' o 'mala' como personas que sufrían privaciones en relación con el estado de salud propia que ellos mismos informaban, y a los otros como no pobres.

3. Seguro de salud:

Definición: la pregunta decía: '¿Qué tipo de cobertura de salud o seguro de salud tiene esta persona?' Consideramos a quienes respondieron 'Ninguna cobertura de ningún tipo' como personas que sufrían privaciones en términos de seguro de salud y a los restantes como no pobres. Nótese que los datos habían sido corregidos y consideraban como sin cobertura a las 'personas que no informaron que tenían seguro médico en el momento de la entrevista bajo las categorías seguro de salud privado, Medicare, Medicaid, Programa estatal de seguro de salud (SCHIP), un plan de salud estatal, otros programas de gobierno o un plan de salud militar (incluye TRICARE, VA y CHAMP-VA)'. Esta definición de no asegurado coincide con la utilizada por el Centro Nacional de Estadísticas de la Salud de Estados Unidos (2004a).

4. Escolaridad:

Definición: La educación fue medida por años completos de escolaridad. Siguiendo el criterio común, la línea de corte de pobreza clasificó a quienes no habían completado un GED o no habían recibido un diploma de escuela secundaria como personas que sufrían privaciones y a los demás como no pobres. Cuando realizamos las correlaciones de rango de Spearman, utilizamos una cantidad de hasta 12 años de escolaridad, pero clasificando a una persona que tenía 12 años de escolaridad y no había recibido su diploma como si tuviera 11 años. Los demás datos fueron codificados de la siguiente manera: GED = 12, universitario sin título = 15, título de maestría = 16, título profesional (médico) o doctorado = 17.

Tabla A1: Correlación de rango de Spearman (datos no censurados), EEUU

	Ingresos	**Salud**	**Escolaridad**	**Seguro**
Ingresos	1,00			
Salud	0,26	1,00		
Seguro médico	0,31	0,03	1,00	
Escolaridad	0,47	0,28	0,24	1,00

Indonesia

Los datos se derivan de cuestionarios a nivel individual y de hogares para adultos de 19 años de edad y más.[46] Años de escolaridad y el índice de masa corporal se refieren al individuo, y el ingreso per cápita de los hogares ha sido calculado. Se le adscriben al individuo los valores de que goza el hogar en lo referido a la provisión de agua potable y saneamiento básico.

[46] Todos los datos y la documentación se pueden bajar de http://www.rand.org/labor/FLS/IFLS/ifls3.html.

En las variables 4 y 5, se eligió un ordenamiento convincente por motivos ilustrativos. La cuestión de cómo ordenar las variables categóricas correctamente es difícil.[47] Se podrían haber utilizado ordenamientos alternativos, pero mientras los conjuntos debajo y por encima de la línea de la pobreza permanezcan iguales, un ordenamiento alternativo dará los mismos resultados para H y M_0, ya que éstos están basados en datos dicotomizados.

1. Gasto

La variable es gasto mensual real per capita del hogar, como ha sido definido en Strauss, *et al*. (2004). La línea de corte de la pobreza es z_1 = 150.000 (en rupias corrientes, año 2000) per capita. Esta línea de la pobreza fue adoptada para la misma serie de datos por Massoumi y Lugo, y equivale aproximadamente a $0,5 por día por persona. Nótese que el gobierno de Indonesia utiliza líneas de la pobreza diferentes para las zonas rurales y urbanas.

2. Salud: Índice de masa corporal (BMI) bajo

Definición: El Índice de masa corporal (BMI) es el peso en kilos dividido por la altura en metros al cuadrado (kg/m^2). La línea de corte de pobreza z_2 = 18,5 kg/m^2. Esta es la clasificación internacional estándar para adultos por debajo del peso normal tomada de las Guías de la Organización Mundial de la Salud, que aparecen en http://www.who.int/bmi/index.jsp?introPage=intro_3.html

3. Escolaridad

Definición: La educación se mide en años de escolaridad completados. La línea de corte de pobreza z_3 = 6 años de escolaridad, ya que en Indonesia la escuela primaria se completa en seis años Este es un indicador imperfecto de la educación primaria, ya que no toma en cuenta a quienes han repetido un año de escolaridad.

4. Agua potable

Definición: Se basa en las respuestas a la pregunta, "¿Cuál es la principal fuente de agua potable en este hogar?" Se toma la línea de corte de pobreza de la línea de corte

[47] La categoría 'otro' es particularmente difícil; le hemos atribuido arbitrariamente el valor más bajo de todas las variables.

para el indicador 30 de las Metas de Desarrollo del Milenio (MDG, por sus siglas en inglés) (United Nations Development Group, 2003, p 64-6).[48] Nótese que los datos no especifican si los pozos y manantiales estaban protegidos, con lo cual hubo que hacer ciertas presunciones. Hay 10 categorías. Establecimos que z_4 = 9, y por lo tanto hemos considerado como no pobres a todas las personas que obtenían agua potable o de pozo, y las restantes como personas que sufrían privaciones.

10. Agua potable
9. Pozo/bomba (eléctrica, manual)
8. Aqua/Air Mineral, etc
7. Agua de pozo
6. Agua de manantial
5. Agua de lluvia
4. Agua de río/arroyo
3. Laguna/estanque
2. Cuenca de recolección de agua
1. Otro

5. Saneamiento básico

Definición: Se basa en las respuestas a la pregunta, "¿Dónde van al baño la mayoría de los miembros del hogar?" La línea de corte de pobreza fue tomada de la línea de corte del indicador 31 de los MDG (United Nations Development Group, 2003, p 66-8). Hay 11 categorías. Establecimos que z_5 = 10 y por lo tanto consideramos como no pobres a aquellas personas que utilizan su propio baño (con o sin pozo séptico) y consideramos a todos los demás como personas que sufren privaciones.

11. Baño propio con pozo séptico
10. Baño propio sin pozo séptico
9. Baño compartido
8. Baño público
7. Arroyo/río/zanja (sin baño)

[48] Este enfoque no considera el agua embotellada como Aqua/Air Mineral como agua potable limpia y, por lo tanto, seguimos la convención, pero reconocemos que puede ser necesario hacer ajustes en algunas situaciones.

6. Patio/campo (sin baño)
5. Alcantarilla
4. Laguna/estanque
3. Establo
2. Mar/lago
1. Otro

Tabla A2: Correlación de rango de Spearman de Indonesia (datos no censurados), Indonesia

	Gastos	**Salud (BMI)**	**Escola-ridad**	**Agua pota-ble**	**Sani-dad**
Gastos	1,00				
Salud (BMI)	0,19	1,00			
Escolaridad	0,35	0,14	1,00		
Agua potable	0,26	0,15	0,26	1,00	
Sanidad	0,29	0,14	0,31	0,27	1,00