Rico, M.A. y Tinto, J. (2008). Matemática borrosa: algunas aplicaciones en las ciencias económicas, administrativas y contables. *Contaduría Universidad de Antioquia*, *52*, 199-214.

# Matemática borrosa: algunas aplicaciones en las ciencias económicas, administrativas y contables\*

## Marco A. Rico F.

Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Los Andes AA 5101 Mérida - República Bolivariana de Venezuela marcorico63@hotmail.com

### Jaime Tinto Arandes

Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Los Andes AA 5101 Mérida - República Bolivariana de Venezuela tinto@ula.ve

<sup>\*</sup> Artículo de reflexión. Línea de investigación: Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Económicas, Administrativas y Contables.

# MATEMÁTICA BORROSA: ALGUNAS APLICACIONES EN LAS CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y CONTABLES

**Resumen:** la revisión del estado actual del conocimiento de la matemática borrosa y su utilización en varios modelos, para diferentes casos de aplicación en las ciencias económicas y administrativas, permiten señalar la importancia que cobra, para efectos de mejorar el tratamiento y la calidad de la información contable y financiera al igual que los procesos de toma de decisiones, la incorporación de variables como la subjetividad, la borrosidad y la imprecisión, en la construcción, diseño y estudio de dinámicas asociables a los sistemas de información. **Palabras claves:** conjuntos borrosos, incertidumbre, subjetividad, información financiera.

## FUZZY MATHEMATICS: SOME APPLICATIONS TO ECONOMIC, MANAGERIAL, AND ACCOUNTING SCIENCES

**Abstract:** the revision of the current state of fuzzy mathematics knowledge and its use in several models for several cases of application in the economic and managerial sciences allow us to point to the importance, in bettering the treatment and quality of accounting and financial information and of the making decisions processes, of the incorporation of variables like subjectivity, fuzziness, and imprecision, in the construction, design and study of dynamics belonging to information systems.

**Keywords:** fuzzy sets, uncertainty, subjectivity, financial information.

## LOGIQUE FLOUE: QUELQUES APPLICATIONS DANS LES SCIENCES ÉCONOMIQUES, ADMINISTRATIVES ET COMPTABLES

**Résumé:** la révision de l'état actuel de la connaissance de la logique floue et son emploi dans de diverses modèles et pour de différents cas d'application dans les sciences économiques et administratives permettent de signaler l'importance qu'elle acquiert quant à l'amélioration du traitement et de la qualité de l'information comptable et financière, ainsi que des procès de prise de décisions, l'incorporation de variables telles que la subjectivité, le flou et l'imprécision, dans la construction, conception et étude de dynamiques associées aux systèmes d'information.

Mots clés: ensembles flous, incertitude, subjectivité, information financière.

## MATEMÁTICA VAGA: ALGUMAS APLICAÇÕES NAS CIÊNCIAS ECONÔMICAS, ADMINISTRATIVAS E CONTÁBEIS

**Resumo:** a revisão do estado atual do conhecimento da matemática vaga e sua utilização em vários modelos, para diferentes casos de aplicação nas ciências econômicas e administrativas, permitem assinalar a importância que adquire, para efeitos da melhora do tratamento e a qualidade da informação contábil e financeira ao igual que os processos de tomada de decisões, a incorporação de variáveis como a subjetividade, a vagueza e a imprecisão, na construção, desenho e estudo de dinâmicas associáveis aos sistemas de informação.

Palavras chave: conjuntos vagos, incerteza, subjetividade, informação financeira.

## Matemática borrosa: algunas aplicaciones en las ciencias económicas, administrativas y contables

Marco A. Rico F. y Jaime Tinto Arandes

Primera versión recibida Abril de 2008 – Versión final aceptada Junio de 2008

## Introducción

Los vertiginosos cambios experimentados por la humanidad a finales del Siglo XX e inicios del XXI, exigen la redimensión en la aplicación de algunas herramientas lineales, propias de las viejas estructuras, y adoptar nuevos instrumentos para afrontar el tratamiento de los hechos imprecisos, inciertos y difusos. Un cuerpo teórico que puede presentarse como solución, está en la matemática borrosa, legado de Lotfi Zadeh (1965) en su artículo titulado "Fuzzy Sets", en el que introduce y desarrolla la teoría de los conjuntos borrosos, los cuales han sido adoptados en variados modelos para incorporar la incertidumbre y la subjetividad en el tratamiento de problemas de economía y administración de empresas. En tal sentido, se evidencia su aplicación en casos particulares, tales como: selección de personal, valoración de rentas de capital, valor del cliente, control de gestión de liquidez, análisis actuarial, predicción bursátil, gestión de materiales, punto de equilibrio multiproducto y préstamos participativos.

Un primer apartado recoge las investigaciones de algunos de los autores que han sentado las bases teóricas para tratar la incertidumbre, la subjetividad y la vaguedad a través de la lógica borrosa, destacándose variados aportes de Kaufmann y Gil Aluja con base en la teoría de los conjuntos borrosos propuesta por Zadeh en 1965. Posteriormente, se recopilan propuestas metodológicas de algunos autores, para la aplicación de la matemática borrosa en diferentes campos de acción de la economía y la administración de empresas. Se concluye con la necesidad de optar por herramientas para el tratamiento de

la información contable que sean capaces de incorporar la incertidumbre y la subjetividad, mediante inferencias realizadas a partir de la información suministrada por los sistemas contables tradicionales, presentándose la matemática borrosa como solución a dicho requerimiento del actual mundo globalizado, con lo cual se espera optimizar la toma de decisiones para el mediano y largo plazo.

Particularizando esta necesidad en las ciencias contables, se requiere buscar alternativas para incorporar la incertidumbre, la subjetividad y la entropía de la información resultante de los procesos contables tradicionales, con la finalidad de mejorar la calidad de la información contable y por ende, hacerla viable para la acertada toma de decisiones a mediano y largo plazo. En este sentido, Reig y González (2002) señalan que:

la lógica borrosa se revela como un instrumento muy potente a la hora de modelizar sistemas contables (...) al permitir, por un lado recoger la incertidumbre generada por el entorno de la empresa, y por otro tratar la subjetividad que implica toda opinión de expertos. (p. 436)

En consecuencia, se realiza la revisión del estado actual del conocimiento de la matemática borrosa, a efectos de mostrar sus avances en el tratamiento de la incertidumbre y la subjetividad con el fin de reflexionar sobre las investigaciones y los progresos de tan importante teoría e incentivar a investigadores de las ciencias contables el abordaje del estudio, reflexión y aplicación de esta doctrina, tendiendo a mejorar la información contable expresada en los estados financieros, y así, incrementar el acervo de conocimientos que permitan nuevas soluciones en el marco de la incertidumbre, en la cual gravita el desenvolvimiento del actual mundo económico y cuyos resultados de información se expresan en los estados financieros de las diferentes entidades que protagonizan la diversidad de operaciones mercantiles.

# Breve análisis de los estudios y avances de la matemática borrosa

El principio del tercio excluso atribuido a Crisipo de Soli, y fundamentado en el pensamiento aristotélico, el cual enuncia que una proposición o es verdadera o es falsa, fue refutado por el pensamiento de Epicuro al afirmar que tal principio sólo era válido si no existía una posibilidad diferente a los máximos extremos de "verdadero" o "falso", enunciados por dicho principio. (Gil Aluja, 2005)

Este pensador y sus seguidores, dieron las primeras pinceladas al tema de las matemáticas borrosas, al plantearse la posibilidad de soluciones intermedias entre el máximo verdadero y el máximo falso, es decir mostraron los primeros destellos de la existencia de una verdad gradual, es decir, con diferentes grados de verdad y de falsedad.

De la misma manera, Lukasiewicz (citado por Gil Aluja, 2005), redescubriendo a los epicúreos veintidós siglos después, enuncia el principio de valencia, el cual establece que cada proposición tiene un valor de verdad; existen proposiciones que no son verdaderas ni falsas sino indeterminadas. Inicialmente Lukasiewicz concibe tres valores: 0 para falso, 0,5 para indeterminado y 1 para verdadero. Posteriormente, las posibilidades se llevan a "n" valores entre 0 y 1. Estos postulados abren la puerta al estudio de las llamadas lógicas multivalentes (Gil Aluja, 2005), entre ellas la lógica borrosa, necesaria para enfrentar la diversificación, el dinamismo y la complejidad del cúmulo de conocimientos evolucionados con la misma sociedad que los crea; si bien la modelización de los fenómenos físicos fue el gran éxito del siglo XVIII, no lo fue tanto la resolución de las ecuaciones de los modelos, ya que se hizo especial hincapié en los problemas con solución, relegando aquellos para los cuales ésta no era conocida. (Gil Aluja, 2005)

En esta perspectiva, Lotfi Zadeh (1965), en su artículo "Fuzzy Sets" introduce el concepto de conjunto borroso para referirse a la clase de conjuntos definidos de un modo impreciso, es decir, con un grado de pertenencia continuo, emulando el razonamiento humano. Indica Zadeh que hay elementos que pueden ser exactamente identificables en su grado de pertenencia a un conjunto, pero que hay otros que son ambiguos y con base en ello formuló lo que denominaría conjunto borroso (fuzzy sets), definiéndolo como un grupo de objetos con un grado de pertenencia contínuo, que está caracterizado por una función de pertenencia (función característica), que asigna a cada objeto un grado de pertenencia entre el rango que va desde cero a uno.

Al respecto, Domínguez, Ruiz y Sánchez (1992) señalan que "un número borroso es la asociación de dos conceptos, el de intervalos de confianza (ligado a la incertidumbre) y el de nivel de presunción (ligado a la subjetividad)" (p. 49). Asimismo De Andrés y Terceño (2002) plantean que un conjunto borroso permite cuantificar una estimación subjetiva de una determinada magnitud sobre la que no se conoce su valor futuro.

El conjunto borroso siendo de naturaleza no estadística, es más general que el ordinario y con mayor ámbito de aplicación al tratar con problemas en los que la imprecisión aparece como consecuencia de la ausencia de criterios de pertenencia definidos, en vez de la presencia de variables aleatorias. Zadeh (1965) desarrolla algunos conceptos para este tipo de conjuntos mediante una generalización de los ya existentes para ordinarios, tales como: igualdad, complemento, inclusión, unión, intersección, disyunción y conjunto vacío. También se recrean algunas propiedades borrosas, con base en las existentes para los conjuntos ordinarios.

Esta teoría, fue el punto de inicio de múltiples estudios y dio paso a la tecnología de control fuzzy, principalmente desarrollada en Japón, además

de constituirse en una apertura hacia las ciencias sociales para mejorar la explicación a múltiples realidades, que hasta entonces habían sido limitadas con las llamadas ciencias duras. Al respecto, Gil Aluja (2000) manifiesta que el trabajo de Zadeh fue el principal detonador en un cambio de rumbo en la investigación de las ciencias sociales, dado que incentivó la búsqueda de una nueva vía hacia el conocimiento y tratamiento de los problemas económicos y de gestión de empresas, mediante la incorporación de la teoría de los subconjuntos borrosos, motivado por Kaufmann (1971), a quien le llamó la atención lo apropiado del concepto desarrollado para el tratamiento de los problemas propios de las mencionadas ciencias.

La importancia del artículo de Zadeh, se manifiesta en que la teoría allí desarrollada se constituye como un punto de quiebre, intensificando los estudios de la lógica borrosa. Con base en dicho artículo, los autores Kaufmann y Gil Aluja generaron largas y numerosas investigaciones al respecto, forjando un cambio de rumbo en la manera de abordar la búsqueda de explicaciones científicas de las ciencias sociales e incentivando la incorporación de nuevos autores al estudio de la lógica borrosa, tales como los citados por Gil Aluja (2000):

Rosenfield, en 1971, estudia las relaciones borrosas. De Luca y Termini, en 1972, acuñan el concepto de entropía no probabilística. Kaufmann, en 1973, incorpora el operador de convolución maxmin en las ecuaciones de relaciones borrosas. Sugeno, en 1977, se introduce en el ámbito de las mediciones borrosas. Zimmermann, en 1978, profundiza en el desarrollo de las operaciones con conjuntos borrosos. (p. 14)

En este marco de ideas, el autor, en su discurso pronunciado con motivo del acto donde se le impuso la Gran Cruz de la Orden Civil de Alfonso X el sabio, hace una rememoración de los acontecimientos acaecidos en la búsqueda de alternativas para explicar los nuevos fenómenos causados por la globalidad y donde las estructuras lineales resultan insuficientes para explicar los mismos. En este orden de ideas. Gil Aluia (2000) presenta los contrastes entre el conocimiento y la práctica, entre la universidad y la sociedad, entre las rutinas adquiridas y las realidades mutables, e igualmente la terquedad en aplicar técnicas heredadas a nuevos fenómenos; no obstante indica que los mismos sirvieron de influencia saludable para intentar encontrar nuevos espacios en los cuales ejercer el poder imaginativo de espíritus inquietos; así surge la investigación operativa, la programación lineal, la teoría de colas, las cadenas finitas de Markov y la programación dinámica (Gil Aluja, p. 2), sin embargo, este autor menciona que los acontecimientos "empujados por la vorágine de una sociedad en continua transformación, han sobrepasado las disponibilidades de elementos creados para comprenderlos, explicarlos y tratarlos". (Gil Aluja, p. 3)

Revela Gil Aluja que con base en la idea de Zadeh (1965), se recuperó a partir de la teoría de errores, los intervalos de confianza, las tripletas y los cuádruplos,

para que, "conjuntamente con los números borrosos, se dispusiera de todo un abanico de números inciertos (...) susceptibles de representar los fenómenos a partir de estimaciones objetivas o subjetivas" (2000, p. 4), utilizados para crear instrumentos operativos inciertos y profundizar, a través de variados trabajos, conceptos como: aritmética de la incertidumbre, gestión de la incertidumbre, matemática no numérica, concepto de expertos, matemática numérica de la incertidumbre, teoría del caos borrosa, entre otros, los cuales conformarían una nueva doctrina científica de la subjetividad, coronada con el enunciado de un nuevo principio, en contraposición al del tercio excluso, el de la simultaneidad gradual el cual expresa que: "una proposición puede ser verdadera y falsa a la vez, a condición de asignar un grado a la verdad y un grado a la falsedad". (Gil Aluja, 2000, p. 7)

Por otra parte, el concepto de conjuntos borrosos desarrollado por Zadeh (1965) fue extendido por Manzini (1977), citado por Medina (2006), a sistemas de lógica borrosa, quien plantea lo siguiente:

Convierte variables de entrada (cuantitativas y cualitativas) en variables lingüísticas a través de funciones de pertenencia o conjuntos difusos, los cuales son evaluados mediante un conjunto de reglas difusas del tipo si-entonces. Luego las salidas del sistema se convierten en valores nítidos (crisp) mediante un proceso de concreción (defuzzyfication), que permiten brindar información para la toma de decisiones. (p. 198)

Así, con el fin de obtener resultados en los máximos extremos o absolutos, máximo alto o máximo bajo, Medina (2006), expone los pasos para el establecimiento, desde la teoría de los conjuntos borrosos, de sistemas de lógica borrosa tipo Mandini a partir de la definición de variables lingüísticas que permiten la asignación de diferentes grados de pertenencia: a) muy baja, b) baja, c) ligeramente baja, d) media, e) ligeramente alta, f) muy alta. En tal sentido, el autor explica los siguientes pasos para el establecimiento de los mencionados sistemas: a) procesos de borrosificación b) reglas borrosas si-entonces, c) operaciones de composición, d) mecanismos de inferencia (razonamiento aproximado), e) agregación y finalmente f) el proceso de desborrificación o concreción. Estos sistemas de lógica borrosa al ser más flexibles y aceptar la imprecisión, la subjetividad y la vaguedad (incertidumbre) de los datos, permiten obtener soluciones efectivas para apoyar la acertada toma de decisiones "ya que brinda la capacidad de extraer datos de forma práctica, y a través de las capacidades analíticas y la experiencia de los evaluadores". (Medina, 2005, p. 202)

Medina (2005), presenta la aplicación de la teoría de los conjuntos borrosos en cinco campos a saber: a) problemas de selección de portafolios, b) matemática financiera y presupuesto de capital, c) análisis técnico, d) análisis de crédito y e) análisis financiero.

De acuerdo con García, Lazzari y Pérez (1998), quienes examinan la noción popperiana de verosimilitud o acercamiento a la verdad, se conforma una

misma línea con Zadeh (1965) en el sentido de abandonar la búsqueda de la certeza absoluta (máximos extremos) e ir en la búsqueda de la vaguedad o incertidumbre, tal y como lo ha señalado Termini, citado por García y otros (1998). De igual forma, Newton-Smith (citado por García y otros, 1998), sostiene que Popper introdujo en sus postulados esta aproximación a la verdad en vista de que la misma era inalcanzable en sus máximos extremos, tratando de proponer una nueva meta. Como esta postura, fuera "cuestionada por autores de la talla de Larry Laudan y Alan Musgrave" (García y Pérez, 1999, p. 29), Watkins (citado por García y otros, 1998), presenta una visión neopopperiana concibiendo un retroceso de la verdad (a secas) a la verdad posible, pasando por la verdad probable. Estas posturas presentan sus aportes a la aritmética borrosa en la conformación de la doctrina de la borrosidad como "una herramienta formal que permite ofrecer una aproximación más precisa a la noción intrínsecamente vaga de la verosimilitud o aproximación a la verdad". (García y Pérez, 1999, p. 29)

Asimismo, García y Pérez (1999, p. 31) recurren a la noción lakatosiana de programa de investigación para examinar "la pertinencia del uso de herramientas borrosas para dar cuenta de la verosimilitud". En este trabajo, los autores retoman la teoría de los conjuntos borrosos propuestos por Zadeh (1965) y en general los problemas de la vaguedad y la incertidumbre, para incorporarla en los postulados de los programas de investigación científica de Lakatos, aceptando dentro del concepto de conocimiento "grados entre la absoluta ignorancia y el conocimiento pleno" (García y Pérez, 1999, p. 35), es decir, se aceptan grados de conocimiento entre los máximos extremos, utilizando para su incorporación variables lingüísticas.

En este mismo orden de ideas, Aguiar (2004) revisa la toma de decisiones en contextos de incertidumbre a través de los criterios de maximín (lo mejor de lo peor), máximax (lo mejor de lo mejor), Hurwicz (ponderación de los extremos) y Laplace (asignación de una misma probabilidad), indicando que en el ámbito social y moral rara vez se tiene certeza absoluta y que en incertidumbre además de desconocer el resultado final, tampoco es predecible mediante el uso de las probabilidades objetivas, por lo que se hace necesario el establecimiento de criterios que permitan optar por determinadas acciones en incertidumbre.

Estos criterios siguen atados a la clásica linealidad, con excepción de una modificación al criterio de Laplace el cual incorpora una asignación de probabilidades subjetivas, pero supeditadas a una asignación arbitraria. Menciona Aguiar (2004) que esta arbitrariedad sería resuelta "por la teoría de la utilidad subjetiva esperada (modelo SEU)" (p. 146); sin embargo menciona este autor, citando a Simon "que la teoría SEU prescribe soluciones únicas para los problemas de decisión bajo incertidumbre (...) pero no ofrece un procedimiento

para encontrar esa solución con una cantidad considerable de esfuerzo computacional". (Aguiar, p. 152)

La mejor forma de demostrar la aplicación de la teoría comentada es con la implementación de modelos y estudios prácticos de la misma, tal y como se muestra en el siguiente apartado, donde se evidencia la gran utilidad que tiene la matemática borrosa en la incorporación de la incertidumbre, la vaguedad y lo impreciso, a la solución de diferentes problemas económicos y de administración de empresas, por lo cual se precisa su incorporación al tratamiento de la información financiera.

## Algunas aplicaciones de la aritmética borrosa

Se han realizado numerosas aplicaciones de la matemática borrosa, particularmente en aspectos económicos y administrativos, en tal sentido y a manera de evidenciar sus aplicaciones, se revisan seguidamente casos particulares, tales como: la selección de personal, valoración de rentas de capital con tipos de interés borroso, valor del cliente en situaciones contractuales con intervalos de confianza, control de gestión de liquidez (tesorería borrosa), análisis actuarial, predicción bursátil, gestión de materiales, punto de equilibrio general y préstamos participativos. No se pretende en este trabajo ahondar en el desarrollo de los mismos, sino presentarlos muy sintéticamente y como referencia para que aquellos lectores interesados puedan consultar los autores de los mismos y satisfacer sus necesidades de información al respecto.

En efecto, una de las aplicaciones posibles de la matemática borrosa es en el proceso de selección de personal para las organizaciones. En tal sentido, Gil La Fuente y Tinto (2007), en su libro "El Boom en la Gestión Deportiva – nuevos instrumentos que garantizan su éxito-" desarrollan exhaustivamente la teoría de los subconjuntos borrosos, recuperando y explicando de manera acertada conceptos aplicados en el desarrollo de esta teoría, tales como: número borroso trapezoidal, intervalos de confianza, subconjunto aleatorio borroso, expertones, contraexpertizaje, entre otros, como base teórica para el desarrollo detallado de la metodología allí propuesta, la cual tiene su fundamento en técnicas derivadas de la lógica multivalente, para la selección, fichaje y sustitución de jugadores profesionales en las diferentes disciplinas deportivas.

Dentro de esta perspectiva, González, Flores y Chagolla (2006) realizaron una propuesta metodológica para seleccionar personal y la pusieron en práctica a un caso especifico, mediante el uso del conjunto borroso referencial, el concepto de distancia de Hamming y Euclidiana, la participación de expertos y la asignación de valores a las estimaciones en el intervalo [0,1] con base en las opiniones de los conocedores del requerimiento del personal y los perfiles de los candidatos. En este sentido, González y otros (2006) mencionan lo siguiente:

Una vez establecido el subconjunto difuso, el proceso consiste en comparar las cualidades o competencias exigidas para cada puesto vacante de trabajo "la conformación ideal" con las poseídas con cada uno de los candidatos al mismo, de esta forma se podrán obtener valores numéricos para el subconjunto difuso expresado anteriormente, en la "escala semántica endecadaria" citada de acuerdo con lo estipulado por el prof. Gil Aluja J. (1996), es transformada como se presenta a continuación: (1) perfecto, (0.9) muy bueno, (0.8) bastante bueno, (0.7) bueno, (0.6) casi bueno, (0.5) regular, (0.4) casi malo, (0.3) malo, (0.2) bastante malo, (0.1) muy malo, (0) pésimo (p. 2-3).

Igualmente, González y otros (2006), aplicaron la mencionada metodología para seleccionar un puesto en una empresa de mensajería, realizando la caracterización de atributos del puesto, estableciendo los niveles de las particularidades y conformando el conjunto difuso que representa el descriptor ideal del puesto requerido, para lo cual se consideraron siete candidatos, pero finalmente presentan un único resultado "que de acuerdo a sus características cumple de forma más eficiente el perfil para ocupar el puesto de trabajo". (p. 6)

Por otra parte, Domínguez y otros (1992) recurren a la utilización de tipos de interés borroso para la valoración de rentas de capital, dada la incertidumbre presente en las estimaciones futuras de las tasas de interés, ya que consideran los autores que "la teoría de subconjuntos borrosos está adecuada al tratamiento de la incertidumbre y, por lo tanto, adaptada a las necesidades del mundo real" (Domínguez y otros, p. 48). Este tipo de interés borroso, se establece a través de intervalos de confianza con asignación de niveles de presunción entre cero y uno, acotando así la posibilidad de error.

Dada la limitación de la información para expresar las magnitudes de manera precisa, Gil La Fuente, Ortigosa y Merigó (2007) desarrollaron dos modelos para obtener el valor del cliente, de acuerdo a la fidelidad que este tiene con la empresa, introduciendo la incertidumbre a través de los intervalos y tripletas de confianza en las siguientes variables: tasa de interés, niveles de ventas y costos. Mencionan estos autores que "la contribución principal se centra en abordar el tratamiento de la incertidumbre en la obtención del valor del consumidor" (Gil La Fuente y otros, p. 78). En atención a la determinación del valor del cliente, otras variables susceptibles de incorporar la incertidumbre son: tasas de descuento, niveles de compras, tiempo de duración del cliente, etc.

Otra aplicación de los conjuntos de números borrosos se aprecia en las matemáticas financieras, abordado por Moriñigo y Eriz (2007) quienes proponen algunos modelos para captar la incertidumbre en la determinación del valor actual, del valor futuro, del valor actual neto y de la tasa interna de retorno, aunque para este último caso, mencionan estos autores que no siempre es posible su determinación mediante la aplicación de la lógica borrosa y por lo cual proponen otra alternativa de solución. Moriñigo y Eriz se plantean la

incorporación de la incertidumbre usando números borrosos triangulares y ecuaciones con coeficientes borrosos en las variables que intervienen en las matemáticas financieras, tales como el capital, los intereses y los períodos, flexibilizando de esta manera los tradicionales modelos basados en la utilización de variables que requieren información precisa. Los modelos propuestos por estos autores, de matemática financiera borrosa, son ejemplificados mediante la aplicación a casos de estudio específicos.

A efecto de determinar la mejor herramienta para realizar el control de la gestión de la liquidez de una empresa, particularmente para determinar la periodicidad y los montos de las transferencias entre la caja y la cartera de inversión, López y Mendaña (2001) realizaron un análisis comparativo entre las cadenas estocásticas de Markov, como una herramienta para el tratamiento de la información en la gestión de empresas que utilizan variables aleatorias y encadenamiento a través de operadores asociados suma-producto y las cadenas inciertas de Kaufmann y Gil Aluja, diseñadas con el mismo propósito pero incorporando la incertidumbre a través del encadenamiento de operadores asociados máximo – mínimo, concluyendo que en entornos imprecisos, "como puede ocurrir en la toma de decisiones de gestión de la liquidez, el modelo debería incluir la noción de cadenas con datos borrosos en lugar de las probabilidades". (López y Mendaña, p. 2)

Otra área de aplicación de la teoría de los conjuntos borrosos es en los seguros; por ello De Andrés y Terceño (2002), trabajaron sobre las aplicaciones actuariales de los conjuntos borrosos, explorando diferentes posibilidades de aplicación de esta teoría, mediante la implementación de modelos borrosos para: a) determinar el riesgo asegurable, b) reconocer el grupo de pólizas dentro de un ramo, c) decidir sobre la política de reaseguros y d) valorar los seguros de vida. De Andrés y Terceño mencionan las siguientes conclusiones: a) la teoría de los conjuntos borrosos permite modelizar diferentes situaciones donde la información no está suficientemente estructurada o tiene un carácter subjetivo como el concepto de riesgo asegurable, así como la identificación de riesgos homogéneos; b) mostraron que los instrumentos de decisión multicriterio borroso pueden ser de gran utilidad para quien decide, en la determinación de la política óptima de reaseguro.

De igual forma, las inversiones en la bolsa de valores, puede ser objeto de aplicación de la matemática borrosa, y por ello Andreu y Ceballos (2005) plantean "una alternativa para la predicción financiera que (...) ayude a la problemática de la decisión de inversión en renta variable y que no esté sesgada por unos supuestos matemáticos y/o estadísticos" (p. 2). A tal fin, presentan el método Fuzzy Delphi para filtrar, desde el punto de vista de la matemática borrosa, las recomendaciones y predicciones de los expertos así como también de la información especializada.

Estos autores, recuperan conceptos, tales como: expertizaje, contraexpertizaje, expertones, tablas endecadarias, tripletas de confianza, máxima presunción, número borroso triangular, entre otros, relacionados con la aplicación del conjunto de números borrosos en la incorporación de la incertidumbre en los modelos establecidos para el tratamiento de la información financiera, en procura de mejorar la calidad de la información.

En el mismo orden de ideas, Reig y González (2002) desarrollaron un modelo borroso para la planificación y control táctico de materiales en el área aprovisionamiento de la empresa, "incorporando como un parámetro del modelo, la calidad de la información utilizada" (p. 431), mediante el uso de la técnica de los expertones, la cual permite *objetivizar* la subjetividad intrínseca de las opiniones de los expertos facilitando su representación mediante valores ciertos, intervalos de confianza y tripletas de confianza. En esta perspectiva los autores señalados destacan lo siguiente:

La lógica borrosa permite por un lado facilitar la representación de los pensamientos humanos y tratar la subjetividad derivada de la opinión de los expertos, además de introducir en el análisis la incertidumbre del entorno donde se desarrolla la empresa, aspectos que [estos autores] consideran fundamentales para dotar a cualquier modelo de validez y solvencia dentro de la investigación contable. (p. 457)

Cabe considerar por otra parte, una aplicación práctica de la teoría de los subconjuntos borrosos, cuando no se conocen con certeza los costos fijos ni los costos variables, así como tampoco los precios reales de venta, en el cálculo del punto muerto o punto de equilibrio multiproducto, a través de dos modelos desarrollados por Ferrando y Navarro (1999), usando como instrumentos para medir la incertidumbre, los intervalos de confianza y todos sus operadores. Estos modelos fueron llamados por sus autores, punto muerto borroso mínimo (PMBMIN) y punto muerto borroso máximo (PMBMAX), los cuales proporcionan el extremo inferior y superior respectivamente del intervalo de confianza del punto muerto borroso de cada producto, siendo este también un intervalo de confianza. Mencionan los autores que "para tratar de reducir la entropía de los intervalos de confianza obtenidos, sin pretender parámetros totalmente ciertos, pero si lo más cercanos posibles a la realidad de la empresa, se puede hacer uso del expertizaje". (p. 65)

Es importante señalar, dentro de este marco de usos y modelos borrosos, una aplicación de la lógica borrosa a los préstamos participativos ofrecidos por instituciones financieras especializadas del estado Español, para que las pequeñas y medianas empresas puedan acceder a financiamiento. Cazorla, López y Lorenzana (2002) realizan una propuesta metodológica en este sentido, centrándose en el "análisis de aquellas variables determinantes de la cuota de interés, magnitud esencial para el cálculo de su coste efectivo, dejando de lado otros conceptos de coste financiero que le afectan, como comisiones y otros

gastos"; (p. 45) con el fin de obtener una mayor información con respecto a la evolución de la actividad empresarial del prestatario, reduciendo la incertidumbre mediante la utilización de la matemática borrosa, que soporte una adecuada toma de decisiones. Estos autores consideran "que la utilización de la lógica borrosa amplia el grado de información disponible por prestamista y prestatario para la toma de sus decisiones respectivas de inversión y financiación". (p. 62)

En el campo de la ciencias contables, donde los resultados de un período aportados por sus diferentes sistemas y expresados en forma de estados financieros, en muchos casos, están impregnados de imprecisión, vaguedad y subjetividad, es necesario realizar inferencias con base en la matemática borrosa para incorporar estos elementos de incertidumbre y así mejorar la calidad de la misma para lograr una eficaz y acertada toma de decisiones en el mediano y largo plazo, donde la información reportada por los sistemas contables tradicionales pierde valor, ya que dada la complejidad y dinamismo de las operaciones mercantiles, los datos históricos no explican acertadamente las realidades del futuro, pues éste contiene elementos que no son explicables por las probabilidades sino por la determinación de la incertidumbre existente en ellos y en su entorno. Lograr este cometido, permitirá transitar el camino hacia la contabilidad decisional.

Indudablemente que existen más aplicaciones y modelos propuestos por otros autores en la aplicación de la matemática borrosa con el propósito de incorporar en ellos la incertidumbre, sin embargo, para objeto de esta investigación los ejemplos analizados sirven para ilustrar la diversidad de aplicaciones que tiene la matemática borrosa en procura de un acercamiento mayor a la fiabilidad de la información, como resultado de la aplicación de modelos que incorporen la ambigüedad y la imprecisión, características de la realidad económica de esta compleja época donde las empresas tienen que desenvolverse.

## **Conclusiones**

A través del presente trabajo se han evidenciado las bases teóricas de esta perspectiva emergente, especialmente el estado actual del conocimiento de la matemática borrosa. Las investigaciones analizadas demuestran el desarrollo de variados modelos borrosos para ser aplicados en diferentes áreas de la economía y administración de empresas, aunque las ciencias contables continúan bajo el sistema de los parámetros lineales que han retardado su avance para incorporar la incertidumbre, la subjetividad y lo impreciso del actual dinamismo económico, en la información financiera, ocasionando que la misma sea poco confiable para la acertada toma de decisiones.

Se ha mostrado que es posible otra forma de concebir y manifestar los resultados de las operaciones mercantiles generadas por una entidad, mediante la aplicación de la matemática borrosa a las cifras aportadas por la contabilidad tradicional, la cual permitiría incrementar la fiabilidad de la información generada, optimizando en consecuencia la toma de decisiones racionales y creativas en el mediano y largo plazo. En tal sentido, es oportuno preguntar ¿qué modelos contables borrosos se requieren para realizar las inferencias necesarias a efectos de lograr una contabilidad decisional que satisfaga tales requerimientos?

En consecuencia, se pretende que la presente investigación sirva de motivación a otros investigadores, principalmente de las ciencias contables y económicas para emprender, continuar o modificar investigaciones que tiendan a la resolución de problemas, tomando en cuenta la incorporación de la incertidumbre y la subjetividad en las diferentes circunstancias que impone el actual momento histórico de globalización y complejización de los sistemas económicos, caracterizados, entre otras cosas, por avanzadas tecnologías, mercados mundiales integrados y regulaciones internacionales.

## Referencias bibliográficas

- Aguiar, F. (2004). Teoría de la decisión e incertidumbre: modelos normativos y descriptivos [Versión electrónica]. *Metodología de Ciencias Sociales*, 8, 139-160.
- Andreu, J. y Ceballos, D. (2005). Aplicación del método Fuzzy Delphi a la predicción bursátil Extraído el 28 de marzo, 2008 del sitio Web de la Universidad de Barcelona: http://www.ub.es/iafi/Membres/DCeballos/fuzzy.pdf
- Cazorla, L., López, M. y Loenzana, T. (2002). Análisis del coste financiero de los préstamos participativos desde la óptica de la lógica borrosa [Versión electrónica]. *Cuadernos del Cimbage*, *5*, 41-69.
- De Andrés, S. y Terceño, A. (2002). Aplicaciones actuariales de la teoría de los subconjuntos borrosos [Versión electrónica]. *Cuadernos del Cimbage*, 5, 1-39.
- Domínguez, M., Ruiz M y Sánchez J. (1992). Valoración de rentas de capital con tipos de interés borroso [Versión electrónica]. *Cuadernos de Estudios empresariales*, 2, 47-55.
- Ferrando, M. y Navarro, V. (1999). Punto muerto multiproducto en la incertidumbre: una aplicación práctica de la teoría de los subconjuntos borrosos [Versión electrónica]. *Escuela Superior de Gestión Comercial y Marketing*, 102, 57-75.
- García, P., Lazzari, L. y Pérez, R. (1998). Objetivo de la ciencia, verdad y medidas de incertidumbre [Versión electrónica]. *Cuadernos del Cimbage*, *3*, 1-10.
- García, P. y Pérez, R. (1999). Doctrina de la borrosidad y programas de investigación científica. [Versión electrónica]. *Cuadernos del Cimbage*, 4, 29-39.
- Gil Aluja, J. (2005). La matemática borrosa en economía y gestión de empresas. Extraído el 22 de marzo, 2008 del sitio Web del Centro de Comunicaciones y Tecnologías de la Comunicación de la Universidad de la Laguna: http://webpages.ull.es/users/imarrero/sctm05/modulo1tf/1/jgil.pdf
- Gil Aluja, J. (2000). Génesis de una teoría de la incertidumbre. *Encuentros multidisciplinares*, 6. Extraído el 22 de marzo, 2008 de: http://www.encuentros-multidisciplinares.org/Revistanº6/Jaime%20Gil%20Aluja%201.pdf

- Gil La Fuente, A., Ortigosa, M. y Merigó, J. (2007). Teoría de la incertidumbre aplicada al valor del cliente en situaciones contractuales con intervalos de confianza [Versión electrónica]. *Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa. Diciembre*, 75-97.
- Gil La Fuente, J. y Tinto, J. (2007). El boom en la gestión deportiva, nuevos instrumentos que garantizan su éxito. República Bolivariana de Venezuela: Universidad de los Andes.
- González, S., Flores, B., Chagolla, M. y Flores, J. (2006). *La distancia de Hamming y Euclides como elementos estratégicos en las contrataciones empresariales en la incertidumbre*. Extraído el 24 de marzo de 2008 del sitio Web de la Universidad Michoacana, México: http://lsc.fie.umich.mx/~juan/PS/Euclides.pdf
- Kaufmann, A. (1971). Introducción a la combinatoria y sus aplicaciones. Barcelona: C.E.C.S.A.
- López, E. y Mendaña, C. (2001). *Una aplicación de las cadenas inciertas de Kaufmann y Gil Aluja frente a las cadenas de Markov al control de gestión de tesorería de las empresas*. Extraído el 26 de marzo de 2008 del sitio Web de la Universidad Michoacana, México: http://sicodinet.unileon.es/Misyg/Pscript/DOC25.PS.
- Medina, S. (2006). Estado de la cuestión acerca del uso de la lógica difusa en problemas financieros [Versión electrónica]. *Cuadernos de Administración*, 32(19), 195-223.
- Moriñigo, M. y Eriz, M. (2007). Resolución de equivalencias financieras mediante ecuaciones con coeficientes borrosos [Versión electrónica]. *Cuadernos del Cimbage*, 9, 37-57.
- Reig, J. y González, J. (2002). Modelo borroso de control de gestión de materiales [Versión electrónica]. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, *112*(XXXI), 431-460.
- Zadeh, L. (1965). Fuzzy Sets [Versión electrónica]. Information and Control, 8. 338-353.

## CONSULTORIO CONTABLE

# DEPARTAMENTO DE CIENCIAS CONTABLES UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## ASESORÍA Y CONSULTORÍA PROFESIONAL

En el ámbito de la asesoría y consultoría profesional el Consultorio Contable presta sus servicios a entes tanto del sector público como privado, labores que se llevan a cabo por un grupo permanente de profesionales altamente calificados en las diferentes áreas contables.

## SERVICIOS DE CONSULTORÍA

- Diseño e implementación de la Gerencia Estratégica de Costos basado en actividades.
- Diseño Sistema de Control Interno
- Interventorías
- Auditorías
- Sistemas Contables
- Control presupuestal
- Análisis Financiero

- Impuestos
- Sostenibilidad del proceso de Saneamiento Contable y Depuración del sistema de información contable
- Asistencia Revisoría Fiscal
- Manejo y Control de Activos Fijos
- Capacitación en temas contables, financieros y tributarios

#### **INFORMES**

Universidad de Antioquia
Departamento de Ciencias Contables
Consultorio Contable
Teléfonos (4) 219 58 10 - 219 58 12 • Fax (4) 212 52 33
Email: consultoriocontable@economicas.udea.edu.co