Hernández, E. (1995). Una suma de aritmética anterior a la de Luca Pacioli: la "suma de la art de arismetica"de Francesca Sanct Climent (Barcelona, 1482). Contaduría Universidad de Antioquia, 26-27, 113-176.

Una Suma de Aritmética Anterior a la De Luca Pacioli:

La "suma de la Art de Arismetica" de Francesch Sanct Climent (Barcelona, 1482)

Esteban Henández-Esteve

Subdirector General del Banco de España,
Profesor e investigador Contable

Una versión en inglés de este trabajo fue presentada en el 18th Annual Congress de la European Accounting Association, celebrado en Birmingham, Reino Unido, los días 10 al 12 de mayo de 1995.

RESUMEN

Dentro de las obras incunables dedicadas expresamente al campo de la aritmética comercial se encuentra la de Francesch Sanct Clíment (1482), precisamente una de las menos conocidas.

Sin embargo, la suma de la art de aritsmética de Sanct Clíment, escrita en catalán, constituye el primer texto de matemáticas impreso en español y puede ser considerado el segundo libro de aritmética comercial impreso en el mundo, después del arte de Labbacho publicado en 1478.

En este incunable se tratan la suma, la resta, la multiplicación, la división, la regla de tres, quebrados, repartos proporcionales, conversión de unas monedas en otras, y también de unas medidas de longitud o capacidad en otras, baratas o permutas, posiciones o falsas posiciones de hoy y progresiones. Como se observa, la obra de Sanct Clíment comprende los conocimientos de la época para el ejercicio de su profesión

Dedicado con afecto a Antonio Goxéns Duch,
de la añorada Escuela de Altos Estudios Mercantiles
de Barcelona, que conoce desde antiguo
la obra de Sanct Climent

Me es grato agradecer los valiosos comentarios hechos por Gaspar Feliu que han contribuido, sin duda, a mejorar el trabajo. Los errores y deficiencias que todavía puedan existir son de mi entera responsabilidad.

ABSTRACT

As it is well known, Pacioli's *Summa de Arithemetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita*, published in Venice in 1494, was the first great mathematical work to be printed. It is a true encyclopedia of all the mathematical knowledge gathered at the beginning of the Modern Age. For this reason, it represented a milestone in its time and reached a great popularity, exercising much influence on all mathematical texts that appeared afterwards. Therefore, when studying that period many mathematics historians jump directly from the

Liber abaci of Leonardo Fibonacci, called Il Pisano, written in 1202, to Pacioli's *Summa*, without taking into account all intermediate authours.

However, a rather considerable number of texts appeared durgin this lapse of almost three hundred years between the works of Fibonacci and Pacioli. Some of these texts were printed. Among them, it is worth mentioning the *Suma* de la Art de Arismetica written in Catalan by Francesch Sanct Climent an published in Barcelona in 1482. This is the first commercial arithmetic that was printed in Spain and perhaps the second to be printed in the world. Only one copy of this work has survived. It is kept at the Library of Catalonia, in Barcelona.

Although Louis C. Karpinski provided a short description of this *Suma* in a paper published in 1936, this work has not yet been studied in depth and is thus little known both among accounting and business historians and mathematics historians.

Its mathematical contents is certainly inferior to that of Pacioli's *Summa* and it makes no reference to accounting matters. However, as almost all its

examples of mathematical computations refer to commercial transactions, supplying interesting information on the commodities and the commercial uses and practices of that time in the Catalan provinces, the analysis of Sanct Climent's *Suma* can be of interest to all scholars devoted to the study of accounting and trade in the 15th century.

The purpose of this paper is to undertake this analysis. Its introduction offers some considerations on scientific *incunabula* and manuscripts of that period, in general, and subsequently enumerates currently known *incunabula* on arithmetic, in particular those dealing with commercial arithmetic. After this introduction, the Sanct Climent's work is analized and commented in detail.

1. INCUNABLES DE ARITMÉTICA Y DE ARITMÉTICA COMERCIAL

Como es sabido, la *Suma de Arithmetica, Geometria Proportioni et Proportionalita* de Luca Pacioli, publicada en Venecia el año 1494, es la primera gran obra de matemáticas que fue impresa. Constituye una verdadera Suma o enciclopedia de todo el saber matemático conocido al traspasar los umbrales de la Edad Moderna. Por ello, marcó un hito en su tiempo y alcanzó gran popularidad, ejerciendo notable influencia en los escritos que la siguieron. De tal modo es ello así, que muchos historiadores de las matemáticas al estudiar esa época saltan directamente del *Liber abaci* de Leonardo Fibonacci, el Pisano, escrito en 1202, a la *Summa* de Pacioli, sin detenerse en los autores intermedios (Boyer 1986, p. 357).

Sin embargo, entre las obras de esos dos autores, Fibonacci y Pacioli, aparecieron numerosos textos de matemáticas, tanto manuscritos, como impresos; algunos de ellos de importancia. Por lo que respecta al número de las obras impresas, de acuerdo con lo indicado por Riccardi (1893, p. XI, XV) sólo en 1472 y 1480 se imprimieron en Italia 38 textos matemáticos, 63 más aparecieron entre 1481 y 1490, y otros 100 entre 1491 y 1500.[87] Teniendo en cuenta que otros 13 textos se imprimieron entre los años 1472 y 1500 sin que pueda determinarse el año exacto de su publicación, se alcanza un total de 214 textos de matemáticas impresos en Italia que merecen el calificativo de *incunables*, es

87 Según se cree generalmente, la imprenta fue introducida en Italia el año 1464 por Juan Turrecremata, abad del monasterio de Subiaco, en las proximidades de Roma. Turrecremata era originario de Valladolid, en España, y su apellido era producto de la latinización del nombre castellano de Torquemada.

decir, de libros publicados antes del 31 de diciembre de 1500, pues éste es el límite temporal convencionalmente adoptado para englobar los impresos correspondientes a los primeros tiempos de la imprenta,[88] de acuerdo con la designación utilizada por primera vez por Cornelius à Beughem (1688).

A estos 214 textos de matemáticas impresos en Italia hasta el 31 de diciembre de 1500 deberíamos añadir más de un centenar de títulos impresos en otros países, especialmente en Alemania, cuyos nacionales siguieron de cerca a Italia en la autoría de libros incunables, así como en Francia y España, junto con Portugal, naciones que a mayor distancia proporcionaron también un buen número de autores de incunables sobre temas científicos. Los Países Bajos e Inglaterra son los países que siguen a continuación, aunque con un número mucho menor de autores que los anteriormente citados (Sarton, 1938, pp. 75 ss.).

En cualquier caso, debe decirse que este conjunto de textos impresos incluye las distintas ediciones publicadas de una misma obra, que en algunas ocasiones fueron diversas y hasta numerosas, como puede apreciarse por el catálogo de incunables científicos y médicos publicado por Klebs (1938), que constituye todavía hoy una de las fuentes más importantes con respecto a esta materia. Por otra parte, no todos los libros impresos en estos primeros años de la imprenta correspondieron a autores contemporáneos: una buena parte de ellos se dedicaron a difundir obras escritas en siglos anteriores, en algunos casos muy anteriores (Sarton, 1938, p. 76). Es en cierto modo sorprendente ver el interés que los autores antiguos despertaron entre el público comprador de libros en esa primera época de la imprenta, pues solamente este interés, que generaba la correspondiente demanda, puede explicar que los primitivos impresores se decidieran a publicar sus obras. Según Sarton, que recoge sus datos del catálogo de Klebs, los textos científicos impresos hasta el 31 de diciembre de 1500 fueron obra de 661 autores. De ellos, sólo 378 (57 por 100) vivieron en la segunda mitad del siglo XV. De los 283 restantes, 25 (4 por 100) escribieron su obra antes del nacimiento de Cristo, 103 (15 por 100) lo hicieron entre los siglos I al XII, y 156 (24 por 100) escribieron desde comienzos del siglo XIII hasta finales de la primera mitad del siglo XV (Sarton, 1955, p. 176 s.). Por lo que respecta al número total de ediciones de incunables de todo tipo, Sarton,

88 Algunos especialistas sugirieron el año 1476 como límite temporal para la designación de incunables, pues para este año se habían terminado ya las experiencias y ensayos preliminares efectuados por los primeros impresores; otros propusieron el año 1520, como fecha en la cual se abandonaron definitivamente las antiguas fórmulas, iniciándose con ello una nueva etapa. Pero ambas fechas adolecían también de un carácter convencional y resultaban menos rotundas y fáciles de recordar (Sarton, 1938, p. 48).

en una estimación que califica de extremadamente prudente, piensa que puede alcanzar la cifra de 30.000, con una tirada media de 200 ejemplares por edición. De esta manera, el número total de ejemplares impresos en el siglo XV se elevaría a unos seis millones (Sarton, 1938, p. 57).

Sea como fuere, lo cierto es que estos incunables que reproducían obras que circularon anteriormente en forma manuscrita no reflejan los conocimientos aportados en el período en el que fueron impresos, sino los recibido de épocas pretéritas. Hay que descartar, de cualquier manera, la idea de que a partir de la aparición de la imprenta se desterrara el uso de textos manuscritos para la lectura culta, el estudio o la enseñanza. Todo lo contrario: en esa segunda mitad del siglo XV se siguieron empleando con profusión los manuscritos para estos fines. Como más adelante constatáremos, en la enseñanza de la aritmética comercial durante esa época se utilizaban más los textos manuscritos que los impresos. En general, la impresión de muchos textos antiguos, tanto científicos y matemáticos como teológicos o filosóficos, no hace sino confirmar la vigencia de los mismos y el uso que se les daba en colegios y universidades. Como indica Sarton (1938, pp. 54 ss), la invención de la imprenta despertó ciertamente en los primeros tiempos un moderado entusiasmo, pero también una clara resistencia y hasta una declarada hostilidad. No hay que olvidar que la manufactura y comercio de manuscritos constituían un negocio floreciente y bien instalado. Por otra parte, los humanistas e intelectuales sentían cierta repugnancia hacia los libros "mecánicos" que irrumpían en el terreno de los hermosos volúmenes manuscritos, en una reacción similar a la originada más modernamente entre los melómanos al introducirse la música "enlatada". Así, en opinión de Arton, Federico de Montefeltro, el protector de Luca Pacioli, que poseía una de las mejores bibliotecas de su tiempo, se hubiera avergonzado de poseer un solo volumen impreso. A su juicio, los libros impresos fueron adquiriendo sólo gradualmente carta de naturaleza, de forma que las imprentas tardaron por lo menos setenta años en dejar fuera del mercado al bien montado tráfico de los copistas.

Al ponderar el número de incunables matemáticos, debe considerarse también, por otra parte, que el repertorio de Klebs no menciona el tamaño ni el número de páginas de los textos, por lo que en las cifras consideradas se incluyen tanto impresos de envergadura como textos de sólo unas pocas páginas.

Al mismo tiempo, no debemos olvidar que el concepto de obras de matemáticas utilizado por los autores que hemos citado es muy amplio, pues al lado de libros de aritmética, geometría y álgebra, incluye también obras de astronomía, cosmografía, cálculo del calendario, navegación, etc. Como es sabido, en el sentir de esa época hasta la misma música se consideraba perteneciente al área de las matemáticas (Kline, 1992, vol. I, p. 297).

En lo que concierne a los escritos de aritmética, que son los que, en una primera aproximación, delimitan nuestro campo de estudio, Smith (1908, pp. 4 ss.) indica que en los primeros tiempos del Renacimiento pueden distinguirse cuatro distintos tipos de textos, tipos que se heredan de la Edad Media:

1. Libros teóricos. Estos libros siguen fundamentalmente la obra de Boecio (1488) que escribió a comienzos del siglo VI D. J. y que se basó en los modelos griegos de Nicómaco y Euclides, dedicando particular atención a la teoría de los números figurados y al complicado sistema griego de razones y proporciones. A este respecto, debe recordarse que los romanos no hicieron grandes aportaciones en el campo de las matemáticas, por lo que la herencia recibida en esta materia por los hombres del Renacimiento procedía fundamentalmente de los griegos y los árabes. En efecto, cuando en el siglo VI fue clausurada la escuela matemática de Alejandría, los saberes matemáticos se dirigieron a Bagdad, donde encontraron cumplida continuación (Sarton, 1955, p. 133).

2. Los algoritmos, que eran aritméticas prácticas escritas para proporcionar las nociones aritméticas necesarias para realizar los cálculos propios del tráfico mercantil o de cualquier otro tipo de actividad profesional. Empleaban la numeración arábiga, conocida en la India ya a comienzos del siglo III A.J., aunque sin haber descubierto todavía el uso del número cero. Esa numeración se fue perfeccionando gradualmente, de forma que cuando hacia el siglo VIII de nuestra Era pasó de la India a Bagdad, incluía ya el número cero. A comienzos del siglo IX, un sabio árabe, Mohammed ibn Musa, conocido vulgarmente por el apelativo de Alkhowarazmi, en referencia a su lugar de origen, Khwarazm, escribió una aritmética utilizando la numeración arábiga. De ese nombre, latinizado, surgió la palabra algoritmo. Las aritméticas prácticas fueron realmente una novedad de la Edad Media. Ciertamente que en todas las edades fue necesario hacer cálculos aritméticos en relación con múltiples actividades de la vida corriente, pero los autores matemáticos antiguos daban por supuesto su conocimiento y no se les ocurría escribir sobre esta materia (Sarton, 1955, p. 151).

3. Las aritméticas de ábaco. Eran también aritméticas prácticas, usualmente de tipo comercial, pero en principio utilizaban la numeración romana, poco apropiada para el desarrollo de cálculos por escrito. Por ello, la realización de las operaciones se explicaba mediante el uso de *calculi* o guijarros, cuentas o fichas, que se colocaban en una caja de arena que al comienzo se

llamó ábaco, aunque luego esta denominación se empleó en el sentido actual que designa un cuadro con alambres y cuentas utilizado a estos mismos efectos. De ahí tomaron su nombre esta obras. En los tiempos iniciales del Renacimiento se desarrolló una dura pugna entre los algoristas y los abacistas, defendiendo cada grupo el uso de los nuevos números arábigos o de la tradicional numeración romana, respectivamente. En Italia, sin embargo, no se encuentran aritméticas de ábaco, porque los mercaderes adoptaron en época muy temprana la nueva numeración procedente de la India. Pero, en Alemania, por ejemplo, fue frecuente este tipo de libros de aritmética.

4. Los cómputos. Eran libros que trataban del calendario religioso y tenían por objeto enseñar a calcular las fechas de la Semana Santa y de otras fiestas movibles. De esta práctica se deriva el hecho de que en algunas aritméticas del siglo pasado figure todavía un capítulo sobre el calendario.

Debe advertirse, en cualquier caso, que las denominaciones indicadas no se utilizaban en su tiempo con un criterio tan riguroso como la clasificación de Smith puede dar a entender. De esta forma, los tratados italianos denominados del ábaco que conocemos emplean invariablemente números árabes. En efecto, la rápida adopción de la nueva numeración arábiga por parte de las antiguas escuelas de ábaco, especializadas en la enseñanza mercantil, trajo posiblemente como consecuencia que el nombre de libros de ábaco se generalizara en la propia época como denominación genérica de todos los textos de aritmética comercial, con independencia del sistema de numeración utilizado. Tal proceso queda ilustrado, sin ir más lejos, por el título del primer libro impreso sobre esta materia, el famoso *Arte de labbacho* de Treviso, publicado en 1478, que por otra parte no hace más que seguir la pauta establecida por el *Liber abaci* de Leonardo Fibonacci, escrito en 1202. El mismo Smith era perfectamente consciente de este hecho. A este respecto comenta que el ábaco había sido enteramente olvidado en Italia algunas generaciones antes de que apareciera la aritmética de Treviso, aunque no pudiera decirse lo mismo en relación con los países del norte de Europa. En la actualidad, los historiadores de la matemática siguen utilizando esta denominación para referirse, sin más, a los textos de aritmética comercial (Tucci, 1994, p. 55). A su vez, otros libros, bajo el título de algorismos lineales, se referían a operaciones en numeración romana desarrolladas por medio de cuentas o guijarros, como se desprendía de su propia denominación, que hacía referencia a las líneas o casillas que se trazaban en las cajas de arena para colocar las cuentas. Por otra parte, el título de algoritmos se utilizaba también muy a menudo para encabezar tratados teóricos, siempre que los números utilizados fuesen los árabes. Tucci llama la atención, por su parte, sobre la neta diferenciación que en principio podía trazarse entre textos de aritmética comercial y otros de índole práctica, pero ajenos a las actividades mercantiles. Sin embargo, a la postre, las aritméticas prácticas vinieron a identificarse con las puramente comerciales, pues éstas eran las cuestiones prácticas más tratadas (1994, p. 55).

Basándonos en los criterios expuestos por Smith y partiendo de su catálogo, completado con el repertorio de Klebs y con las obras citadas por otros autores, hemos podido reunir 50 títulos de incunables sobre aritmética, sin contar más que la primeras o únicas ediciones de cada obra. Debo advertir, sin embargo, que esta relación no me parece totalmente fiable, pues varias de las obras incluidas son anónimas y no llevan lugar o año de edición, por lo que en algunos casos podría haberse producido una repetición en su enumeración. En otros casos, los catálogos en que aparecen los títulos se limitan a reproducirlos de otras fuentes, sin que exista garantía de que los libros han llegado realmente a nuestros días y han sido debidamente comprobados. De cualquier forma, hechas estas salvedades que pueden afectar a un par de casos extremos, creo que la relación indicada puede utilizarse con un grado razonable de confianza. En el anexo se ofrece dicha relación completa, junto con una somera explicación aclaratoria sobre su contenido y la vida de sus autores.

De todas las obras contenidas en la relación, solamente 8 pertenecen expresamente al campo de la aritmética comercial o contienen una parte referida específicamente a ella, como es el caso de la *Summa* de Luca Pacioli. Estas ocho obras son: la anónima llamada *Arte de labbacho,* impresa en Treviso (1478); la de Francesch Sanct Climent (1482); la de Ulrich Wagner (1482); la de Pietro Borghi (1484); la de Johannes Widman (1489); la de Filipo Calandri (1491); la de Frances Pellos (1492) y la de Luca Pacioli (1494). La *Summa* de Luca Pacioli resulta ser así el último incunable en primera o única edición donde se trata ampliamente de materias de aritmética comercial. Por otra parte, debe indicarse como dato significativo que todas estas obras están escritas en lenguas vulgares: cuatro en italiano, dos en alemán, una en catalán y una en provenzal. Todos estos libros emplean la numeración arábiga y fueron escritos después de la invención de la imprenta; podría decirse, en consecuencia, que fueron redactados por sus autores con la idea de su publicación. En cambio, ninguno de los numerosos manuscritos sobre aritmética comercial que a la sazón circulaban mereció los honores de la imprenta en esa primera etapa de su existencia.

Las 42 obras restantes incluidas en la relación, o bien tienen un contenido claramente teórico, o bien, aun revistiendo cierto carácter práctico en el sentido de instruir en la realización de operaciones de cálculo con la nueva o la antigua numeración, no hacen referencia expresa o suficiente a los cálculos necesarios a los mercaderes para desarrollar su actividad. Por otra parte, en relación con los casos en que es posible averiguarlo por indicarse en la obra el nombre del autor y por conocerse datos sobre su vida, 12 de estas obras fueron escritas con anterioridad a la invención de la imprenta, mientras otras 12 lo fueron en la segunda mitad del siglo XV. Asimismo, la inmensa mayoría de estas aritméticas no comerciales fueron escritas en latín (37); sólo dos de ellas fueron redactadas en alemán, una en italiano, una en inglés y una más en español.

Las ocho aritméticas comerciales que hemos indicado son conocidas de los especialistas y casi todas ellas han sido objeto de trabajos específicos, en los que se las estudia y describe con mayor o menor suficiencia y amplitud. Como veremos en seguida, una de las menos conocidas es, precisamente, la de Francesch Sanct Climent, *Suma de la art de aritmetica*, impresa en Barcelona por Pere Posa, *prevere*, el año 1482, a pesar de que hace cerca de sesenta años fue objeto de un artículo de Karpinski (1936).

Dejando aparte la *Summa* de Luca Pacioli que presenta características especiales, pues, por un lado, su objetivo matemático es mucho más amplio y profundo, y, por otro, en la parte mercantil trasciende del carácter puramente aritmético, para aproximarse en planteamiento y contenido a los manuales de mercaderes,[89] debe decirse que, en general, los libros de aritmética comercial señalados tienen un desarrollo muy similar. En primer lugar, todos ellos sin excepción tratan del concepto de número. Sin embargo, se percibe que el empleo de la numeración arábiga, con su cero y su correspondiente valor posicional, estaba ya muy generalizado, pues ningún texto dedica mucho espacio a explicar esta materia. Siguen las cuatro reglas elementales: sumar, restar, multiplicar y dividir. En algunos casos, se distinguen de forma específica dos tipos de operación derivada, la de duplicar y la de partir por dos. En otros casos, apenas se dedica espacio a sumar y restar, considerando posiblemente que eran nociones que los aprendices de mercader debían llevar ya aprendidas. En algún caso, a la suma y a la substracción se anteponen la multiplicación y la división, siguiendo el orden establecido por Fibonacci. A continuación se expone la

89 Los manuales de enseñanza técnico-comercial para mercaderes constituyen otro interesantísimo tema, conectado en más de un aspecto con el de los textos de aritmética comercial, Lane (1967) escribió un interesante ensayo a este respecto y, más recientemente, Hook y Jeannin están publicando un amplio estudio, en varios volúmenes, de todas las obras relacionadas con la actividad mercantil bajo el título de *Ars Mercatoria* (1991).

regla de tres o regla de las proporciones, que eran tan utilizada por los comerciantes que en esa época se la llegó a llamar *regula mercatorum: "Regula proportionum sive aliter Regula Mercatorum dicta"* (Anónimo, c. 1491). Tan universal y omnipresente era el empleo de esta regla, que poco tiempo después, Sfortunati se atrevió a llamarla "Regla de la Santa Trinidad" (1545, f. 36v). Según Paolo Dagomari, conocido como Paolo dell'Abaco, que escribió a comienzos del siglo XIV, todos los cálculos que tenían que hacer los mercaderes podían resolverse por medio de la regla de tres (1964, cs. 193) y lo mismo creía Tagliente (1525, p. 33). Cierto que este uso de la regla de tres originaba, en ocasiones, una larga y complicada sucesión de operaciones aritméticas que hoy serían resueltas, rápida y limpiamente, por elementales planteamientos algebraicos.

Como partes integrantes del capítulo dedicado a la regla de tres, o como secciones independientes, pero haciendo referencia en cualquier caso a su condición de aplicaciones especiales y derivadas de la regla de tres, se tratan acto seguido las reglas de compañía y repartos proporcionales, cambios, operaciones con monedas, pesas y medidas, baratas, la regla de aligación, la de falsa posición y las progresiones. Antes de entrar en estas aplicaciones, se dedican por lo general uno o más capítulos a hablar de las operaciones con quebrados. Asimismo, se instruye a operar con números complejos, noción absolutamente necesaria dada la composición de los sistemas monetarios y de pesas y medidas de la época. Dentro de las aplicaciones estudiadas, se acostumbra a tratar de forma más o menos específica de las deducciones por tara, mermas y corretajes, así como de la regla de tres de tiempo, que introduce el concepto de interés, y de la regla de conjunta. En los libros indicados es perceptible una progresión en el abanico de temas tratados, que se van haciendo más numerosos y se tratan con mayor amplitud y especificidad a medida que se avanza hacia el fin de siglo. De esta manera, Widman (1489) y Pellos (1492) tratan ya de la extracción de raíces cuadradas y cúbicas, explicando la operación inversa, potenciación, al hablar de la comprobación de los cálculos, pues un rasgo común de todos estos libros es, precisamente, la realización de las pruebas como obligado remate de las operaciones explicadas. Asimismo, el interés y el descuento se tratan ya en estos dos libros como cuestiones con entidad propia. Lo mismo ocurre en la obra de Calandri (1491), que constituye prácticamente una simple recopilación de problemas, aunque muy rica y completa. Los demás libros prestan en general mayor atención a la parte teórica y explicativa, pero todos ellos incluyen también, como parte fundamental de su exposición, numerosos problemas convenientemente planteados, explicados, resueltos y comprobados. Las obras de Widman, Calandri y Pellos contienen además los típicos problemas de velocidades y distancias recorridas, capacidades de recipientes y tiempo de rellenado, etc., así como problemas de geometría aplicada en relación con superficies y volúmenes.

El desarrollo de estos libros de aritmética comercial concuerda básicamente, por lo demás, con los programas de enseñanza de esta materia utilizados en las escuelas de ábaco italianas, a juzgar por lo que sabemos en relación con una escuela de ábaco de Pisa de la primera mitad del siglo XV, cuyo programa ha sido publicado por Arrighi (1965-67), así como con las enseñanzas de aritmética comercial que Giuliano di Buonaguida della Valle debía impartir en la escuela del ábaco de Florencia perteneciente a Franchesco di Lionardo Ghaligaio, según contrato firmado en 3 de diciembre de 1519 (Goldthwaite, 1972). *En dicho contrato se especifica que Giuliano di Buonaguida debía im*partir siete cursos consecutivos: el primero, llamado *librettine,* en referencia a las tablas utilizadas por los estudiantes para realizar los cálculos, estaba consagrado a la enseñanza de las operaciones elementales con excepción de la división. El segundo comprendía la enseñanza de la división por un dígito. El tercero, el de la división por dos dígitos. El cuarto, el de la división por tres o más dígitos. El quinto trataba de las operaciones con quebrados. El sexto estaba dedicado a la enseñanza de la regla de tres, con todas las cuestiones conexas de cambio de monedas, préstamos e interés, baratas, regla de compañías, pesas y medidas, etc. Finalmente, el séptimo se consagraba al sistema monetario florentino, teniendo en cuenta probablemente las cuestiones derivadas, como la regla de aligación, etc. Desgraciadamente, no se conoce la duración prevista para cada curso componente del programa global de enseñanza, que, por otra parte, era muy parecido al seguido en la escuela de ábaco de Pisa setenta u ochenta años antes.

El planteamiento de los textos manuscritos sobre aritmética comercial, utilizados profusamente en las escuelas de ábaco italianas de esa época, seguía también las mismas pautas. Aunque no sea éste propiamente el objeto de nuestro estudio, para terminar este capítulo introductorio y a efectos informativos y complementarios, tal vez no resulte ocioso comentar que, como se ha apuntado anteriormente, estos manuscritos superan ampliamente en número a los libros incunables sobre la materia. Por otra parte, los manuscritos supervivientes han sido objeto en años recientes de una intensa y meritoria labor de estudio, divulgación y publicación por Arrighi, como puede apreciarse a través del catálogo compilado a este respecto por Simonetti (1992). En época más pretérita, Smith (1908) proporcionó también amplia información sobre muchos de estos manuscritos, incluidos en la valiosa colección Plimpton custodiada hoy en la Columbia University de Nueva York. Asimismo lo hicieron Bouncompagni,[90] Cerboni (1889) y Riccardi (1893). También Vianello investigó con éxito en el tema de los antiguos tratados de los maestros de ábaco (1895).

2. LA "SUMA DE LA ART DE ARITMETICA" DE FRANCESCH SANCT CLIMENT

En la entrada titulada Santcliment de la *Gran Enciclòpedia Catalana,* Barcelona, 1979, Armand de Fluvià explica que los Santcliment eran un conocido linaje de mercaderes, caballeros y ciudadanos ilustres vinculados a Lérida y a Barcelona desde el siglo XIII. La rama leridana adquirió cierta relevancia con Tomás de Santcliment, fallecido después de 1292, que adquirió el castillo de Alcarràs y al que el rey, como recompensa por su participación en la campaña de Albalate de Cinca, Maldà y Madanell en la comarca de Urgel. Un Francesch de Santcliment estuvo al servicio de Pedro el Ceremonioso, que le envió en 1336 de embajador a Aviñón. Un hijo suyo, de igual nombre, sirvió al rey en Cerdeña y ejerció los cargos de *paer* (1380) y *veger* (1413) en Lérida. Su hijo Bernat de Santcliment, también *paer,* sostuvo un largo pleito con el Ayuntamiento por las tierras de Montagut, que finalmente perdió en 1454, hecho que marcó el inició de la decadencia de la familia en Lérida. Por su parte, la rama barcelonesa fue uno de los linajes más importantes de la ciudad en la Baja Edad Media. Un Francesch de Santcliment fue miembro del Consejo de Ciento en 1325. Sus descendientes llegaron a ser caballeros y señores de Badalona gracias a sus servicios a la monarquía. Otro Francesch de Santcliment, fallecido en 1537, fue también nombrado caballero y, merced a su matrimonio, obtuvo para la familia la baronía de Llinars. El escudo de armas de los Santcliment adoptaba una forma samnítica de los siglos XIV-XV y contenía en su interior una gran campana que cubría todo el campo.

No se tiene ninguna noticia sobre el origen y la vida del Francesch Sanct Climent autor de la *Suma de la art de arismetica,* pero no puede descartarse la

90 El príncipe Baldassare Buoncompagni fue un gran estudioso de la matemática italiana del Renacimiento En su casa de Roma, Vía del Corso, 213, tercera planta, tenía una magnífica colección de libros y manuscritos sobre esta materia. Entre ellos se contaban veintisiete ejemplares de la primera edición de la *Summa* de Pacioli y diecisiete de la segunda (Narducci, 1863). Ofreció su biblioteca al ayuntamiento de Roma para que fuera conservada permanentemente, pero el municipio no mostró interés por la idea. De esta forma, la magnífica biblioteca de Buoncompagni fue vendida y dispersada a su muerte (Smith, 1908, p. IX). Aparte de algunos ensayos que publicó en la revista *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei,* la mayor parte de sus publicaciones aparecieron en el *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche,* del que era editor.

posibilidad de que fuera miembro de esta célebre familia, aunque ello no parece probable en absoluto. Los únicos datos que conocemos sobre nuestro autor son los que el mismo aporta en su obra, o sea, que enseñaba aritmética en Barcelona: "*acabada la suma present sobre lart de arismetica per mi Francesch sanct climent en la insigna ciutat de Barcelona aquella ensenyant*", es decir, "acabada la presente suma sobre el arte de aritmética por mí Francesch sanct climent en la insigne ciudad de Barcelona, donde la enseño" (folio 135 v°). Existe otra referencia en el libro a su labor de maestro, cuando dice: "*e yo per profit dels scolans la pose axi*", o sea, "y yo lo pongo así para provecho de los alumnos" (f. 30 r°). Debe anticiparse que los folios de esta obra no están numerados, por lo que la numeración indicada es la que realmente les correspondería. La *Gran Enciclòpedia Catalana* se limita a corroborar esta actividad de nuestro hombre, cuando bajo la entrada Francesch Santcliment, dice escuetamente: "*Mestre d'aritmètica de Barcelona. Publicà el 1482 una Summa de l'art d'aritmètica, la primera obra d'aquest tipus que utilitzà xifres aràbigues*", es decir, "maestro de aritmética de Barcelina. Publicó en 1482 una *Summa de l'art d'aritmètia*, la primera obra de este tipo que utilizó cifras arábigas". Yerra esta explicación al decir que el libro de Sanct Climent fue la primera obra de aritmética que utilizó cifras árabes y, sin embargo, omite decir que fue el primer libro de matemáticas impreso en España.

Se conoce otro libro de esta época publicado por un tal Francesch de Sencliment, como el mismo se llama. En este caso se trata de una obra de contenido moral y piadoso, titulada *Flors de virtut*, que fue traducida del toscano al catalán por el indicado personaje: "*la qual hobreta es stada treta del tosca en la present lengua catalana per francesch de sencliment*, es decir, "la cual obrita ha sido traída del toscano a la presente lengua catalana por francesch de sencliment" (folio 47 ro). Tampoco los folios de esta obra están numerados, por lo que debe repetirse aquí lo que se decía en el párrafo anterior. El libro fue impreso en Lérida por Enrich Botell el año 1490. No parece probable que el traductor de esta obra italiana y el autor del libro de aritmética fueran la misma persona. Por lo menos, eso parece indicar la distinta forma en que ambos autores escriben su apellido. De esa misma opinión es la *Gran Enciclòpedia Catalana* que glosa a este traductor en una entrada aparte, a continuación de la anterior, bajo el epígrafe de Francesch de Santcliment, diciendo: "*Traductor. Frare mendicant. Traduí de l'italià al català el Fiore di virtù, versió que fou publicada a Lleida (Flors de virtuts e de costums, 1489, 1490), Barcelona (1495) i Girona (1497). La traducció, independent de la castellana i procedent de font distinta, segueix bàsicament l'edició veneciana del 1477*". Por lo que parece, según lo indicado, el traductor de Flors de virtut era un fraile mendicante y la obra conoció varias ediciones. Sin embargo, en el *Catálogo General de*

Incunables en Bibliotecas Españolas, editado por García (1989-1990) solamente aparece la edición de 1490 de Lérida, con un ejemplar único conservado en la Biblioteca de Catalunya. En cualquier caso, es posible que también este Francesch perteneciera al linaje de los Santcliment, rama leridana, dada la coincidencia de apellido y lugar, así como lo habitual del nombre de Francisco entre los miembros de las dos ramas de esta familia.

Copinger (1895) da temprana noticia del libro de aritmética de Sanct Climent. Asimismo, en su magna obra *Rara Arithmetica,* Smith lo indica de pasada al hablar el libro *Il Fattore. Libro d'Arithmetica, et Geometria Pratticale, de Meffeo Poveiano,* impreso en Bérgamo en 1582. En efecto, al referirse a otras obras publicadas en ese mismo año, menciona, entre ellas, erróneamente, puesto que se equivoca en cien años en relación con la fecha de impresión, la *Summa del arte arithmetica* de Fr. Sant Clemente (1908, p. 375).-

Más tarde, 1917, bajo el epígrafe de San Clemente, Francisco de, Haebler (1903-1917, vol. 2, p. 166) da cuenta de la existencia de dos ejemplares de la obra *Summa de la art. arithmetica* en la Biblioteca Provincial de Palma de Mallorca. Dejando aparte el pequeño error en la enunciación del título, la descripción del libro que ofrece Haebler es totalmente correcta.

Aguiló se hizo eco en su catálogo de la existencia de dos ejemplares de la obra de Francesch Sanct Climent en la Biblioteca de Palma de Mallorca (1927). Según comenta Karpinski (1936, p. 413), la Universidad de Michigan intentó durante varios años obtener una fotocopia de la obra, pero todos sus esfuerzos resultaron infructuosos. Finalmente, un miembro de la Universidad, C. N. Staubach, se desplazó a Palma para localizar el libro, pero se encontró con que ni en la mencionada Biblioteca Provincial ni en ninguna otra biblioteca pública de la citada ciudad se conocía la obra de Sanct Climent. Muchos años después de las pesquisas de Staubach, yo mismo he repetido las gestiones con idéntico resultado.

Staubach no se desanimó por el fracaso de sus indagaciones en Mallorca; se dirigió a Barcelona, lugar de impresión de la obra, y efectivamente allí encontró un ejemplar en la Biblioteca de Catalunya. Obtenida la reproducción, que se custodia en la Biblioteca de la Universidad de Michigan, sirvió de base para el ya citado artículo de Karpinski, que en realidad no pretende más que llamar la atención de los investigadores sobre la obra de Sanct Climent, pues la trata de forma breve e incompleta.

En 1938, Klebs recogió en su célebre catálogo, al que ya se ha aludido, la referencia al libro de Sanct Climent, citando asimismo el trabajo de Karpinski sobre él (1938, p. 144).

De allí recoge estos datos Sarton (1938, p. 218, y 1955, pp. 151 s.), afirmando que la obra *Suma de la art de arismetica* de Sanct Climent es la primera aritmética impresa en España y la segunda del mundo.

El experto bibliófilo Vindel se refirió también a la obra de Sanct Climent en su importante trabajo sobre el arte tipográfico en España durante el siglo XV (1945-1952, vol I, p. 29).

Recientemente, el catálogo de incunables españoles editado por García (1989-1990, vol. II, p. 182) consigna correctamente el título, lugar y año de impresión, así como el nombre del impresor, aunque no el del autor del libro, que reproduce como Francesch de Santclimént. Como único ejemplar conocido y catalogado señala el de la Biblioteca de Catalunya, de Barcelona. Hoock y Jeannin indican también estos datos de la *Suma* de Sanct Climent en su catálogo *Ars Mercatoria* (1991, p. 214), aunque la transcripción que hacen del título no es totalmente correcta.

A pesar de su inclusión en los catálogos indicados y del artículo que hace cerca de sesenta años le dedicó Karpinski, la *Suma de la art de arismetica* de Francesch Sanct Climent es generalmente ignorada por los historiadores españoles de la matemática, como comenta López (1979, p. 174). Hernández Esteve recoge esta opinión y amplia las noticias sobre la obra (1981, p. 30, nota 24).

Efectivamente, la más importante historia de la matemática en lengua española, la de Rey Pastor y Babini, al hablar de las primeras aritméticas impresas, ignora, incluso en su última edición (1986, vol. I, pp. 196 y 198 s.) -publicada cuando ya habían fallecido sus autores-, la aritmética de Francesch Sanct Climent, aunque cita las de Treviso (1478), Widman (1489), Wagner (1482), sin enunciar el nombre del autor, y Borghi (1484). Sin embargo, el prologuista de esta última edición, Juan Vernet, historiador de la ciencia española, sí conocía la obra de Sanct Climent, así como el artículo de Karpinski (Vernet, 1975, p. 108). Por otra parte, en la presentación de la edición en facsímile de otra obra de aritmética mercantil escrita asimismo en catalán o mallorquín por un español, Joan Vantallol, e impresa en Lyon en 1521, se afirmaba que dicha obra era muy celebrada porque se creía que era el primer tratado matemático-mercantil publicado en España en lengia no latina (1985, [p. 9]).

En un contexto internacional, tampoco las historias de la matemática a nivel general mencionan la aritmética de Francesch Sanct Climent, aunque sí se refieren, por lo regular, a la primera aritmética comercial impresa y a alguna otra de las primeras obras de esta índole. Así ocurre por ejemplo, en la historia de Boyer, que no alude a Sanct Climent, pero sí se refiere tangencialmente a las obras de Treviso (1478) y Pellos (1492). En efecto, cita dichas obras, comentando que son la primera aritmética impresa y el primer texto matemático que emplea un punto para representar la división de un entero por una potencia de diez, respectivamente, al hablar de las primeras aritméticas comerciales que facilitaron la labor de Pacioli (1986, pp. 357 s.).

Tampoco se hace referencia a la *Suma de la art de arismetica* en la historia de Hofmann. Este comenta que los primeros europeos en utilizar las cifras arábigas fueron los comerciantes de Venecia y Génova, que las consideraban una especie de arte mercantil privativo y secreto. En 1299, ya extendido su uso entre los mercaderes, su empleo en los libros de cuentas fue prohibido por las autoridades venecianas. Con respecto a estas prácticas mercantiles, se refiere a las primeras aritméticas comerciales usadas en las escuelas de ábaco, así como a los primeros textos impresos, citando las aritméticas de Treviso (1478) y de Florencia (1481), ignorándose cual pueda ser el texto al que alude en segundo lugar. Asimismo, cita también las aritméticas comerciales de Wagner (1482), Borghi (1484), Widman (1489), Calandri (1491) y Pacioli (1494). Como se ve, las únicas que no enuncia son las de Sanct Climent (1482) y Pellos (1492) (Hofmann, 1960, vol. I, pp. 87 ss.).

Como se ha afirmado anteriormente, la *Suma de la art de arismetica* de Francesch Sanct Climent constituye el primer texto de matemáticas impreso en España. En relación con el segundo lugar absoluto que, según hemos visto, Sarton, lo mismo que otros autores, la adjudicaba entre las aritméticas comerciales impresas, debe decirse, en rigor, que tal condición resulta dudosa. En efecto, mientras la primera edición del *Rechembuch* de Ulrich Wagner, en uno de los seis fragmentos que han llegado hasta nosotros y que se conservan en la Biblioteca Pública de Bamberg, indica con detalle la fecha en que la impresión del libro fue terminada: "*Anno dni etc. 1482. kl 16 Junij p Henr peczensteiner Babenberge: finit: Ulrich Wagner Rechenmeister zu Nürnberg;*". En efecto, de acuerdo con la indicación "calendas 16 de junio", el libro de Wagner se acabó de imprimir el día 17 de mayo.[6] La obra de Sanct Climent solamente se refiere al año de impresión: 1482. En estas condiciones, no es posible determinar si se publicó primero la aritmética de Sanct Climent o la de Wagner.

---

6 Como es sabido, los romanos dividían los meses en tres períodos separados por los siguientes términos: *calendas*, que era el primer día del mes, Itálica, que era el quinto o el séptimo día del mes, según los días que tuviera éste, e *idus*, que era el día decimotercero o decimoquinto, de acuerdo también con los días que tuviera el mes. Los días del mes se designaban haciendo referencia a los días que faltaban para llegar el próximo término. El impresor de Wagner utiliza en el caso que nos ocupa la costumbre romana. De esta manera, el día *décimo sexto ante calendas Junij* era el 17 de mayo, teniendo en cuenta que el 1 de junio era *calendas*, el 31 de mayo era *pridie calendas* y el 30 de mayo era *tertio ante calendas*.

La *Suma de la art arismetica* fue escrita en catalán, una de las lenguas romances que se hablan en España, y su impresor, de acuerdo con lo indicado en el colofón, fue Pere Rosa, *prevere*, es decir, presbítero, que fue a la vez impresor, editor y librero. Murió en Barcelona el año 1506 y el inventario de sus bienes da idea exacta de la importancia de su taller (Millares, 1993, p. 107, nota 51). El texto íntegro de dicho colofón dice así: "*Stampada fon la present obra en Barcelona per. Pere posa prevere en lany Mil quatrecents vytanta dos*".

Se conoce de ella un solo ejemplar, custodiado en la Biblioteca de Catalunya, de Barcelona, con la signatura: 9-V-20. El presente estudio se ha servido de un microfilm de dicho ejemplar.

Cuando el libro de Sanct Climent fue publicado se había logrado ya la unión personal de las coronas de Castilla y Aragón a través del matrimonio de los Reyes Católicos, Isabel y Fernando, celebrado en Valladolid en 1469, y de la ascensión de este último al trono de Aragón. Esta unión de las dos coronas a nivel personal no significó, sin embargo, la fusión de los dos Estados en uno solo: cada reino continuó gobernándose por sus propias leyes e instituciones, de forma totalmente independiente, aunque las decisiones regias pudieran ser tomadas de común acuerdo entre los respectivos monarcas en el caso de la corona de Aragón, y de la misma manera o por delegación en el caso de los reinos de Castilla. Por otra parte, no eran tiempos especialmente prósperos para Cataluña. En 1472 había terminado la guerra de los payeses de remensa contra sus señores, aunque hasta la sentencia arbitral de Guadalupe de 1486 el conflicto, que había causado enormes daños a la economía catalana, no quedó definitivamente resuelto. De otro lado, la industria lanera catalana, especializada en paños de calidad corriente, que tan gran importancia había alcanzado durante el siglo anterior, con fuertes corrientes de exportación hacia otros países del Mediterráneo, decayó durante el siglo XV a causa de la competencia extranjera, sobre todo de paños ingleses. Así mismo decayó durante el siglo XV la metalurgia del hierro, otra de las grandes industrias catalanas de exportación. Lo mismo ocurrió con la construcción de navíos, otro de los pilares básicos, sobre todo en Barcelona, de la actividad industrial catalana, que daba vida a las industrias auxiliares de la soguería, jarcia y otras labores del cáñamo. En efecto, no se tiene noticia de que en el siglo XV los astilleros catalanes surtiesen de embarcaciones a otros países, como lo habían hecho en siglos anteriores. En este contexto es donde tiene lugar la publicación de la aritmética comercial de Sanct Climent, un contexto que presenta un momento bajo en la tradicional estampa de prosperidad e industriosidad catalanas.

El libro que estudiamos pertenece a la primera época de la imprenta en España. En efecto, se acepta generalmente que el primer texto impreso en España data del año 1472, sólo anterior en diez años, por consiguiente, a la *Suma de la art de arismetica*. Se trata del llamado *Sinodal de Aguilafuente*, que recoge las conclusiones y decretos del Sínodo convocado por el obispo de Segovia, don Juan Arias Dávila, y que fue celebrado en la iglesia de Santa María, templo parroquial del pueblo serrano de Aguilafuente, los días uno a diez de junio de 1472. Su impresor fue Joannes Parix, natural de Heidelberg (Las Edades, 1990, p. 156; Millares, 1993, pp. 101 ss., Martínez, pp 88 y 108 s.).

De acuerdo con su temprana condición, la *Suma de la art de arismetica* presenta todas las características propias de los primeros incunables. Es un volumen en cuarto y comprende 136 folios sin numerar. Por lo general, cada página contiene entre 24 y 28 líneas, según haya más o menos párrafos, separados por un espacio en blanco para que destaquen mejor. Cada línea contiene alrededor de 34 ó 35 caracteres, dependiendo de los espacios dejados en blanco para separar las palabras. Según la costumbre de la época, se dejan amplios márgenes tanto a los lados como arriba y abajo de la página, de forma que la mancha impresa supone poco más de un tercio de la superficie total de la plana.

Como casi todos los incunables de esa época, el libro no tiene portada. Comienza directamente con el texto en el folio primero, diciendo: *"A laor e gloria de deu e de la humil verge Maria mare sua comença lo libre apellat suma de la art de Arismetica"*, es decir, "En loor y gloria de Dios y de la humilde Virgen María, su madre, comienza el libro llamado *Suma de la art de Arismetica*". En esta frase inicial se encuentra la única indicación precisa del título de la obra, si prescindimos de la expresada al final, menos precisamente, en el folio 135 v°, que dice: *"Per mitja del divinal adiutori fonch acabada la suma present sobre lart de arismetica per mi Franscesch sanct climent"*, o sea, "merced a la ayuda divina ha sido acabada la presente suma sobre el arte de aritmética por mí Francesch Sanct Climent", frase que contiene, a su vez, la única mención del nombre del autor que figura en toda la obra.

El tipo de letra empleado es el gótico denominado *"littera rotunda"* que, según parece, fue el único carácter gótico que emplearon los impresores españoles del siglo XV y de parte de la centuria siguiente (Millares, 1993, p. 120).

Aunque tal circunstancia no se da en todos los casos, y así, por ejemplo, la letra inicial del texto, en la primera página, se encuentra impresa, debe decirse que siguiendo asimismo la costumbre de los primeros incunables, los párrafos iniciales de cada parte o capítulo comienzan generalmente con un espacio en blanco destinado a dibujar a mano la letra capital, imprimiéndose en dicho espacio, en caracteres normales, la letra correspondiente como recordatorio.

Como forma de ordenar e indicar el orden de sucesión de los pliegos y cuadernillos impresos con vistas a facilitar la labor de encuadernación, se utiliza el sistema de signaturas. A este objeto se emplean las letras del alfabeto. Cada cuadernillo de 4 pliegos, es decir, de 8 folios o 16 páginas tamaño cuarto, lleva una letra distinta como signatura, siguiendo el orden alfabético. En la esquina inferior derecha de la primera página del primer folio del cuadernillo se consigna la letra, sin más, de esta manera: "a.", mientras que en la primera página del tercer folio, es decir, en la quinta del cuadernillo, se consigna en el mismo lugar la correspondiente letra seguida del número dos: "a.2". En el resto del cuadernillo no se consigna ninguna signatura más. De esta manera, de las cuatro hojas de que consta un cuadernillo antes de plegarlo se señalan con la signatura sólo los anversos de dos: de la primera y de la tercera; la segunda y la cuarta hoja no llevan signatura. Esta es, sin duda, una versión elemental y primitiva del sistema de signaturas, algo más perfeccionada en cualquier caso que la de consignar la signatura, con una letra o un signo, sólo en la primera página del primer folio de cada cuadernillo, como ocurre, por ejemplo, en el caso de la aritmética de Widman (1489). Posteriormente, el procedimiento se perfeccionó consignando la signatura, con la letra y número correspondientes, en las primeras páginas de los cuatro primeros folios del cuadernillo, es decir, en el anverso de todas las hojas impresas antes de plegarlas.

Como es sabido, otro sistema de ordenación de los folios y cuadernillos impresos que se utilizaba en esa época era el llamado de reclamos, que consistía en colocar al final de cada página, en la esquina de la derecha, la misma sílaba o palabra con que comenzaba el texto de la página siguiente (Millares, 1993, p. 124). Estos dos sistemas de ordenación se empleaban de forma alternativa o, en ocasiones, ambos a la vez.

Normalmente, estos sistemas se completaban con un registro que se ponía al final o al comienzo de los libros, donde se relacionaban los reclamos o las signaturas de toda la obra, advirtiendo, en su caso, si los cuadernillos tenían más o menos de ocho folios. Los registros fueron muy utilizados, sobre todo en el siglo XVI.

Las letras utilizadas como signatura en el caso del libro estudiado fueron las siguientes: a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q y r, es decir, 17 letras, que identifican cada una un cuadernillo. Multiplicando estos cuadernillos por los 8 folios de que consta cada uno, obtenemos exactamente los 136 folios de que se compone la obra. Esta no tiene, por otra parte, ningún registro.

La *Suma de la art de arismetica* no lleva índice expreso, al igual de lo que ocurre comúnmente con la mayoría de los primeros incunables. Sin embargo, inmediatamente después de la primera frase del texto, trascrita anteriormente, en la que se enuncia el título de la obra, se indica el contenido de la misma, que se divide en quince partes: numeración, adición, sustracción, multiplicación, división por dos, división, regla de tres, compañías, cambios, baratas, quebrados, aligación o fino de las monedas, falsas posiciones, progresiones y proporciones.

Estas partes, que efectivamente se tratan en el desarrollo del libro, no son seguidas empero con todo rigor en la estructuración formal del mismo en capítulos o partes. Por ejemplo, la división por dos o reducción a la mitad a la que Sanct Climent da en catalán el nombre específico de *dimidiar*, es decir, demediar en castellano, expresión que dicho sea de paso ha caído totalmente en desuso, no constituye un capítulo aparte. Por otro lado, los quebrados se tratan inmediatamente después de la regla de tres y la aligación se explica después de la regla de falsas posiciones. Por lo demás, no existe ningún capítulo que trate específicamente de las proporciones, dejando aparte el dedicado a la regla de tres.

La relación de los capítulos o partes de que se compone el libro, traducidos del catalán en versión libre, con indicación de los folios en los que cada uno comienza, es como sigue:

En el índice anterior se ha conservado el término "especie" empleado por Sanct Climent para denominar las operaciones tratadas, término que utiliza siguiendo el uso latino.

Como ya se ha indicado, el libro comienza con un párrafo piadoso invocado a Dios y a la Virgen María, después del cual se enuncia el título y las materias contenidas en el mismo. Acto seguido, se manifiesta que se tratarán todas estas materias de forma breve pero suficiente.

A continuación, comienza la primera parte o capítulo dedicado a explicar los números y las cifras que los representan. Esta parte tiene cuatro páginas y media. Dice Sanct Climent que no hay más que diez cifras, de forma que el número 10 es el primer número completo, pues contiene en sí todos los números, incluso los que son mayores que él, pues éstos consisten simplemente en repetir muchas veces el número 10. Así, con estos diez números repetidos tantas veces como haga falta se pueden representar todos los números. Estos números se llaman normalmente cifras, aunque deben distinguirse las nueve primeras que, más propiamente, se llaman cifras significativas, de la décima que se llama cifra de nada, aunque algunos la llaman cero, porque realmente no vale nada. Sin embargo, hace valer a las otras según el lugar que ocupan, pues es necesario que haya una cifra que no valga nada para poder representar las decenas enteras, que sin esa cifra no podrían escribirse.

Dicho esto, se pasa a ofrecer en una línea horizontal la representación gráfica de estos diez números arábigos por orden, colocándose primero los dígitos del 1 al 9 y poniendo a continuación el cero. Se expresa el valor de cada uno de ellos, hasta llegar al décimo, repitiendo que éste no vale nada.

El autor comenta después que en la numeración sólo se dispone de tres números generales, que llama simple, decena y centena. El conjunto de estos números lo llama ternario. El número simple es aquel que ocupa el primer lugar del ternario a mano derecha y vale simplemente lo que valga la cifra por sí misma. A este respecto, podemos recordar que el *Arte de labbacho* de Treviso también da a los números dígitos el nombre de simples o *simplici*. Borghi también denomina esos números *"número digito overo numero simplice"*. Sin embargo, a diferencia de los autores italianos, que seguían sujetos todavía a la influencia de Boecio y de los matemáticos griegos, Sanct Climent considera al número 1 como un número simple más, al igual que los demás dígitos. En cambio, para Pietro Borghi y el desconocido autor de la aritmética de Treviso, así como para Filipo Calandri, que tratan la cuestión, la unidad no era en sí misma un número, pues el número era un agregado compuesto de muchas unidades. En eso, el maestro de matemáticas catalán se adelantó a los planteamientos de su tiempo.

La decena es, para Sanct Climent, todo número que puede meterse en diez partes iguales dentro de cien y ocupa siempre el segundo lugar: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 ó 90. Finalmente, centena es el número que se puede meter en cien partes iguales y ocupa el tercer lugar

Se dice acto seguido que el primer ternario no tiene ninguna denominación, cosa que no ocurre con los demás órdenes de ternarios que se van colocando a mano izquierda. Así, el segundo ternario recibe el nombre de mil; el tercero se llamará *milmilia,* o sea, mil miles, el cuarto, mil miles de miles o, bien, mil millones, etc. De este modo se seguirá nombrando a todos los ternarios que puedan añadirse a la izquierda.

Al objeto de facilitar la lectura de los grandes números, Sanct Climent indica que deben separarse las cifras de tes en tres por una raya oblicua, comenzando por la mano derecha, aunque no puede decirse que él mismo siga esta separación en todos los casos ofrecidos en su aritmética. Frances Pellos, en su *Compendion del abaco,* separa los grupos de tres cifras con un punto, igual que se hace hoy en el ámbito cultural español. La explicación de Sanct Climent se ilustra con el ejemplo siguiente:

6	5	4	3	x2	x1	x
75/	321/	897/	523/	489/	234/	567

Como se ve, el primer ternario no se numera. Con respecto a los demás, se dice que si son pares reciben la denominación de mil miles o millones. Recuérdese a este respecto que en Castilla los millones acostumbraban a recibir el nombre de cuentos. Para el siguiente orden par, es decir, el orden cuatro, billones, Sanct Climent utiliza la denominación de millones de millones, y de manera similar los trillones se llaman millones millones de millones. También Borghi ofrece, como ejemplo mayor de número entre los que menciona, el "*número de million de million de million*". Si el ternario es de orden impar, lo llamaremos mil, añadiendo la denominación que le corresponda en razón del ternario que le siga.

En general, cuando están dentro de un texto, se acostumbra a poner los números entre dos puntos, uno delante y otro detrás. Por otra parte, en lugar del número 1 se pone una "i", a semejanza de lo que ocurría en la numeración romana.

Acaba este capítulo introductorio repitiendo que "*axi appar manifestament que tots los nombres se regeixen per lo nombre de 10*", es decir, "de esta manera, aparece claramente que todos los números se rigen por el número 10"

La parte siguiente es la dedicada a la regla de sumar, o como dice el autor en catalán, a aiustar, en curiosa semejanza con la expresión que se empleaba en

Francia, *aiouster.* La misma palabra *aiustar* emplea Frances Pellos en provenzal. No parece que una expresión de raíz o significación parecidas se utilizara en otras lenguas. Esta parte abarca trece páginas y media, aproximadamente, y en ella se ofrece información complementaria sobre el valor relativo de las cifras en función de su posición, diciendo que una cifra delante de la otra vale 10 veces más que ésta, *"verbi, gratia. yo dich ho pose aci 11/111/111, la primera envers la man dreta val 1, la segona val 10, la terça val 100, la quarta val 1000 e axi de les altres"*, es decir, "por ejemplo, yo digo o pongo aquí 11/111/111, la primera a mano derecha vale 1, la segunda vale 10, la tercera vale 100, la cuarta vale 1000 y así las otras".

Se indica, por otra parte, que por sumar se entiende meter muchos números en uno solo, el cual vale tanto como todos los sumados, y no más ni menos. Para efectuar la suma deben colocarse en columna todas las cantidades a sumar, una debajo de la otra, de forma que coincidan los órdenes, las unidades debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, etc. Debajo de la última cantidad se traza una raya, bajo la cual se coloca la suma.

Debe recordarse que en estos tiempos no existían signos indicativos de la clase de operaciones, pues los mismos se empezaron a utilizar sistemáticamente, con generalidad, entre 1550 y 1650. Tampoco se acostumbraba a dar el nombre específico de sumandos, ni ningún otro, a las cantidades que habían de sumarse.

Se explica a continuación que se empieza a sumar los números por las unidades o columna de la mano derecha, consignando la suma debajo de la raya y pasando luego a la columna siguiente. Si la suma de la columna excede de los números simples, en la columna correspondiente se consignan sólo las unidades, llevando la cifra de las decenas para sumarla a los números de la columna siguiente. La expresión "llevar" o "llevarse" en el sentido de arrastrar las unidades superiores para tenerlas en cuenta en el siguiente proceso operativo se deriva directamente de los tiempos en que se hacían las operaciones con la ayuda de los primitivos ábacos de arena, en cuyo desarrollo se pasaban literalmente los guijarros o fichas arrastrados a la siguiente casilla o línea. La explicación teórica de la suma va seguida de un ejemplo, explicado, de una suma de tres cantidades de cinco dígitos. No se proporciona, en cambio, ninguna tabla de sumar.

A continuación se ofrecen y explican ampliamente ejemplos de sumas de números complejos; en primer lugar, uno de monedas: libras, sueldos y dineros.[92] Acto seguido, se indica que siempre que se realice una suma debe hacerse la prueba para comprobar que el resultado es correcto. A estos efectos, se explica la prueba del nueve en relación con una suma de tres sumandos de libras, sueldos y dineros, indicando que la suma de las reducciones a nueve de los tres sumandos, debe ser igual a la reducción a nueve de la suma.

Acto seguido, se vuelve a la explicación de la suma de números complejos, *coses semblants e desemblats* (cosas semejantes y desemejantes) o *trencats* (quebrados) como dice Sanct Climent, en relación con monedas, florines,[93] ducados[94] y alfonsines,[95] en el caso de que el valor de estas monedas en términos de libras no fuera redondo. El autor supone para ellas los siguientes valores:

1 florín	=	17 sueldos	3 dineros
1 ducado	=	24 sueldos	5 dineros
1 alfonsín	=	36 sueldos	9 dineros

Se ofrecen a continuación ejemplos prácticos de sumas de florines y ducados, con sueldos y dineros, tanto en una como en otra moneda, teniendo que reducir las sumas resultantes, en su caso, a las unidades superiores en función de los valores expresados. Este proceso da pie a que el autor indique que para

---

92 Como es sabido, la libra era en principio una medida de peso que sirvió a los romanos de patrón de referencia para indicar la talla de sus moneda. Tuvo origen en la *litra*, unidad de peso de los pueblos siculo-itálicos. De esa función de referencia para la talla de las monedas, fue pasando paulatinamente a ejerce ella misma la función de moneda de cuenta. Carlomagno reformó completamente el sistema monetario romano, muy deteriorado después de las invasiones germanas, restableciendo un mayor peso para la libra, que según algunos investigadores fue fijado en 489, 6 gramos en lugar de los 327, 45 gramos establecidos por los romanos. De acuerdo con las tallas fijadas por Carlomagno, con una libra de plata podían acuñarse 240 dineros y, de igual manera, 240 sueldos podían ser acuñados con una libra de oro, dado que el dinero de plata tenía el mismo peso que el sueldo de oro. Como la relación entre el valor intrínseco del oro y de la plata era de 12 a 1, el valor del sueldo era de 12 dineros. Las primeras monedas medievales catalanas adscritas al sistema de la libra fueron las de la serie feudal de los siglos X-XI, acuñadas en Gerona, Besalú, Osona y Barcelona. Cuando a finales del siglo XIII apareció el *croat*, materializando el valor de un sueldo, veinte *croats* valieron una libra y cada *croat*, doce dineros. Poco a poco, la denominación de sueldo se fue imponiendo.

93 El florín era una moneda de oro de la corona catalano-aragonesa introducida por el rey Pedro III.en el año 1346 se acuñó por primera vez en la ceca de Perpiñán. Imitación fiel del prototipo florentino en peso y calidad del metal, conservó también la iconografía, cambiando tan sólo la leyenda de *Florentia* por la de *Arago Rex*. Las acuñaciones más importantes de la misma tuvieron lugar, además de en Perpiñán, en Barcelona, Valencia y Palma de Mallorca. Con el tiempo, las emisiones de florines degeneraron tanto en peso como en ley, que, de ser de oro fino, pasó a 16 quilates. Paralelamente varió también su valor, que osciló de 11 a 17 sueldos barceloneses.

94 El ducado fue una moneda de oro que acuñó la corona catalano-aragonesa, a imitación de la moneda veneciana, con iguales ley y peso (3,5 grames). Fue acuñada por primera vez por Juan II en Zaragoza.-

95 El alfonsín era una moneda de oro de la corona catalano-aragonesa que Alfonso el Magnánimo acuñó por primera vez en Nápoles con motivo de la guerra contra los angevinos. A partir de 1474 tenía una equivalencia oficial de 36 sueldos.

sumar números complejos es necesario saber restar un poco. En cada uno de los casos ofrecidos se hace la prueba del nueve. Como es sabido, esta prueba del nueve es antiquísima. Avicena ya habla de ella en el siglo XI, atribuyéndole un origen indio. Desde allí pasó, como tantas otras cosas, a los matemáticos árabes, quienes a su vez la transmitieron a Europa. Su necesidad surgió del hecho de que en los cálculos efectuados con la ayuda de los ábacos de arena, no quedaba constancia de las cantidades originales, pues en el curso de las operaciones se añadían o quitaban de las casillas los guijarros o fichas empleados, hasta hallar el resultado. De esta manera, las operaciones no podían ser revisadas y se requería una prueba de este estilo.

Después se pasa a explicar un ejemplo, con la prueba correspondiente, de suma de números complejos relativos a peso, indicando las equivalencias de las medidas de peso utilizadas, que son las siguientes:

1carga[96]	=	3 quintales
1quintal	=	4 arrobas
1arroba	=	26 libras
1libra[97]	=	12 onzas
1onza	=	4 cuartos
1cuarto	=	2 medios cuartos

La parte o capítulo tercero trata de la sustracción y comprende dieciséis páginas. Comienza definiendo que sustraer es quitar un número de otro mayor, al objeto de saber en cuánto es mayor. Esta misma definición es la que ofrece la aritmética de Treviso. A continuación se explica que, de acuerdo con lo dicho, en la sustracción intervienen dos cantidades, la mayor, que se coloca arriba, y la menor, que se coloca debajo, haciendo que coincidan las cifras por su orden, una debajo de la otra. Debajo de la cantidad menor se traza una raya, bajo la cual se pone la resta o exceso en que la cantidad mayor supera a la menor.

Se indica luego que se debe restar cifra a cifra, empezando por la mano derecha, la cantidad menor de la mayor y que si la cifra correspondiente del sustraendo fuese mayor que la del minuendo, se añadiría a ésta una decena.

96 La carga era una unidad de peso utilizada en Barcelona de difícil definición pues servía para múltiples casos muy distintos unos de otros. En este caso, sabemos que su peso era de 124, 8 kilogramos, teniendo en cuenta que, según se indica, equivalía a tres quintales, medida que en el Principado pesaba 41,6 kilogramos, mientras en las Islas Baleares pesaba algo más: 42,3 kilogramos.

97 La libra era una antigua media de peso que en el Principado de Cataluña equivalía casi exactamente a 400 gramos, mientras que en las Islas Baleares pesaba 407 gramos y en Valencia 355 gramos.

que sería considerada luego en la sustracción de la siguiente cifra de la izquierda, sumando una a la del sustraendo. Lo mismo que ocurría con la adición, no se ofrece tampoco en este caso ninguna tabla de restar.

Como circunstancia curiosa, que asocia el uso de las operaciones aritméticas con las prácticas comerciales, debe comentarse que Sanct Climent llama *emprestech o empresta* (préstamo) al minuendo y *paga* (pago) al sustraendo. Estas mismas denominaciones se han detectado en las obras posteriores de Ortega (1512), Trenchant (1566) y Santa Cruz (1594).

Al igual que en el caso de la adición, se ofrecen también para la sustracción explicaciones y ejemplos de operaciones con números complejos, tanto en relación con monedas como con pesos. Como regla general, se indica que se opera con cada componente del número complejo de por sí, y si la cantidad a sustraer es mayor que el minuendo, se toma una unidad del minuendo correspondiente al elemento superior y se convierte en unidades del componente inferior. Por otra parte, se explica que la prueba, que siempre tiene que realizarse a efectos de comprobación, consiste en el caso de la sustracción en verificar si la suma del sustraendo y la resta es igual al minuendo.

Se ofrece en primer lugar un ejemplo práctico de sustracción de libras, sueldos y dineros, y a continuación otro de florines, que valora en esta ocasión a 17 sueldos 5 dineros, pues como dice expresamente *"los florins munten e devallen"*, es decir, "los florines suben y bajan". Repite esta noción en la página siguiente, afirmando que la diferencia entre las libras y los florines no es otra sino que el florín de oro no tiene siempre el mismo precio.

Para terminar los ejemplos de resta de números complejos en relación con las monedas, ofrece acto seguido una sustracción, siempre con su correspondiente prueba, de cantidades expresadas en ducados, valorando el mismo en este caso a 24 sueldos 7 dineros.

Finalmente, como remate de capítulo se ofrece un ejemplo de sustracción referido a medidas de peso, utilizando cargas, quintales, arrobas, libras, onzas y cuartos.

La parte cuarta se refiere a la multiplicación y abarca quince páginas y media. Al revés de lo que ocurre en los casos anteriores, en el caso de la multiplicación no se ofrece una definición conceptualmente satisfactoria. Se dice simplemente que multiplicar no es más que un orden de cifras puestas encima de otras, y las unas y las otras son multiplicadas por su propio ser. De esta manera, para multiplicar son necesarias dos cantidades, la que debe ser multiplicada y el multiplicador, que es la menor de las dos. A la primera la llama Sanct Climent *multiplicat* y a la segunda *multiplicant.* La mayor se coloca encima y la menor debajo, de forma que coincidan las cifras por su orden. Debajo del multiplicador se traza una raya.

Antes de explicar la forma de operar, se ofrece una tabla de multiplicar al uso de la época, que según dice el autor debe ser aprendida de memoria, pues de otra manera no se podría actuar. La tabla en cuestión, resulta muy abreviada. En efecto, en lugar de descomponerse en diez tablas independientes, como es hoy habitual, *una por cada dígito, con el fin de ofrecer el producto de cada* uno de estos números por todos los demás, o de adoptar la forma de un cuadro de doble entrada, la tabla utilizada por Sanct Climent se dispone en líneas y casillas. Las casillas de la primera línea contienen simplemente la serie de números del 1 al 10. La casillas de la segunda linea contienen los productos de multiplicar cada uno de dichos números por 2, empezando precisamente por dicho número, ya que el producto de 2 por 1 se omite, al objeto de no incurrir en repetición, pues dicho producto ya se había ofrecido en la casilla correspondiente de la línea anterior. Las casillas de la tercera línea ofrecen los productos de la indicada serie por tres, comenzando precisamente por dicho número, por el mismo motivo indicado. Y así se va procediendo sucesivamente, hasta que, al final, la última línea de la tabla sólo consta de una casilla, la correspondiente al producto de 10 por 10. La forma que adopta dicha tabla es la siguiente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	6	8	10	12	14	16	18	20	
2	3	4	5	6	7	8	9	10	
9	12	15	18	21	24	27	30		
3	4	5	6	7	8	9	10		
16	20	24	28	32	36	40			
4	5	6	7	8	9	10			
25	30	35	40	45	50				
5	6	7	8	9	10				
36	42	48	54	60					
6	7	8	9	10					
49	56	63	70						
7	8	9	10						
64	72	80							
8	9	10							
81	90								
9	10								
100									
10									

La página siguiente se dedica a explicar el significado y la forma de utilizar esta tabla. A continuación se ofrecen tres ejemplos prácticos de multiplicación, dispuestos en la forma clásica, corriente aun hoy, que no presentan ninguna novedad digna de mención. Acto seguido, se explica el modo de hacer la prueba del nueve, con la particularidad de que se explica asimismo la posibilidad de hacer la prueba del producto de cada una de las cifras del multiplicador.

Aparte de la prueba del nueve, se indica también que para comprobar si una multiplicación es correcta puede dividirse el producto por el multiplicador: si el cociente es igual al multiplicando, se habrá operado correctamente. Pues, como dice el autor, *"lo un contrari prova al altre, ço es quel partir prova al multiplicar, e lo multiplicar prova lo partir"*, es decir, que "un contrario prueba el otro, esto es que el dividir prueba el multiplicar, y el multiplicar prueba el dividir". Esta prueba por medio de la operación contraria se puede usar asimismo para comprobar el producto de cada cifra del multiplicador.

A continuación, se ofrece un ejemplo de multiplicación de números complejos, es decir, de *"coses semblants e desemblants"* para seguir la terminología del autor. El ejemplo es muy sencillo, pues se trata de averiguar cuánto valen 23 cargas de una mercancía a razón de 15 sueldos 7 dineros la carga.

El capítulo quinto se dedica a la división y comprende treinta páginas. El concepto de dividir, que el autor llama *partir*, se explica, en principio, en función de la multiplicación, aunque luego se define por sí mismo. De este modo, dice Sanct Climent que *"partir es contrari al multiplicar, perque lo multiplicar de poques figures fa proceir moltes, e lo partir de moltes torna apoques. E perço propiament podem dir que lo partir no es altra cosa sino metre una gran suma en 2 ho 3 ho moltes partides"*, o sea, "dividir es lo contrario de multiplicar, pues con la multiplicación pocas cifras se transforman en muchas, mientras con la división de muchas se sacan pocas. Y por eso, podemos decir propiamente que dividir no es más que meter una cantidad grande en 2 o en 3 o en muchas partidas".

El autor indica que para dividir es necesario saber sumar, restar, multiplicar y, por último, dividir. De acuerdo con lo indicado en la primera página, se hace mención separada de la operación llamada *dimidiar*, aunque aquí se la llama *migpartir*, o sea, partir para hallar la mitad.

Las cantidades que intervienen en la división las llama Sanct Climent *suma partidora o suma que se ha de partir* al dividendo, *partidor* al divisor y *parts* al cociente.

La disposición de estas cantidades de acuerdo con el modelo de división utilizado por el autor encaja dentro de las denominadas "de galera" o "*battello*" en italiano, porque recuerda la figura de un barquichuelo veneciano navegando con las velas desplegadas. Difiere notablemente de la utilizada corrientemente en nuestros días y la operativa que en dicha disposición debe emplearse resulta asimismo más complicada que la actual. En efecto, en primer lugar se coloca el dividendo; debajo de él se traza una raya horizontal, dejando un espacio en blanco para poner el cociente; luego se traza otra raya, debajo de la cual se consigna el divisor. Los restos sucesivos se colocan encima del dividendo. En total, se ofrecen diez ejemplos numéricos de división, explicados con todo detalle. A título de ilustración, veremos la disposición de un ejemplo correspondiente a una división por un divisor de tres dígitos:

005	
0124	
13084	
72102	Dividendo
304	Cociente o partes
23777	Divisor
233	
2	

Se han consignado en letra negrita las cantidades fundamentales de la división: dividendo, divisor y cociente. El divisor es la cantidad 237. Los sietes que la siguen, así como las cantidades que figuran debajo, son simples traslaciones de la cantidad inicial como recordatorio de la última cifra que se está dividiendo. El autor indica que esta última práctica puede omitirse, pero que él la utiliza para mejor orientación de los alumnos, en una frase que ya se ha citado al hablar de su profesión. El resto está constituido por los últimos números a la derecha de la primera y la tercera fila, es decir, 54. Más abajo explicaremos la mecánica de esta división traduciendo las palabras que emplea para ello Francesch Sanct Climent.

Además del demediar o división por dos, Sanct Climent distingue la división por un dígito, por dos dígitos y por tres o más dígitos. Como recordaremos, esta separación de las explicaciones sobre la división daba lugar a tres distintos cursos en la escuela de ábaco de Ghaligaio.

Dentro de la división por dos dígitos se distingue la división por 12 de la división por 19. La diferencia estriba en que al dividir por 12 el grupo de cifra del dividendo y, en su caso, anterior resto se dividen por los dos dígitos del cociente, mientras a partir de 19, lo mismo que cuando se divide por un divisor de más dígitos, dichos grupos de cifras se van dividiendo separada y sucesivamente por cada una de las cifras del divisor, empezando por la primera de la izquierda, aunque teniendo en cuenta obviamente el monto total del divisor. Para ilustrar este complicado proceso, traduciremos a continuación las explicaciones dadas por Sanct Climent en relación con el ejemplo que antes se ha ofrecido para mostrar la disposición del método de la galera: Debes averiguar "cuántas veces están contenidos 237 en 721 y se ve manifiestamente que 3 veces. Así, deberás multiplicar por 2 cada cifra del divisor. Y lo que reste de las cifras del dividendo lo tendrás que poner encima, de acuerdo con lo que se muestra. Y dirás, 2 veces 3 hacen 6, que se restan de 7 y queda 1. Después dirás, 3 veces 3 hacen 9, y quedan 3. Después irás a la tercera cifra y dirás, 7 veces 3 son 21, que se restan de 31 y quedan 10. Así irás avanzando, y trasladarás el divisor una cifra más adelante, como te he dicho anteriormente, empezando a hacer otra división. Y digo, cuántas veces están contenidos 237 en 100, y podrás ver que ninguna. Por ello, pondrás 0, y trasladarás el divisor una cifra más adelante, y dirás, en 1002 cuántas veces caben 237, y puedes ver que 4 veces. Y dices por la primera, 2 veces 4 hacen 8, y restándolos de 10 quedan 2, en su orden correcto. Después multiplicarás la segunda, y dices, 3 veces 4 son 12, que quitadas de 20 dejan un resto de 8. y luego multiplicarás la tercera, y dices, 7 veces 4 hacen 28, que restadas de 32 quedan 4, y digo a las 8 decenas, 3 que quito de 8, restan 5. Y así queda la práctica de la presente especie, suficientemente explicada". En la última operación, el autor resta 28 de 32 en lugar de hacerlo de 82. Luego halla la diferencia entre 82 y 32, con lo que el resto total de la división se eleva a 54, cifra que es correcta. Como se indicaba anteriormente, los sucesivos restos se van escribiendo encima del dividendo. Los ceros se consignan simplemente a efectos de cerrar la operación en su lado y de mostrar que por allí no queda ningún resto. Solamente se observa una cifra que parece superflua y que no muestra ningún significado: el 4 del final de la segunda fila empezando por arriba.

Mención aparte merece la división por una cantidad redonda acabada en cero que no exceda de 90, es decir, por 20, 30, 40, etc. A estos efectos, explica Sanct Climent que es lo mismo que dividir por 2, por 3 o 4, incorporando en su caso la última cifra del dividendo al resto.

Acabadas las explicaciones relativas a la división de números simples, el autor pasa a describir la prueba del nueve, pues, como dice, en esta operación, lo mismo que en las anteriores, es necesario cerciorarse de la corrección de lo cálculos. Como alternativa a la prueba del nueve, explica después la que llama prueba general de la división, consistente en multiplicar el cociente por el divisor. A este producto se le suma el resto y lo que salga tiene que ser igual al dividendo. En caso contrario, la división estará mal hecha.

Las páginas restantes de este capítulo se dedican a explicar algunas operaciones relacionadas con la división que son *"profitoses e necessaries en la mercaderia"*, es decir, "provechosas y necesarias en el trato mercantil". Todas estas operaciones tienen que ver con la conversión de unas monedas en otras, por lo que, en primer lugar, debe procederse a la reducción de las unidades superiores a las inferiores. A estos efectos, indica distintos valores para el florín y el ducado. En unos primeros ejemplos, da a los mismos la siguiente equivalencia:

1 florín	=	16 sueldos	9 dineros
1 ducado	=	23 sueldos	3 dineros

En otros ejemplos, en cambio, da otras equivalencias:

1 florín	=	17 sueldos	
1 ducado	=	24 sueldos	3 dineros

En cualquier caso, se parte, por supuesto, de unas relaciones fijas:

1 libra	=	20 sueldos	=	240 dineros
1 sueldo	=	12 dineros		

Se ofrece también un ejemplo de reducción de escudos[98] a sueldos y *pugeses,*[99] teniendo en cuenta que:

1 escudo	=	22 sueldos
1 sueldo	=	48 pugeses

La *pugesa* venía a ser, así, la cuarta parte de un dinero.

Como dice Sanct Climent, todas estas operaciones de reducción de monedas a unidades inferiores podrían haberse explicado en el capítulo dedicado a la multiplicación. Sin embargo, ha preferido tratarlas en la parte destinada a la

13 Debe de tratarse de la moneda francesa, llamada así, a partir del año 1266, reinando Luis IX, porque llevaba un escudo en una de sus caras. El escudo español fue acuñado por primera vez, precisamente en la ceca de Barcelona, el año 1535, por orden de Carlos V al objeto de financiar su expedición a Túnez.

14 La *pugesa* era una moneda de cobre de origen francés, que pasó a acuñarse en Cataluña en la segunda mitad del siglo XIII.

división, pues tales reducciones se acostumbran a hacer con motivo de la conversión de unas monedas en otras distintas, operación que requiere asimismo de esta última regla.

Como ejemplo práctico de este tipo de conversiones se plantea un problema de conversión de 573 alfonsines en escudos, sabiendo que:

1alfonsín	=	36 sueldos

A estos efectos, se reducen los alfonsines a sueldos, y a continuación se divide el total obtenido por los 22 sueldos que contiene un escudo. De estas operaciones resulta que los 573 alfonsines valen 937 escudos 14 sueldos.

Se ofrecen también ejemplos de conversión de florines en ducados, en cuyo caso tendrán que reducirse los respectivos importes a dineros, pues las equivalencias consideradas en este caso son las siguientes:

1 florín	=	17 sueldos	5 dineros
1 ducado	=	24 sueldos	9 dineros

Asimismo se explican casos de conversión de sueldos en escudos, florines, alfonsines y libras. Como regla general se establece que cuando se quiera convertir una moneda en otra, se deberá dividir la cantidad de aquella moneda por el valor de la otra. Es decir, si que quiere convertir *pugeses* en florines, no habrá más que dividir la cantidad de *pugeses* por las *pugeses* que tiene un florín. Y si se quisiera convertir estas *pugeses* en sueldos, se debería dividirlas por las 48 *pugeses* que tiene un sueldo. En este sentido, la regla general enunciada es correcta, aunque no se contemple la conversión de una moneda mayor en otra menor.

La parte siguiente abarca veintiséis páginas y se dedica a explicar la regla de tres. Se llama así, dice el autor, porque esta regla contiene tres cosas, de las cuales dos son semejantes y una diferente. Es una regla general que concierne a todo trato de mercaderías, "*car no es nenguna rao ne questio per fort que sia, que per a questa specia essent ben reduida no sia absolta*", o sea, "pues no hay ningún cálculo ni cuestión, por complicados que sean, que aplicando bien esta regla no sea resuelta". Como sabemos, Paolo Dell'Abaco había expresado esta misma opinión ciento cincuenta años antes.

Vulgarmente esta regla se plantea de las siguiente manera: si tanto vale tanto, ¿qué valdrá tanto? La solución consiste, como se enuncia corrientemente, en multiplicar por el término contrario y dividir por el semejante.

Del mismo planteamiento de la regla se desprende que intervienen en ella tres cosas distintas. La primera es la que tiene un valor conocido, pues vale tanto. Esta primera cosa es un término semejante. La segunda es el precio o valor ya conocidos de esta cosa, y constituye un término contrario. La tercera cosa es aquella de la que se desea saber cuánto valdrá, y es la otra cosa o término semejante.

Para Sanct Climent, la dificultad de la regla de tres estriba en encontrar el divisor. A estos efectos, da una norma práctica: *"Quant te sia donada alguna questio, guarda fort aquella quantitat que ia es certa lo que costa ho val; que aquella tal tostemps es lo partidor"*, es decir, "cuando te presenten un problema, fíjate bien en la cantidad de la que ya se sabe lo que cuesta o vale, pues ésa será siempre el divisor". Para solucionar el problema no habrá más que multiplicar las otras dos cantidades, o sea, el precio de la magnitud que se ha tomado como divisor y la cantidad de la que se quiere saber su valor. Este producto se partirá por el divisor.

El autor ofrece a continuación un ejemplo simple, para ilustrar sus explicaciones, advirtiendo acto seguido que aunque la regla de tres se puede aplicar a todo tipo de cuestiones, él ofrecerá primero problemas de monedas, luego de ropas, después de pesos y, finalmente, de medidas. Comenta que, como hasta el momento no ha hablado de quebrados, todos los ejemplos se referirán a números enteros. Sin embargo, no cumple este propósito de forma rigurosa, pues no puede evitar que al operar con estos ejemplos surja algún quebrado.

Como aclaración previa a los problemas de monedas, Sanct Climent comenta que si los importes barajados estuvieran expresados en números complejos, habría que reducirlos primero a la moneda de menor valor. Luego, una vez resuelto el problema, se volverán a expresar los importes operados en términos complejos.

El primer problema ofrecido dice así: si 7 libras 4 sueldos valen 15 florines, ¿cuántos florines valdrán 57 libras? Un segundo problema se refiere a cuántos alfonsines valdrán 7 ducados 15 sueldos, sabiendo que 132 ducados vales 97 alfonsines 5 sueldos. El valor de cada ducado se establece en 24 sueldos. Comenta el autor que para resolver este problema sería conveniente saber cuántos sueldos vales cada alfonsín. Pero si no lo sabemos, podremos salir del paso reduciendo los 132 ducados a sueldos y luego deduciendo del total de ellos los 5 sueldos en que su valor supera el de los 97 alfonsines.

Cada uno de los ejemplos es explicado con todo detalle, ofreciéndose luego la comprobación práctica. A estos efectos, se especifica en la comprobación práctica. A estos efectos, se especifica en la comprobación del último caso que el valor considerado para el alfonsín es el siguiente:

1 alfonsín	=	32 sueldos	7 dineros

Como puede apreciarse, este valor varía notablemente de los considerados para el alfonsín en otros lugares.

Después de estos ejemplos, el autor pasa a explicar casos de regla de tres referidos a ropas, que en realidad tienen que ver con medidas de longitud. Sanct Climent comenta que la diferencia entre los problemas de monedas y los de ropas estriba en que en aquéllos se ha de averiguar siempre un importe en dinero, mientras en estos últimos los términos semejantes tanto pueden ser dinero como ropas. De igual modo que ocurría en el caso de los problemas de monedas, si las medidas de las ropas vienen expresadas en números complejos, habrá que reducirlas todas a la medida más pequeña, efectuando la reconversión pertinente al terminar los cálculos. A estos efectos, se indican las correspondientes equivalencias.

1 pieza[100]	=	12 canas
1 cana	=	8 palmos
1 palmo	=	4 cuartos

El primer ejemplo propuesto es el siguiente: si 3 piezas valen 57 libras 7 sueldos 9 dineros, ¿cuánto costarán 2 canas 3 palmos 3 cuartos? La primera operación a realizar es, de acuerdo con lo explicado, la reducción de la ropa a cuartos y la de la moneda a dineros.

Un segundo ejemplo mezcla adrede los términos en el enunciado al objeto de hace reflexionar al lector: sabiendo que 9 piezas de ropa cuestan 129 ducados 7 sueldos 3 dineros y 3 cuartos de dinero, ¿por 15 ducados cuánta ropa se podrá obtener? Sanct Climent advierte que en este caso el término contrario está al principio del enunciado y que el divisor está en medio, pues es la cosa cierta que se conoce. Sabiendo cuál es el divisor, no habrá sino que multiplicar

100 En este sentido de medida de longitud para telas, se entendía por pieza la tela tejida de una vez aprovechando la largura de la urdimbre. Por consiguiente, es una medida de difícil definición, aunque en nuestro caso, como se especifica que equivalía a 12 canas, sabemos que su longitud sería de 18.66 metros. En efecto, la cana era una antigua medida de longitud, extendida por todo el Principado de Cataluña, Islas Baleares, Occitania, Italia del norte, etc. Su longitud variaba ligeramente de localidad a localidad, pero la de la cana barcelonesa era de 1,555 metros

los otros dos términos y partir el producto por aquél, obviamente después de haber reducido las monedas a cuartos de dinero.

A continuación se tratan casos de regla de tres aplicados a problemas de pesos, que como explica el autor, se plantean en general de igual forma que los anteriores.

El enunciado del primer ejemplo dice así: si 5 libras de peso cuestan 17 sueldos de moneda, ¿cuánto costarán 17 libras 3 onzas?

Acto seguido se ofrecen otros ejemplos referidos a distintos tipos de medida de peso, sin que se presente ninguna novedad sustancial con respecto a los casos ya planteados, aunque se explican algunas formas abreviadas de cálculo aprovechando las relaciones directas entre las medias de peso utilizadas. En este sentido, al hablar de problemas en los que intervengan quintales y libras se comenta que no puede establecerse ninguna regla general, pues el quintal tiene un peso distinto según los lugares; así, en algunos sitios pesa 100 libras, mientras que en Barcelona contiene 104 libras, en otros lugares, 108, etc.

Finaliza este capítulo con la presentación de un problema de medidas de capacidad para áridos, con el empleo de cuarteras y cuartanes, de acuerdo con la siguiente equivalencia:

1 cuartera [101] = 12 cuartanes

En todos estos casos de pesos y medidas, el autor advierte que las cantidades complejas deberán ser reducidas a la menor, lo mismo que se hacía con las monedas y la ropa.

Todos los problemas, tanto en unos casos como en los otros, son resueltos y explicados amplia y minuciosamente, efectuando las pruebas correspondientes a cada una de las operaciones y verificando luego que, efectivamente, con los resultados obtenidos se cumplen las condiciones del enunciado.

La parte siguiente, que es la séptima, se ocupa de los números quebrados. Es el capítulo más amplio del libro, pues comprende cincuenta y nueve páginas, circunstancia que no debe extrañar teniendo en cuenta que no solamente se enseña el concepto de números quebrados y la forma de operar con ellos para sumarlos, restarlos, multiplicarlos y dividirlos, e incluso de doblarlos y

101 La cuartera era una medida de capacidad para áridos usada en Cataluña y en las Islas Baleares. Su magnitud variaba según la comarca, pero en Barcelona se elevaba a 69.718 litros.

demediarlos, como casos especiales de las dos últimas reglas, sino que también se explica la forma de hallar su valor, de reducirlos a un común denominador y de llevarlos a su mínima expresión. Una vez hecho esto, se exponen casos prácticos de reglas de tres, en los que intervienen números enteros y quebrados, referidos a todas las aplicaciones vistas en el capítulo anterior, es decir, a monedas, ropas, pesos y medidas de capacidad. Al tratar de casos de regla de tres con números quebrados y enteros relativos a monedas o dinero, se introduce la variable tiempo al objeto de abordar someramente problemas de interés, aunque en ninguno de ellos se expresa el tipo de interés que juega como variable.

Se inicia esta parte con la afirmación por parte de Sanct Climent de que los comerciantes necesitan conocer la forma de operar con los números quebrados al objeto de hacer los cálculos relativos a mercaderías y otras cosas. La definición que da es sucinta, pero resulta suficientemente ilustrativa, pues dice que *"nombre trencat es tot ço e quant no es un entegre ho lo que ha part de un entegre"*, es decir "número quebrado es todo aquel que no es un entero o aquel que forma parte de un entero".

Explica a continuación que todos los quebrados tienen dos números: uno que se escribe debajo y otro que se escribe encima, con una raya en medio. El de arriba se llama numerador, porque numera o cuenta las partes quebradas, y el de abajo, denominador, porque indica o denomina la clase de estas partes: mitades, tercios, cuartos, quintos, etc. Asimismo señala *"que lo denominador tostemps fa un entegre, e lo nombrador demostra les parts trencades, que no complexen a un entegre"*, o sea, "que el denominador siempre representa un entero y el numerador expresa las partes quebradas, que no completan un entero".

Después de esta definición, se enseña a reducir los quebrados a un denominador común, al objeto de *"fer los semblants"*, es decir, "de hacerlos semejantes" u homogéneos. se empieza por dos quebrados, indicando que debe multiplicarse cada numerador por el denominador del otro y los dos denominadores entre sí. De esta manera, los dos quebrados tendrán un denominador de igual cuantía. Ofrece un ejemplo práctico de esta cuestión, disponiéndolo de esta manera:

10	12
2	4
3	5
15	

Cuando lo que se quiere reducir a un común denominador son números mixtos, es decir, *"entegres ab trencats"*, los números *"entegres se deuen primerament rompre en tals parts com son los trencats"*, o sea, los "enteros se deben romper primero en tantas partes como lo están los quebrados". A este objeto, se multiplicarán por el denominador de su parte quebrada y el producto se sumará con el antiguo numerador, quedando la suma como nuevo numerador. El quebrado así obtenido será expresión del antiguo número mixto. Una vez efectuada esta operación con los dos números mixtos, se procederá de la forma ya explicada para reducirlos a un común denominador.

De igual forma, si lo que se desea es reducir a un común denominador un entero y un quebrado, habrá que multiplicar el entero por el denominador del quebrado y el producto será el numerador del nuevo quebrado en que se convertirá el antiguo entero. Su denominador será el mismo del otro quebrado, con lo que ya tendremos reducidos los dos números a un común denominador.

Cuando se quiera reducir a un común denominador un número entero y un número mixto, antes que nada habrá que convertir a ambos en quebrados siguiendo las reglas ya explicadas.

Acto seguido, el autor pasa a enseñar la forma de reducir a un común denominador tres, cuatro o muchos quebrados. A estos efectos, explica que en primer lugar se debe *"trobar un nombre enn lo qual se puixwn trobar entegrament aquells tresncats"*, es decir, "hallar un número en el que puedan encontrarse íntegramente aquellos quebrados", queriendo significar, en realidad, los denominadores de estos quebrados. No dice el nombre de este número, pero se refiere claramente a lo hoy denominamos mínimo común múltiplo. Una vez hallado éste, se coloca como denominador de cada quebrado, se divide por el que tenía antes y el cociente se multiplica por el respectivo numerador, quedando el producto como nuevo numerador.

Sanct Climent no conocía la técnica de descomponer un número en sus factores primos o no quería complicar la vida a sus discípulos con ella, de forma que para hallar el mínimo común múltiplo explica que uno debe examinar todos los denominadores de los quebrados que quiera reducir y *"pendre aquells que contenen e lexar aquells que son contenguts"*, o sea, "tomar aquellos que contienen y dejar los que son contenidos".

Una vez explicadas las anteriores reglas, el autor puede ya empezar a enseñar la forma de sumar quebrados, cosa que no puede hacerse, *"sino son fets semblants, çoes sino son reduits a 1 denominador comu"*, es decir, "si no son hechos homogéneos, esto es, si no son reducidos a un denominador común". Lo mismo sucede con la resta. De ambos tipos de operaciones se ofrecen abundantes ejemplos prácticos, de quebrados con quebrados, de mixtos con mixtos, de mixtos con quebrados, de enteros con quebrados y de enteros con mixtos.

Se pasa a continuación a explicar la multiplicación con números quebrados, que se hace de la forma corriente aun hoy en nuestros días. En efecto, para efectuar esta operación Sanct Climent instruye al alumno al que retóricamente se dirige: "*multiplica nombrador per nombrador, e denominador per denominador, e la multiplicacio del nombrador fes nombrador e de la del denominador fes denominador e sera fet*", es decir, "multiplica numerador por numerador, y denominador por denominador, y el producto de los numeradores lo pones de numerador y el de los denominadores lo pones de denominador, y estará hecho".

Como en casos anteriores, se ofrecen también en éste múltiples ejemplos prácticos de multiplicaciones de todo tipo en las que uno de los factores, por lo menos, es un número quebrado o mixto. Asimismo, se indica que a través de esta operación se puede averiguar el valor de un quebrado en problemas del tipo siguiente: ¿cuánto vale la mitad de la tercera parte de la cuarta parte de la quinta parte de una libra? Multiplicando sucesivamente numerador por numerador y denominador por denominador se encontrará que el resultado es de 1/120 de libra.

En la división de números quebrados Sanct Climent no emplea la regla que se acostumbra a enseñar hoy día en primer lugar, es decir, la multiplicación cruzada del numerador del dividendo por el denominador del divisor, y del denominador del dividendo por el numerador del divisor, o, dicho en otras palabras, la multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor. Aunque esta regla era ya conocida en Oriente, no llegó a Europa hasta algún tiempo después. En consecuencia, dice en su lugar que deben reducirse dividendo y divisor a un común denominador. Una vez obtenido éste, se olvida uno de él y se opera sólo con los numeradores, de tal forma que el numerador del dividendo será el numerador del cociente y el numerador del divisor será el denominador de dicho cociente.

Se ofrecen los ejemplos prácticos de rigor, como en los casos anteriores. Y, como dice el autor que de la división resultan a veces números quebrados con numeradores y denominadores muy grandes, se enseña la forma de simplificarlos o reducirlos a su mínima expresión. Para ello, "*es mester trobar un nombre per lo qual lo nombrador e lo denominador se pusquen partir* *entegrament*", o sea, "es menester encontrar un número por el cual se puedan dividir íntegramente el numerador y el denominador". Continúa: "*E qui no sab trobar lo maior nombre per lo qual se pusquen partir entregrament, que prenga aquells que sabra trobar*", es decir, "y el que no sepa encontrar el mayor número por el cual se puedan dividir íntegramente, que tome aquellos que sepa encontrar". Está claro que Sanct Climent está hablando del máximo común divisor. Al no emplear tampoco en este caso la descomposición de un número en sus factores primos, la técnica que este autor aconseja para hallar el máximo común divisor es la del tanteo. Una vez encontrado este número, los cocientes de dividir por él el numerador y el denominador serán las respectivas magnitudes del quebrado simplificado.

A continuación, comenta Sanct Climent que, habiendo hablado de la multiplicación y la división, será obligado decir algo del doblar y del demediar, cuestiones de las cuales "*alguns fan capitols*", es decir, "algunos hacen capítulos". Para doblar un quebrado se pueden seguir dos procedimientos: multiplicar el numerador por dos o dividir por dos el denominador. De igual manera, para demediar habrá que dividir por dos el numerador, si es un número par, o, en caso contrario, multiplicar por dos el denominador.

Finalmente, explica que para saber cuánto vale el quebrado o fracción de una cantidad cualquiera, habrá que multiplicar esta cantidad por el numerador y dividir el producto por el denominador. Para ilustrar esta explicación propone el siguiente ejemplo: ¿cuánto valen 3/4 de un florín a razón de 11 sueldos? Multiplica los 11 sueldos por 2 y divide el producto por 4, obteniendo un cociente de 8 sueldos y un resto de 1. Multiplica este resto por 12, para obtener dineros, y divide el producto por 4, obteniendo un cociente de 3. El resultado final es, en consecuencia, que 3/4 de florín valen 8 sueldos 3 dineros. Obsérvese, por otra parte, que el valor del florín citado en este caso es el menor de todos los indicados hasta ahora.

Las siguientes treinta páginas de este capítulo séptimo se dedican a ofrecer y explicar, con la habitual amplitud y detalle, ejemplos de todos los casos de reglas de tres de monedas, ropa, pesos y medidas de capacidad en las que intervienen números quebrados y números mixtos. No ofrecen estos ejemplos ninguna novedad en relación con los ya vistos, y en realidad parece que se presentan con la finalidad prioritaria de practicar más extensamente las aplicaciones de la regla de tres, ahora que ya se puede operar en plenitud, conocidas las operaciones con quebrados. La única novedad interesante consiste en la introducción de la variable tiempo en algunas reglas de tres concernientes a dinero. A este respecto, Sanct Climent da una regla general: "cuando te encuentres con algún problema en el que entre el tiempo, multiplicarás todo este tiempo por la cantidad". Sigue diciendo que si en dicho tiempo hubiera años, meses, días, horas, etc., sería necesario reducirlo todo a la menor unidad expresada, multiplicándolo luego por el importe de que se trate.

Propone al respecto el siguiente ejemplo: si 3 1/3 florines han ganado en 3 meses y 1/5 ducados, ¿cuántos ganarán 7 ½ florines en 5 meses y 7 días? Debe destacarse que en la resolución de este problema se utiliza el año comercial de 360 días. Como antes se indicaba, no ofrece ningún problema en el que se exprese el tipo de interés.

A efectos terminológicos, es digno asimismo de mención el hecho de que al hablar del mínimo común múltiplo se le cita siempre como el *"nombre a on se troben"*, es decir, "el número donde se encuentran" los números de que se trate, o como *"aquell nombre en que trobarem lo nove e lo quart"*, o sea, "aquel número en que encontraremos el noveno y el cuarto", usando en esta ocasión números ordinales en lugar de los numerales y haciendo referencia a un problema en el que debe hallarse el mínimo común múltiplo de estas cantidades.

El capítulo siguiente, al que se califica erróneamente de novena parte, siendo en realidad la octava, se ocupa de la regla de compañías y abarca cerca de quince páginas y media. Ha quedado tan arraigado el origen de esta regla que todavía en la actualidad se la denomina corrientemente así como nombre alternativo al de repartos proporcionales, que es el que propiamente le correspondería.

El autor comenta que en esta clase de cálculos son necesarias tres cosas: las partes, el tiempo y la ganancia o la pérdida, *"car perço se dien companyes: que axis passen arrisch de perdre com de guanyar"*, o sea, "pues justamente por esto se llaman compañías, ya que lo mismo que se arriesgan a perder, pueden ganar".

La regla general para resolver este tipo de problemas es multiplicar la ganancia o la pérdida por cada una de las partes y dividir cada producto por el total de estas partes. El cociente será la ganancia o la pérdida que corresponderá a cada parte. Se reconoce expresamente que los problemas de compañías son muy semejantes a los de regla de tres, siendo la única diferencia que en este último tipo de problemas no hay comúnmente más que tres partes, mientras en los de compañías se encuentran a menudo muchas partes. Pero siendo esto así, *"es veritat, que qualsevol rao de companyies per la dita regla de tres* *se pot fer"*, o sea, "la verdad es que cualquier cálculo de compañías se puede hacer por la dicha regla de tres".

El primer caso práctico que se ofrece como ilustración de la regla teórica es simple, pues no contiene la variable tiempo. Los otros dos casos que se presentan sí la contienen, es decir, se indica el tiempo durante el que cada socio participa en la compañía. En estos casos, la regla que se da es que la parte de cada socio se multiplique por el tiempo respectivo. La suma de estos productos será el divisor a emplear, de acuerdo con lo explicado en la regla general. En todos los ejemplos se procura que intervengan quebrados y números complejos, para dar oportunidad de operar con ellos. Las equivalencias monetarias que se manejan en estos problemas son las siguientes:

1 ducado	=	24 sueldos
1 escudo	=	22 sueldos
1 florín	=	11 sueldos
1 alfonsín	=	36 sueldos

La parte siguiente también se califica de novena, esta vez con razón, y comprende veintisiete páginas. Bajo el nombre genérico de cambios, se tratan en ella cuestiones relativas a la conversión de unas monedas en otras, y también de unas medidas de longitud o de capacidad en otras, pues como Sanct Climent dice: *"cambis propiament no volen dir altra cosa sino mudar una specia en altra"*, es decir, "cambios no significan, propiamente, más que mudar una especie en otra".

A este respecto, se explica que, dada la heterogeneidad de los casos y problemas que pueden presentarse, no puede ofrecerse una regla general aplicable a todos ellos. Así, algunas veces los problemas deberán resolverse por cálculos de la quinta especie (*raons de la quinta specia),* esto es, multiplicando por el valor de sí mismo y dividiendo por la cosa que se quiere saber. Otras veces se aplicará la regla de tres tal como se ha explicado. Otras, se resolverán por la regla de cinco, que se llama de cambios duplicados. Otras, en fin, de muchas y muy diversas maneras.

En rigor, de acuerdo con la terminología empleada, por *raons de la quinta specia* deberían entenderse cálculos relativos a divisiones. En este caso, sin embargo, parece que quiere hacerse referencia a casos de regla de tres inversa. En cuanto a la regla de cinco, *regla de 5 o de cambis duplicats,* citada en el libro por primera vez, es lo que en nuestros días se denomina regla de conjunta. De ambos casos se ofrecen ejemplos dentro del numeroso grupo de casos prácticos explicados y solucionados con todo detalle y suerte de complicaciones, números quebrados, mixtos, complejos, reducciones a común denominador, simplificaciones, etc., como de costumbre.

El ejemplo que se ofrece de cambios duplicados es el siguiente: Un mercader pregunta a un cambio o banquero que, sabiendo que 4 ducados de Barcelona son 12 libras de Milán, y 4 libras de Milán son 10 libras de Pisa, cuántas libras de Pisa será 12 ducados de Barcelona.

En el enunciado anterior se produce, precisamente, uno de los escasos errores que se encuentran en el libro, al decir el texto original 4 ducados de Milán en lugar de 4 libras de Milán. Sin embargo, el error es fácilmente subsanable por el contexto.

La disposición formal del problema se aproxima mucho a la actual, aunque se hace siguiendo todavía el esquema de la regla de tres:

4 ducados de Barcelona	-	12 libras de Milán
4 libras de Milán	-	10 libras de Pisa
12 ducados de Barcelona	-	¿cuántas libras de Pisa valdrán?

El ejemplo de regla de tres inversa se ofrece en un caso de interés, es decir, introduciendo la variable tiempo, en el que el interés obtenido está expresado en distinta moneda. El enunciado dice así: Si 5 ½ ducados en 3 1/3 meses ganan 7 1/4 florines, ¿15 1/5 ducados en qué tiempo ganarán los 7 1/4 florines?

Como antes se observaba, el concepto de cambios en el contexto empleado por Sanct Climent no se refiere a giros o letras de cambio, sino simplemente a conversiones de unas monedas en otras o de unas medidas en otras. Sin embargo, la *Practica mercantivol* de Joan Vantallol, publicada 40 años más tarde, cuando habla de cambios en el capítulo dedicado expresamente a ellos (*De cambis*, Vantallol, 1985, f. 74 v° a 77 v°), se refiere prácticamente de forma exclusiva a los giros y a las letras.

En el transcurso de este capítulo se indican diversas equivalencias de monedas y medidas, de acuerdo con el detalle siguiente:

1 florín de Barcelona	=	17 sueldos
1 florín de Barcelona	=	17 sueldos 3 dineros
1 florín de Aragón	=	15 sueldos
1 florín de Perpiñán	=	21 sueldos y 7 dineros

1 timbre de Valencia[102]	=	12 sueldos 11 1/6 dineros
1 alfonsín	=	34 sueldos 11 ½ dineros 14/39 pugesa
1 fanega[103]	=	5 1/4 cuartanes 18/23 cuartos
1 ducado de Barcelona	=	3 libras de Milán
1 libra de Milán	–	2 ½ libras de Pisa
1 ducado de Barcelona	=	7 ½ libras de Pisa

El capítulo décimo, que abarca diecisiete páginas, se dedica a hablar de problemas relacionados con las baratas. Según dice Sanct Climent, *"es cosa molt necessaria en la art mercantivol baratar una mercaderia per altra"*, o sea, "en el arte mercantil es cosa muy necesaria baratar una mercadería por otra". Poco más adelante, completa la idea de la importancia que había adquirido en su época esa forma de transacción, al decir que el tráfico mercantil se ejercía más a través de baratas que de ninguna otra cosa: *"lart mercnativol huy mes de barates que de nenguna altra cosa se soste"*.

Como es sabido, la barata consistía en un trueque o permuta directa de las mercancías. La dificultad estribaba en que muchas veces el que proponía la barata quería cobrar al contado una parte del importe de la mercancía que ofrecía. Por otra parte, las mercancías tenían un precio al contado y otro precio superior en permuta. El problema consistía, por consiguiente, como explica Sanct Climent, en determinar el precio de permuta que el que aceptaba la barata debía fijar para la mercancía que trocaba, de forma que ninguna de las partes se perjudicase.

El enunciado de uno de los problemas que propone el autor para ilustrar su planteamiento teórico es suficientemente explicativo de la cuestión. Dice así: dos comerciantes quieren baratar su mercancía, y el uno tiene pastel y el otro tiene ropa. El que tiene pastel pide a razón de 7 libras la carga en la barata, cuando al contado no vale más que 5. Del importe de la mercancía, desea recibir 3 libras en dinero contante y sonante, y por el resto hasta las 7 libras tomará ropa en barata. Le pregunta al otro mercader qué sobreprecio le pondrá por cada cana de ropa, que al contado vale 20 sueldos.

102 El nombre de timbre se daba a algunas monedas antiguas que llevaban grabado el escudo real. En la corona catalano-aragonesa se dio el nombre de timbre de Aragón a la moneda de oro que mandó acuñar el año 1394 el rey Juan I en la ceca de Perpiñán con un peso de 3,52 gramos, a semejanza del ducado veneciano, aunque con el paso del tiempo las acuñaciones se fueron envileciendo. El timbre de Valencia fue llamado también real de oro de Valencia.

103 La fanega era una medida de capacidad para áridos que tenía un valor muy variable según los lugares. En nuestro caso equivalía a 31,638 litros.

La resolución es directa y sencilla: Considerando los valores de contado, una carga de pastel, que vale 5 libras, equivaldría a 5 canas de ropa, a 1 libra cada una. Como el dueño del pastel quiere 3 libras al contado, quedan 2 canas de ropa que son las que su dueño tiene que entregar a cambio de las 4 libras restantes, valor del pastel a baratar. En consecuencia, el precio de la cana en la barata saldrá a 2 libras, o sea, 40 sueldos, lo que supone un sobreprecio de 1 libra.

En la parte siguiente, la undécima, que contiene veinte páginas, se aborda la regla de posiciones o, como decimos hoy día, de falsa posición. Dice Sanct Climent que ésta es una de las cuestiones más sorprendentes de toda la aritmética, pues comienza con una falsedad y termina hallando la verdad. Advierte desde el principio que hay tres clases de falsas posiciones, la simple, la doble y la posición y remoción. De todas ellas habla y ofrece ejemplos, algunos de ellos bastante complicados, que siguen empero la línea y el planteamiento habituales todavía hoy, sin que presenten ninguna novedad digna de mención.

A título de ilustración, veremos uno de los ejemplos que se ofrecen en este capítulo para explicar la regla de falsa posición doble o de dos posiciones: un hombre tiene determinado número de asalariados y determinada cantidad de dinero en su bolsa. Sí entregase a cada asalariado 3 sueldos, le sobrarían 17. Y si diera a cada uno 4 sueldos, le sobrarían 9 sueldos. Se pregunta cuántos asalariados tiene y cuánto dinero lleva en su bolsa. La solución se plantea suponiendo, en primer lugar, una posición de 10 hombres, con lo que, si se les pagase a razón de 3 sueldos, sus tenencias de dinero serían de 47 sueldos. Si se les pagase a razón de 4 sueldos a cada uno, sobrarían 7 sueldos, en lugar de los 9 que debían sobrar. El error en menos de esta primera posición sería, por consiguiente, de 2 sueldos. Luego, como segunda posición, se supone que tiene 5 asalariados. Dándoles a razón de 3 sueldos, las tenencias de dinero en la bolsa se elevarían a 32 sueldos. Si se les pagaran 4 sueldos a cada uno, sobrarían 12 sueldos, cuando no deberían sobrar más que 9. El error en más de esta segunda posición sería, pues, de 3 sueldos. Sumando los productos de cada error, de diferente signo, por la posición contraria, y dividiendo dicho total por la suma de los errores, obtiene Sanct Climent la solución correcta que es de 8 asalariados. El dinero contenido en la bolsa asciende a 41 sueldos. A continuación, se desarrolla como de costumbre la comprobación del problema.

En el encabezamiento de uno de los problemas se anuncia que se resuelve un problema de baratas por la regla de falsa posición, pero en realidad se trata de una simple compra al contado.

El duodécimo capítulo se ocupa, a lo largo de quince páginas, del afino del oro y de la plata, materia que actualmente se acostumbra a tratar bajo la denominación de regla de aligación. A estos efectos, el autor consigna en primer lugar las medidas utilizadas para pesar los metales preciosos oro y plata, especificando sus equivalencias.

Al igual que en Castilla (Hernández-Esteve, 1986, p. 62), se utilizaban en Cataluña en esa época distintos sistemas de medidas de peso para el oro y la plata. Las de la plata eran las siguientes:

1 marco[104]	=	8 onzas
1 onza	=	24 dineros
1 dinero	=	24 granos
1 grano	=	24 *palets*

Pero mientras en Castilla, las medidas empleadas para el oro eran sustancialmente distintas de las de la plata, en Cataluña diferían tan sólo en que el grano se dividía en 24 *garrovies*.

Se explican, asimismo, las medidas utilizadas para expresar la ley de cada metal. De esta manera, en el caso de la plata, un marco de metal fino contenía 12 dineros de plata pura o de ley. De tal forma, cada dinero de ley equivalía a 16 dineros de peso y cada grano de ley valía 16 granos de peso. Es decir, un marco de plata a la ley de 1 dinero, contendría 16 dineros de plata pura y el resto de 176 dineros, hasta completar los 192 dineros de peso que tenía el marco, corresponderían al metal empleado en la aleación.

En el caso del oro, la ley se medía por quilates, conteniendo un marco de oro fino 24 quilates de oro puro. Cada quilate de ley equivalía, por consiguiente a 8 dineros de peso.

Los ejemplos que se dan en este capítulo para ilustrar las explicaciones teóricas tienen también un corte clásico. Veamos uno de ellos: un cambio tiene oro de cuatro leyes distintas, de acuerdo con el siguiente detalle:

7 marcos a la ley de 19 ½ quilates
9 marcos a la ley de 20 1/4 quilates

---

104 Recordaremos que el marco era una medida de peso establecida en la Edad Media para sustituir a la libra como base para indicar la talla de las monedas. En la corona catalano-aragonesa se conocían varios marcos con distintos valores. Así, el marco de Montpellier, que pesaba 239 gramos; el de Perpiñán, con 237.5 gramos, que era el marco de oro usado por los orfebres; el de Valencia, de 237.49 gramos; el de Barcelona, de 268.35 gramos, utilizado por los plateros, etc. Sin embargo, para usos monetarios se utilizaba con generalidad el marco de 237 gramos.

16 marcos a la ley de 21 2/3 quilates
20 marcos a la ley de 23 3/4 quilates

Con todo este oro el mercader quiere acuñar moneda a la ley de 22 quilates. Se pregunta cuántos marcos le saldrán.

La solución dada por Sanct Climent pasa por hallar los quilates de oro fino contenidos en cada clase de oro, hallando el total de todos ellos. Este total se divide por los 22 quilates de fino que debe tener la moneda que se quiere acuñar y el cociente nos indicará los marcos que podrán ser acuñados.

Comenta a continuación el autor, que la ceca de Barcelona por cada marco de oro fino de 24 quilates pagaba 72 libras en moneda corriente en el día de la entrega, más dos quilates de prima que pagaba posteriormente a razón de 3 libras por quilate, con lo que por un marco de oro fino se obtenía un total de 78 libras, es decir, 3 libras 5 sueldos por cada quilate de ley u oro fino contenido. Estas 78 libras equivalían a 65 ducados, contados a razón de 24 sueldos el ducado. A continuación ofrece una relación detalladas de los valores del marco, de la onza y del dinero correspondientes a cada una de las leyes entre 24 y 12 quilates, ambas inclusive, advirtiendo que si en el futuro se alterase el precio indicado del marco de oro fino, por cada libra de variación habría que aumentar, o disminuir en su caso, el valor de la onza en 2 sueldos 6 dineros, y el del dinero en 1 dinero y 1/4. Advierte, asimismo, que por cada quilate en que disminuya la ley del marco, se tendrá que rebajar su precio en 3 libras 5 sueldos. El precio de la onza disminuirá en 8 sueldos 1 ½ dineros y, finalmente, el del dinero en 4 1/16 dineros.

"La derrera part de aquest libret", como la denomina su autor, es decir, "la última parte de este librito", abarca dos simples páginas y se ocupa de las progresiones. Sanct Climent define el tema muy someramente, explicando que la progresión es una cuenta que crece igualmente de 1 en 1, como 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, etc., o de 2 en 2, como 2, 4, 6, 8, 10, 12, etc.

Estas dos son las únicas clases de progresiones que contempla, es decir, las progresiones aritméticas crecientes de razón 1 y de razón 2. A las primeras las llama continuas y a las segundas, entrelazadas. No se refiere, en absoluto, al concepto de razón y tampoco hace referencia a las progresiones aritméticas decrecientes o de razón mayor que 2, ni a las progresiones geométricas.

Incluso en relación con las progresiones aritméticas crecientes de razón 1 y 2, sus explicaciones resultan muy limitadas, pues el único tema que le interesa abordar es el concerniente a la forma de hallar la suma de los términos de las mismas.

A este capítulo sigue una especie de recapitulación de las reglas generales estudiadas en el libro, consistente en unos problemas que se enuncian, dando la solución, pero sin razonarla ni explicarla. En total, se incluyen siete problemas, dos en los que se emplean las cuatro reglas, otros dos que se solucionan por regla de tres, otro de regla de compañía, otro de cambios y, finalmente, otro de aligación.

La mayor parte de los problemas tienen que ver con prácticas mercantiles, como ocurre con los ofrecidos a lo largo de toda la obra. Pero, en este caso, se incluyen dos de diferente índole: uno relativo a velocidades, tiempos y distancias recorridas por dos correos, uno de los cuales se dirige de Barcelona a Roma, mientras el otro hace el trayecto inverso, preguntándose cuándo se encontrarán en el camino y que distancia llevará recorrida entonces cada uno. Como se ve, es un problema de corte clásico. El otro, también bastante corriente, se refiere a unas operaciones con fracciones al objeto de determinar la hora del día, que es lo que se pregunta.

Finaliza la obra con una página que comienza con la frase ya citada anteriormente, en la que se contiene la única mención del nombre de su autor. Sanct Climent explica, a continuación, que no ha querido redactar su libro en el estilo acostumbrado entre los doctos, pues va dirigido a satisfacer el ansia de los que ignorando la materia, desean ser adoctrinados en ella, cosa que ha procurado hacer en toda la medida que la flaqueza de su inteligencia ha permitido. Ello está en total consonancia con el carácter elemental que, efectivamente, reviste la *Suma*. Manifiesta asimismo que la obra ha sido revisada por el reverendo maestro Rapita, licenciado en ésta y en las demás artes, así como en sagrada teología. Lo mismo ha hecho el maestro de la ceca de Perpiñán, Jachme Serra. Termina el autor disculpándose por la torpeza de su estilo y por los yerros motivados por su poco saber. A ese respecto, se somete a las correcciones que quieran hacerle las personas más entendidas y ruega a todos que, en compensación de tantos trabajos, eleven por él sus oraciones a Dios.

En la página siguiente, folio 136 r°, se estampa el colofón de la obra.

3. OTROS DATOS DE INTERÉS ECONÓMICO O COMERCIAL

Como se ha visto a lo largo de todo el análisis anterior, la *Suma* está orientada expresamente a la enseñanza de mercaderes y futuros mercaderes. En este sentido, la inmensa mayoría de las cuestiones y problemas planteados están sacados de la práctica mercantil. Tal circunstancia nos ha dado oportunidad de conocer diversos datos de interés económico o comercial, que han servido para ampliar, matizar o confirmar la información ya conocida. La mayor parte de estos datos ha sido ya presentada en el curso del trabajo.

En efecto, aparte de las archisabidas relaciones fijas entre monedas como la libra, los sueldos y los dineros, en las páginas anteriores se han hecho figurar diversas cotizaciones que el autor utiliza en sus problemas para el florín de oro de Barcelona, el de Aragón y el de Perpiñán, así como para el ducado, el escudo, el alfonsín y el timbre de Valencia, expresadas todas ellas en sueldos y dineros de libra. La moneda que presenta más oscilaciones en su cotización es el florín de Barcelona, abarcando su precio desde los 17 sueldos 5 dineros hasta los 11 sueldos, como consecuencia posiblemente de que los florines considerados correspondían a acuñaciones con diferentes peso y ley, de acuerdo con lo que se comentado más arriba. El alfonsín también ha mostrado un amplio abanico en su cotización, desde los 36 sueldos 9 dineros hasta los 32 sueldos 7 dineros. Las cotizaciones presentadas para el ducado han sido menos oscilantes, desde los 24 sueldos 9 dineros hasta los 24 sueldos. El escudo ha mostrado una relación invariable de 22 sueldos por escudo. Con respecto a monedas de otros países, se han visto cotizaciones relativas a las libras de Milán y de Pisa.

Hemos dejado constancia asimismo en las páginas anteriores del precio al que la ceca de Barcelona pagaba el marco de oro fino, así como las leyes de fino empleadas para este metal y para la plata. Como magnitud necesariamente complementaria, se han hecho constar también las medidas de peso empleadas en Cataluña tanto para un metal precioso como para el otro.

Asimismo, se han dejado consignadas más arriba las medidas de longitud empleadas en el comercio de la ropa, así como las de peso y de capacidad para áridos que Sanct Climent emplea en sus problemas.

En el texto precedente han quedado explicados también el *modus operandi* y los términos en que se concertaban las operaciones pertenecientes a ese complejo mundo de las baratas.

Por lo regular, del estudio de los problemas ofrecidos en las aritméticas mercantiles puede extraerse, además, una interesante información relativa a las mercancías que más frecuentemente eran objeto del tráfico mercantil, a los precios que alcanzaban las mismas, a las ganancias que se obtenían en su compraventa, a los tipos de interés aplicados en las operaciones, a las formas de contratación, etc. Estos datos se ajustan en general a la realidad, pues los autores procuraban utilizar magnitudes sacadas de la vida práctica, al objeto de ir familiarizando a sus alumnos con los parámetros con los que luego tendrían que desenvolverse. Sin embargo, no parece que Sanct Climent estuviera demasiado preocupado por estas cuestiones, pues normalmente no acostumbra a especificar las mercancías que intervienen en sus problemas, exceptuando la ropa, cuya importancia en el tráfico mercantil barcelonés debía de ser tan grande, que merecía una categoría aparte. Aun en este caso, sin embargo, no menciona calidades, con lo que los precios indicados carecen de significación. Prácticamente, sólo expresa la clase de las mercancías cuando presenta problemas de baratas, en los cuales especifica no solamente el precio al contado, sino también el hipotético precio pretendido en la barata. En un caso, expresa también la mercancía intercambiada en un problema de falsa posición. Por otra parte, en los problemas donde intervienen cuestiones de interés o de compañías, los tipos y los beneficios alcanzan en ocasiones unas dimensiones tan exageradas que no da la impresión de que el autor hubiera querido reflejar situaciones reales. Más bien parece que se despreocupa de esta cuestión, concentrándose en la idea de introducir elementos que hicieran el cálculo más complicado: números complejos, quebrados, etc.

De acuerdo con lo dicho, la *Suma* de Sanct Climent no resulta un libro especialmente rico en los referidos datos adicionales, pues las únicas mercancías que cita específicamente son el trigo, la pimienta, el pastel, el azúcar, la miel, el azafrán, la seda en madeja, la canela y los carneros. Los precios de contado correspondientes se indican en la siguiente tabla:

Trigo:	una cuartera (69.718 l.)	8 sueldos 4 3/7 d.
Pimienta:	un quintal (41,6 kg)	20 libras
Pastel:	una carga (124,8 kg)	5 libras
Azúcar:	un quintal	7 libras
Miel:	un quintal	1 libra 6 sueldos
Azafrán:	una arroba (10,4 kg)	26 libras
Seda en madeja:	una arroba	3 libras
Canela:	una libra (400 gr.)	4 sueldos
Un carnero:		20 sueldos

En cuanto a los tipos de interés que cita en sus problemas son del orden del 80, del 156 e, incluso, del 217 por 100 al año. Difícilmente podrían concebirse en la vida real unos tipos de esa magnitud.

En los problemas de compañías que Sanct Climent presenta, los beneficios obtenidos por el capital invertido durante un año ascienden en un caso al 8,90 por 100, que sí parece una magnitud razonable, mientras que en el otro se elevan al 125 por 100, lo cual se antoja ya algo exagerado.

Algunos autores como Davis (1960) y Tucci (1994), entre otros, piensan que los textos de aritmética comercial del Renacimiento no fueron simples herramientas técnicas al servicio de la enseñanza mercantil, sino que constituyeron factores fundamentales de la afirmación de la nueva mentalidad capitalista, basada en el ánimo de lucro, en el empleo racional de los medios para conseguirlo y en el sentido de la medida y la cantidad. La naturalidad con que se declara o acepta en estos textos que la obtención de beneficios es el norte que guía los pasos del comerciante, así como la desenvoltura con que se trata de la percepción de intereses, jugaron un papel muy importante, en opinión de estos autores, en el alejamiento de la sociedad civil de la postura oficial de la Iglesia, que condenaba la usura, coadyuvando con ello al surgimiento de una nueva forma de entender las cosas.

Esta es, sin duda, una atractiva teoría que probablemente encierra parte de verdad. Aunque también podría pensarse que los textos de aritmética mercantil de esta época fueron, más que cualquier otra cosa, una especie de espejo en el que se reflejaba el creciente divorcio entre unas doctrinas oficiales ya periclitadas, o a punto de periclitar, y el dinamismo de unos mercaderes que debían hacer frente a los retos que su actividad les imponía de forma ineludible. Curiosamente, empero, su distanciamiento de las doctrinas oficiales no hacía que los mercaderes se sintieran proclives, ni muchos menos obligados, a renunciar a su condición de hijos de la Iglesia, como demuestran las repetidas invocaciones piadosas que decoran sus libros de cuentas e incluso los propios libros de aritmética que se utilizaban para instruir a sus herederos. Tampoco la Iglesia, dicha sea la verdad, parecía sentir mucha repugnancia por acoger en su seno a los ricos mercaderes pese a sus prácticas, con la excepción, tal vez, de unos cuantos casos flagrantes.

Sea cual fuere su papel preponderante, no se puede negar empero que los textos de aritmética mercantil, lo mismo que las escuelas de ábaco, tuvieron que jugar en esa época un importante rol en la difusión de la nueva mentalidad, dada su capacidad de transmitir, muchas veces de forma no deliberada ni explicitada, los principios de racionalidad, ánimo de lucro y sentido de la medida y la cantidad sobre los que debía asentarse el espíritu capitalista.

En este sentido, la *Suma* de Francesch Sanct Climent asume también, con toda naturalidad y sin hacer ninguna declaración de principios, pero no por ello de forma menos eficaz, que el ánimo de lucro es el motor de la actividad mercantil. Y asume asimismo que esta actividad tenía que desarrollarse con un espíritu sistemático y racional, apoyado en el cálculo y en el manejo de magnitudes numéricas. No parece que se plantee siquiera la posibilidad de que las ganancias obtenidas en el tráfico mercantil pudieran ser ilícitas, y ya hemos visto la magnitud de los beneficios que se manejan en sus ejemplos. Tampoco se atisban indicios de que se planteara si la percepción de intereses podía resultar materia reprobable. Cuando Sanct Climent dice: *"si 5 ducats e ½ en 3 mesos e 1/3 guanyen 7 florins e ¼, 15 ducats e 1/5 en quin temps guanyaran los 7 florins e un quart"*, o sea, "si 5 ducados y medio en 3 meses y un tercio ganan 7 florines y cuarto, 15 ducados y un quinto, ¿en cuánto tiempo ganarán los 7 florines y cuarto? (f. 103 v°), no parece que piense en la prohibición de la usura. Por lo menos, no hace nada para disimular su planteamiento. Y sin embargo, ya hemos visto que en el mejor de los casos estaba hablando de unos intereses anuales superiores al 200 por 100. Lo cual no obstaba para que en su libro se encomendara a Dios y a la Virgen, encareciendo a sus lectores que rezaran por él como compensación al esfuerzo realizado en la composición del libro.

4. CONCLUSIONES

De todo lo expuesto en las páginas anteriores, se desprenden las siguientes conclusiones principales:

1. Por lo que se sabe hasta hoy, la *Suma de la art de arismetia de Francesch Sanct Climent* es el primer libro de matemáticas impreso en España.

2. Al mismo tiempo, en competencia con el *Rechenbuch* de Ulrich Wagner, puede ser el segundo libro de aritmética comercial impreso en el mundo, después del *Arte de labbacho,* de autor desconocido, publicado en Treviso el año 1478.

3. El libro de Francesch Sanct Climent constituye una obra de aritmética destinada claramente a la enseñanza de futuros mercaderes. Como el propio autor indica, él era maestro de esta materia en Barcelona.

4. El nivel de la obra está en consonancia con su objetivo. El autor rehuye expresamente darle un tono científico o teórico, para centrarse de forma exclusiva en cuestiones prácticas, limitándose a proporcionar las explicaciones teóricas estrictamente indispensables para ello.

5. De esta manera, el título de la obra resulta manifiestamente exagerado, pues no se pretende reunir en ella todos los conocimientos sobre la materia que se tenían hasta ese momento, objetivo genérico de todas las Sumas medievales.

6. Dadas sus características, el contenido de la *Suma* de Sanct Climent concuerda, pues, con los programas de las escuelas de ábaco italianas, así como con el contenido de los demás tratados de aritmética comercial publicados hasta el año 1500 inclusive, dejando aparte la *Suma* de Luca Pacioli, que tiene un alcance y un planteamiento completamente distintos.

7. Sin embargo, dentro de este contexto, se puede apreciar que el contenido de la *Suma* de Sanct Climent resulta menos amplio que el de algunos de los libros de aritmética comercial publicados posteriormente durante el período mencionado, pues es claramente perceptible un claro progreso en este sentido.

8. De acuerdo con lo indicado más arriba, el contenido matemático de la *suma de la art de arismetica* -como el de los demás libros sobre la materia publicados hasta el fin del siglo- resulta claramente inferior al de la *Summa* de Luca Pacioli, que constituye la compilación más importante de los saberes matemáticos desde la redacción del *Liber abaci* de Leonardo Fibonacci, llamado el Pisano.

9. Por otra parte, a diferencia de la *Suma* pacioliana, la *Suma* de Francesch Sanct Climent no contiene ninguna referencia a la contabilidad de los mercaderes. De hecho, parece que la *Summa* de Luca Pacioli, publicada en Venecia el año 1494, fue la primera obra de matemáticas que incluyó entre sus páginas un capítulo relativo a la contabilidad, iniciativa que tuvo luego abundantes imitadores.

10. Las técnicas con las que Sanct Climent se enfrenta a los principales problemas matemáticos que debían resolver los mercaderes son las propias de la época. De esta manera, la tabla de multiplicar se ofrece en la habitual forma abreviada y la división adopta la modalidad de galera. Aunque se conocen y utilizan los conceptos de máximo común divisor y mínimo común múltiplo, no se les da nombre ni se explica su determinación a través de la descomposición de los números en sus factores primos. Por otra parte, el concepto de fracción decimal es totalmente desconocido. Recordaremos, a estos efectos, que el primer atisbo de este concepto se encuentra en el libro en provenzal de Frances Pellos, *La art de arithmetica*, que usa el punto decimal para indicar la división por un múltiplo de 10, aunque luego en el cociente emplee la forma quebrada.

11. En lo concerniente a las materias comerciales y económicas involucradas, las cuestiones relativas a interés son abordadas con claridad, aunque de forma simple y poco desarrollada. En cambio, no se habla en absoluto de letras de cambio o giros. Los temas sobre los que más insiste el autor son los relativos a las compañías, a las baratas y, sobre todo, a las monedas: valor, conversión de unas en otras, aligación, ley, precio del marco oro en la ceca de Barcelona, etc. De esta manera, la mayor parte de los problemas propuestos por Sanct Climent atañen a cuestiones de conversión de monedas. Recordaremos a este respecto, que el último curso desarrollado en la escuela de ábaco de Ghaligaio, en Florencia, se consagraba precisamente a cuestiones relacionadas con el sistema monetario florentino.

12. Por otra parte, la *Suma* de Sanct Climent proporciona también interesante información adicional desde un punto de vista económico y comercial, conteniendo datos sobre pesas y medidas, formas de operar y condiciones de las baratas e, incluso, sobre las mercancías comercializadas y sus precios, aunque en este aspecto la obra no es especialmente rica. Los datos sobre tipos de interés y beneficios obtenidos por las compañías no parecen muy reales.

13. En todo este contexto, la información facilitada se refiere más al entorno mediterráneo y de los demás reinos de la Corona de Aragón, que a Castilla y resto de los territorios españoles. Tal circunstancia está en consonancia con la zona en que Cataluña desarrollaba primordialmente sus actividades comerciales.

14. Por otra parte, la *Suma* de Sanct Climent asume plenamente los rasgos distintivos de los tratados de aritmética mercantil de la época, en el sentido de que, sin hacer ninguna declaración expresa de principios, adopta con toda naturalidad los postulados de la incipiente mentalidad capitalista: ánimo de lucro, empleo racional de los medios apropiados para conseguir aquél y sentido de la medida y la cantidad. Esta idea del beneficio se asocia, en cualquier caso, y ello es muy importante, a la idea del riesgo que lleva aparejado cualquier actividad mercantil, riesgo que puede conducir a la aparición de pérdidas. Como dice Sanct Climent, las compañías mercantiles, del mismo modo "que se arriegan a perder, pueden ganar". Es más, "justamente, por esto se llaman compañías".

15. Como conclusión final, puede afirmarse que el libro de Sanct Climent resulta un buen exponente de los métodos de enseñanza de la aritmética comercial a finales del siglo XV. Prescindiendo de las disquisiciones teóricas que preocupaban a los sabios y matemáticos de la época, explica con gran claridad, y sencillez y espíritu práctico las nociones aritméticas que los futuros merca-

deres debían conocer para afrontar con éxito las actividades para cuyo desempeño se preparaban. Dentro del nivel elemental pretendido, el libro es sólido, está bien construido, resulta equilibrado, en función del grado de dificultad de cada materia y del nivel de dominio deseado para la misma, y no se pierde en digresiones ni alardes de erudición clásica o religiosa.

BIBLIOGRAFÍA

AGUILO Y FUSTER, Mariano (1927), *Catálogo de obras en lengua catalana impresas desde 1474 hasta 1860,* Madrid. En 1943 se publicó una segunda edición de esta obra.

ARRIGHI, Gino (1965-67), "Un 'programa' di didattica di matematica nella prima metà del Quattrocento (dal Codice 2186 della Biblioteca Riccardiana di Firenze)". *Atti e Memorie dell'"Accademia Petrarca di Lettere. Arti e Scienze di Arezzo,* nuova serie, Vol, 38, ppa 112-128.

BEUGHEM, Cornelius à (1688), *Incunabula typographiae,* Amsterdam, Joannes Wolters.

BOYER, Carl B. (1986), *Historia de la matemática,* Madrid, Alianza Editorial, S.A.

BUONCOMPAGNI, Baldassare (editor), *Buelletino di bibliografia e di storia delle scienze matematice e fisiche.*

BUONCOMPAGNI, Baldassare (1862-63), "Intorno ad un trattato di aritmetica stampato nel 1478", *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, vol.* XVI.

BUONCOMPAGNI, Baldassare (1876), "Intorno a un Trattato d'Aritmetica di Giovanni Widman di Eger", *Bulletino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche,* vol. IX.

CERBONI, Giuseppe (1889), *Elenco cronologico delle opere di Cumputisteria e Ragioneria venute alla luce in Italia dal 1202 sino al 1888,* Roma, Tipografía Nazionale di Reggiani e soci.

COPINGER, Walter Arthur (1895), *Supplement to Hain's Repertorium bibliographicum. Part I. Corrections and additons to the collations of works described or mentioned by Han,* Londres.

DAGOMARI, Paolo (Paolo dell'Abaco) (1964), *Trattato di aritmetica. A cura de Giovanni Arrighi,* Pisa.

DAVIS, Natalie Zemon (1960), "Sixteeth-Centuy French Arithmetics of the Business Life", *Journal of the History of Ideas,* vol. 21.

FIBONACCI, EL PISANO, Leonardo (1202), *Liber abaci* (manuscrito). Fue editado por Baldassare Buoncompagni, roma, 1857.

GARCIA CRAVIOTTO, Francisco (1989-1990), *Catálogo General de Incunables en Bibliotecas Españolas,* Madrid, Biblioteca Nacional, 2 vols.

GOLDTHWAITE, Richard A. (1972), "Schools and Teachers of Commercial Arithmetic in Renaissance Florence", *Journal of European Economic History*, No. 1, pp. 418-433.

Gran Enciclòpedia Catalana (1979), Barcelona.

HAEBLER, Conrado (1903-1917), *Bibliografía ibérica del siglo XV. Enumeración de todos los libros impresos en España y Portugal hasta el año de 1500, con notas críticas, 2 vols.*, La Haya y Leipzig.

HERNANDEZ-ESTEVE, Esteban (1981), *Contribución al estudio de la historiografía contable en España,* Madrid, Banco de España, Servicio de Estudios.

HERNANDEZ-ESTEVE, Esteban (1986), *Establecimiento de la partida doble en las cuentas centrales de la Real Hacienda de Castilla (1592).* Vol. I: *Pedro Luis de Torregrosa, primer contador del libro de caja,* Madrid, Banco de España, Servicio de Estudios.

HOFMANN, Joseph Ehrenfried (1960), *Historia de la matemática, 3 vols.* México.

HOOCK, Jochen y Pierre JEANNIN, editores (1991), *Ars Mercatoria: Handbücher und Traktate für den Gebrauch des Kaufmanns 1470-1820. Eine analytische Bibliographie,* Band 1, 1470-1600, Paderborn, Ferndinand Schöningh.

KARPINSKI, L. C. (1936), "The First Printed Arithmetic of Spain: Francesch Sanct Climent, Suma de la art de arismetica, Barcelona, 1482", *Osiris,* 1, pp. 411-420.

KLEBS, Arnold C. (1938), "Incunabula Scientifica et Medica", en *Osiris,* Vol. 4, pp. 1-359.

KLINE, Morris (1992), *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días,* Madrid.

LANE, Frederic C. (1967), "Manuali di mercatura e prontuari di informazione pratiche", Alfredo STUSSI (editor), *Zibaldone de Canal: manoscritto mercantile del secolo XIV,* Venecia.

Las Edades del Hombre. Libros y Documentos en la Iglesia de Castilla y León (1990), Burgos.

LOPEZ PIÑERO, José María (1979), *Ciencia y técnica en la sociedad española de los siglos XVI y XVII,* Barcelona.

MARTINEZ DE SOUSA, José (1992), *Pequeña historia del libro,* Barcelona.

MILLARES CARLO, Agustín (1993), *Introducción a la historia del libro y de las bibliotecas,* Madrid.

NARDUCCI, Enrico (1863), *Intorno a due edizioni della Summa de Arithmetica di Fra Luca Pacioli. Nota di...,* Roma, Tipografía delle Scienze Matematiche e Fisiche.

ORTEGA, Juan de (1512), *Suma de Arithmetica, Geometria, Pratica utilissima,* Barcelona.

POVEIANO, Maffeo (1582), *Il Facttore. Libro d'Arithmetica, et Geometria Prattiale,* Bérgamo.

REY PASTOR, Julio y José BABINI (1986), *Historia de la Matemática*, Barcelona, 2 vols.

RICCARDI, Pietro (1893), *Biblioteca matematica italiana dalla origine della stampa ai primi anni del secolo XIX*. 2 vols., Modena.

SANCT CLIMENT, Francesch (1482) , *Suma de la art de arismetica*, Barcelona, Pere Posa, Prevere.

SANTA CRUZ, Miguel Gerónimo (1594), *Libro de Arithmetica especulativa y pratica, intitulado, el Dorado Contador*, Madrid.

SARTON, George (1938), "The Scientific Literature transmited through the Incunabula. (an analysis and discussion illustrated with sixty facsimiles)", en *Osiris*, Vol. 5, pp. 41-245.

SARTON, George (1955), *The Appreciation of Ancient and Medieval Science During the Renaissance (1450-1600)*. Filadelfia, University of Pennsylvania Press.

SENCLIMENT, Francesch (1490), *Flors de virtut*, Lérida, Enrich Botell.

SFORTUNATI, Giovanni (1545), *Nuovo lume, libro di arithmetica*, Venezia.

SIMONETTI, C. (1992), "Catalogo degli scritti di Gino Arrighi sulla storia della scienza", *Contributi alla storia delle matematiche*, Modena, Accademia Nazionale di Scienze, Lettere e Arti.

SMITH, David Eugene (1908), *Rara Arithmetica. A Catalogue of the Arithmetics Written Before the Year MDCI with a Description of those in the Library of George Arthur Plimpton o New York by,.. of Teachers College Columbia University*, Boston y Londres.

SMITH, David Eugene (1924), "The First Printed Arithmetic (Treviso, 1478)", *Isis*, vol. 6.

SMITH, David Eugene (1926), "The First Great Commercial Arithmetic", *Isis*, vol. 8.

SWETZ, Frank J. (1987), *Capitalism and Arithmetic*, Open Court.

TAGLIENTE, Girolamo (1525), *Opera che insegna a fare ogni ragione de mercantia et a partegare le terre con arte giometrica*, Venecia.

TRENCHANT, Ian (1566), *L'Arithmetique de...*, Lyon.

TUCCI, Ugo (1994), "Manuali d'aritmetica e mentalità mercantile tra Medioevo e Rinascimento", Marcello MORELLI y Marco TANGHERONI (editores), *Leonardo Fibonacci. Il tempo, le opere, l'eredità scientifica*. Pisa, Pacini Editore.

VANTALLOL, Joan (1985), *Practica mercantivol composta e ordenada per en ... de la ciutat de mallorques*, Lyon, Joan de la Place, 1521. Reproducción en facsímile, Palma de Mallorca.

VERNET, Juan (1975), *Historia de la ciencia espanola*, 1975.

VIANELLO, Vincezo (1895), "Antichi codici e libri di computisteria e di scrittura doppia", *Rivista di amministrazione e contabilità*, Como, mayo.

VINDEL, Francisco (1945-1952), *El arte tipográfico en España durante el siglo XV*, Madrid, 10 vols.

ANEXO

LIBROS DE ARITMETICA IMPRESOS HASTA EL 1500 INCLUSIVE

VINCENTIUS BELLOVACENSIS [Vicent de Beauvais] (1949 ?-1473), *Speculum Majus*, Estrasburgo, 10 vols. Este autor fue un teólogo francés, nacido en Beavais hacia 1190 y fallecido en 1264. Perteneció a la orden dominica; fue lector de la familia real y consejero de San Luis. La obra constituye la mayor enciclopedia medieval. En la segunda parte de la misma, se contiene un libro, el 16, donde se ofrece un breve tratado del algoritmo. Se conocen otras tres ediciones de esta obra, incompletas.

ISIDORO DE SEVILLA (1472), *Incipit epistola Isidori...*, *Augsburg*, 129 folios numerados más 4 sin numerar. Según parece, el autor nació en las cercanías de Cartagena, entre 560 y 570, y murió en Sevilla el 4 de abril de 636. Fue uno de los hombres más sabios de su tiempo, obispo de Sevilla, escribió sobre teología, filosofía y temas de cultura general de comienzos de la Edad Media. Fue el primer autor cristiano que trató de recoger en una *Summa* todos los conocimientos humanos. Producto de esos esfuerzos fue la obra que se indica, titulada *Etimologías u Orígenes*. En ella se trata brevemente de la aritmética, en 5 folios del libro 3. Dada su brevedad no se considerado el primer texto impreso de aritmética. Es un tratado teórico, que sigue enteramente las pautas medievales. Se conocen 5 ediciones incunables de esta obra.

ROBERTUS VALTURIUS DE RIMINI (1472), *De re militari*, Verona. El autor fue un conocido escritor militar y táctico italiano, que nació en Rimini en fecha incierta y murió en la misma ciudad el año 1483. Fue consejero de Segismundo Mulatesta. En la Biblioteca de Módena se conserva un bello manuscrito de la obra citada. En el libro 2 de ella se trata "de arithmetica & militari geometria". Se conocen 6 ediciones.

ANONIMO (1475), *Algorithmus*, Trento. Obra escrita en alemán.

ANONIMO (1476), *Algorithmus*, Venecia. Obra escrita en italiano.

ANONIMO (1478), *Incomincia una practica molto bona et utile... chiamata vulgarmente larte de labbacho*, Treviso, 32 folios sin numerar. Es el primer libro impreso de aritmética comercial. Está escrito en italiano. Muy famoso. Baldassare Buoncompagni escribió un buen artículo sobre él, publicado en la revista *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei*, Roma, 1862-1863, tomo XVI. Posteriormente, se ocupó de él David E. Smith, "The First Printed Arithmetic (Treviso, 1478)", *Isis*, vol. 6, año 1924. Más recientemente, Frank J. Swetz ha publicado un libro, *Capitalism and Arithmetic*, Open Court, 1987, que contiene una traducción al inglés de esta obra, junto con un amplio estudio dedicado sobre todo a las técnicas matemáticas.

ALBERTO DE SAJONIA (c. 1478), *Eccellentissimi magistri alberti de saxonia tractatus pportionum...*, Venecia, 9 folios sin numerar, nacido en 1330, el autor enseño en la

Universidad de París. Posteriormente fue Rector de la Universidad de Viena el año 1365 y obispo de Halbberstadt desde 1366 a 1390. La fecha de publicación de la obra es incierta. Trata de las proporciones. Es puramente teórica y sigue a Boecio.

ANONIMO (1490), *The Mirrour of the World or Thymage of the same*, Londres. El capítulo 10 se titula: "And after of Arsmetrike and whereof it proceedeth" y constituye posiblemente el primer texto inglés impreso sobre la materia. Se conocen otras dos ediciones.

RICHARD SWINESHEAD [Suiseted] (1480), *Opus aureum calculationum per Johanem de Cipro emendatum et explicit*, Padua. El autor fue un físico y matemático del siglo XIV, adherido al nominalismo de Ockham. Se conocen seis ediciones posteriores de la obra. David E. Smith dice que vio una edición de esta obra, sin año, atribuida a 1477.

ANONIMO (c. 1482), *Ars numerandi*, Colonia. Smith cree que este texto se imprimió c. 1485 y que se conocen de él otras dos ediciones, una de París, en 1490, y otra de Florencia, en 1491. Estrictamente hablando este libro no puede considerarse un texto de aritmética, sino un tratado sobre usos gramaticales aplicados a los números. Una parte considerable del texto se ocupa de la distinción entre ordinales y cardinales.

EUCLIDES (1482), *Die Sechs Erste Bücher Euclidis, Basilea*, 14 páginas sin numerar, mas 185 numeradas. Obviamente no debe confundirse el geómetra Euclides de Alejandría con el filósofo Euclides de Megara, discípulo de Sócrates. De acuerdo con los estudiosos árabes, que fueron quienes recogieron su obra y luego la transmitieron a Occidente, Euclides el geómetra nació en Tiro de padres y abuelos griegos. Vivió en Damasco y después en Alejandría entre los años 315 y 225 antes de Jesucristo. Deseando Tolomeo I, rey de Alejandría, instruirse en geometría, encargó a Euclides que refundiese las obras de sus antecesores, entre los que se encontraba Apolonio. Como consecuencia de este encargo escribió sus famosos *Elementos*, que contribuyeron decisivamente a configurar la geometría plana tal como se la conoce todavía hoy. El libro contiene la primera mitad de la obra de Euclides. Sin embargo, los historiadores de la matemática griega no prestan gran crédito a los asertos de los historiadores árabes. Comentan que Euclides era partidario de la escuela de Platón y que de acuerdo con ello plasmó las ideas platónicas construyendo los cuerpos regulares que se ofrecen al final de los *Elementos* de geometría. En esta edición alemana, el editor consideró conveniente incluir un texto de Euclides, el libro II, que trata de aritmética.

SANCT CLIMENT, Francesch (1482), *Suma de la art de arismetica*, Barcelona, 136 folios sin numerar. Es el primer libro de matemáticas impreso en España, perteneciendo al género de aritméticas comerciales. Está escrito en catalán y parece que su autor era un maestro de aritmética que enseñaba en Barcelona. Louis C. Karpinski escribió un artículo sobre este libro: "The First Printed Arithmetic of Spain. Francesch Sanct Climent, Suma de la Art de Arismetica Barcelona, 1482". *Osiris*, vol. 2, año 1936.

WAGNER, Ulrich (1482), [*Rechenbuch des ... von Nürnberg*], Bamberg. Está escrito en alemán. Solamente quedan seis páginas del único ejemplar conservado. Hay una segunda edición de 1483, que por lo visto ha sido reimpresa.

SHERWOOD, John [Shirewode] (1482), *Ludus Arithmomachiae*, Roma. Obispo de Durham, fallecido en 1494. En esta obra se describe el juego aritmético denominado

Rithmimachia, que ha sido atribuido corrientemente a Faber Stapulensis, por haberlo incluido éste en el libro que editó en París el años 1490, conteniendo obras de Jordanus Nemorarius, Boecio y él mismo, del que se conocen diversas ediciones.

PROSDOCIMO DE BELDOMANDI y JOHANNES DE LIVERIUS (1483), *Prosdocimi de beldomandis algorismi tractatus...*, Padua, 44 folios sin numerar. Prosdocimo de Beldomandi nació en Padua entre 1370 y 1380, y murió en 1428. Estudió en la Universidad de Padua, donde luego enseñó. Escribió sobre aritmética, música y astronomía. Liverius fue un autor siciliano que escribió sobre astronomía y vivió aproximadamente entre 1300 y 1350. Esta obra es un buen ejemplo de textos de aritmética no comercial del siglo XIV. Sigue a Boecio y fue acabada en 1410. La parte dedicada a las fracciones se toma de Liverius. Hay una nueva edición, con título modificado, a cargo de Federico Delphino, impresa en Venecia el año 1540.

RAPHAEL FRANCISCUS (1484), *Verificatio Universalis in regulae Aristotelis de motu non recedens a comuni Mathematicorum doctrina*, Pisa. El autor era un filósofo florentino de la segunda parte del siglo XV. La obra tiene solamente 8 folios y trata brevemente de las proporciones, a duras penas puede ser considerada una obra de aritmética. Los ejemplos prácticos se refieren a problemas de Aristóteles. Se conoce otra edición.

BORGHI, Pietro (1484), *Qui comenza la nobel opera de arithmetica ne la qual se tracta tute cosse amercantia pertinente...*, Venecia, 2 folios sin numerar más 116 folios numerados. El autor fue un matemático italiano que murió en Venecia el año 1491. La obra constituye la segunda aritmética comercial italiana, después de la de Treviso. Está escrita en italiano y fue muy famosa en su tiempo. Se conocen 16 ediciones hasta 1577. David E. Smith escribió un artículo sobre él: "The First Great Commercial Arithmetic", *Isis*, vol. 8, año 1926.

NICOLAUS ORBELLIS [Nicolò de Orbelli] (1485), *Compendium considerationis matematice quo ad aritmeticam et geometria sunt necessari*, Bolonia. El autor fue un filósofo francés que nació en Anjou a finales del siglo XIV y murió en 1475. Perteneció a la orden franciscana y fue profesor de teología y filosofía en la Universidad de Angers. Se acreditó como comentarista de Aristóteles y se adhirió a las ideas de Duns Escoto, glosando los tratados de este filósofo. Una obra posterior de este autor, *Cursus librorum philosophie naturalis*, contiene algunas páginas sobre aritmética. Se conocen dos ediciones de esta obra posterior, ambas impresas en Basilea, los años 1494 y 1503.

ANIANO (?) (1486), *Computus manualis cum commento*, Lyon. Se conocen varias ediciones de esta obra publicada de forma anónima. Aparte de ellas, existe una edición publicada en Estrasburgo en 1488 conjuntamente con un escrito de Johannes Sacrobosco.

BOECIO, Anicio Manlio Severino (1488), *Arithmetica boetij*, Augsburgo, 44 folios sin numerar. El autor nació en Roma hacia el año 480 y murió el 25 de octubre del año 524. Fue senador romano, filósofo y el último de los grandes escritores latinos. Gozó de la confianza de Teodorico, el rey ostrogodo, quien le hizo jefe de la administración. Sin embargo, posteriormente, como consecuencia de una actuación suya en el Senado, perdió esta confianza y fue acusado por el rey de ponerse en contacto con Justino, emperador de Oriente, animándole a liberar Roma de la dominación ostrogoda. Como consecuencia de esta acusación fue encarcelado en Pavía y ejecutado sin formación de juicio. La obra se basa en las ideas del griego Nicómano (siglos I-II antes de Jesucristo) y se refiere sólo a la teoría de los números, aritmética, en contraste con la práctica de los números, logística, llamada más tarde algoritmo. Se conocen innumerables ediciones. La aritmética de Boecio influyó en todos los textos teóricos hasta finales de la Edad Media.

ANIANO y JOHANNES SACROBOSCO (1488), *Computus manualis magistri aniani metricus cum commento et algorismus*, Estrasburgo, 53 folios numerados más 2 sin numerar. Aniano fue un monje, poeta y astrónomo de origen egipcio, fallecido en 1488. Fue autor de una *Cronología* en la que, lo mismo que Pandono, fijó en 5.943 años el tiempo transcurrido desde la Creación hasta el nacimiento de Jesucristo. Sacrobosco [Holywood], por su parte, fue un matemático y astrónomo inglés que nació en Halifax, Yorkshire, muriendo en París en 1244 o 1256. Estudió en Oxford y enseñó en París. La obra citada se compone de dos partes, la llamada *Computus Manualis*, de Anianus, que fue publicada por primera vez, por separado, en Lyon en 1486, de forma anónima, y que trata de la aritmética de calendario eclesiástico, y luego la llamada *Algorismus* de Johannes Sacrobosco, publicada de forma independiente en Venecia el año 1501.

WIDMAN, Johannes [Mechinger] (?) (1488), *Algorithmus Linealis*, Leipzig. El autor nació en Eger, Bohemia, en torno a 1460. Estudió en Leipzig en 1480 y terminó el Bachillerato de Artes en 1482 y el de Medicina en 1485. En 1486 era Magister en Medicina. Poco después recibiría el Doctorado, pues en 1497 escribió un libro sobre medicina, en el que se titula Doctor. Dio lecciones de álgebra en Leipzig. La obra tiene en total 14 folios sin numerar. Se conocen varias ediciones más, por lo menos cuatro. Se atribuye a Widman y es el primer texto impreso que enseña a calcular con la ayuda de cuentas o fichas, o de un ábaco.

WIDMAN, Johannes [Mechinger] (1489), *Behende und hubsche Rechenung auff allen kauffmanschafft*, Leipzig, 1 folio sin numerar y 162 folios numerados. Es un libro de aritmética comercial, escrito en alemán, donde aparecen por primera vez los signos más y menos. Buoncompagni escribió un buen artículo sobre él, "Intorno a un Trattato d'Aritmetica di Giovanni Widman di Eger", *Bulletino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche*, vol. IX, año 1876. Fue el libro sobre esta materia más famoso de Alemania en su momento y se conocen de él cuatro ediciones más.

TORRE, Alonso de la (1489), *Vision delectable de la philosophia y artes liberales...*, Sevilla, 72 folios numerados. El autor era un sabio español, nacido en un pueblo de la diócesis de Burgos y fallecido en 1460. Estudió en la Universidad de Salamanca y compuso el libro al objeto de que fuera utilizado en la educación de Carlos de Viana, hijo de Don Juan, rey de Aragón, y de Doña Blanca. Se trata de una enciclopedia que ha pasado a la posteridad como estudio resumen de las ciencias en el siglo XV. La obra está escrita en español, y contiene capítulos dedicados a las diversas ciencias y artes. La aritmética es tratada en el capítulo IV, aunque el texto comprende sólo dos páginas de consideraciones teóricas. Se conoce una edición de Sevilla del año 1538.

CUSA, Nicolás de [Nicolaus Chrypffs o Krebs] (1489), *Opuscula theologica et mathematica, Estrasburgo?*, 163 folios sin numerar. Nacido en Kues del Mosela en 1401, murió en Todi, Umbria, el 11 de agosto de 1464. Fue obispo de Brescia, siendo nombrado cardenal en 1488. Escribió varias obras de matemáticas. Smith dice que la primera edición se imprimió hacia 1490, pero en la Biblioteca Colombina, de Sevilla, existe un ejemplar de 1489. La obra contiene varios discursos o tratados, como su nombre indica. Los tratados matemáticos contenidos en la obra se titulan: "Reparatio kalendarij", "De Apice theorie", "De mathematicis complementis" y "De mathematica perfectione". Los dos primeros revisten algún interés para la historia de la aritmética; los otros dos se refieren fundamentalmente a medias. Se conocen varias ediciones distintas y con distinto contenido de las obras de Nicolás de Cusa.

WIDMAN. Johann (?) (c. 1490), *Algorithmus Integrorum*, s. l. ni a. Atribuido a Widman. Wappleer (*Abhandlungen*, V, 158) piensa que aparte de este libro Widman escribió también el *Algorismus linealis* y el *Algorithmus Minutarum Phisicarum*. La obra tiene 12 folios, sin numerar. No contiene problemas y se apoya en Boecio.

ANONIMO, (c. 1490), *Arithmeticae Textus communis*, Leipzig. Editado por Norico.

PETRUS DE ALLIACO [d'Ailly] (1490), *Concordantia astronomie cum theologia*, Augsburgo, 1490, 56 folios sin numerar. El autor fue un prelado y teólogo francés nacido en Compiègne en 1350. Fue canciller de la Universidad de París, obispo de Cambray y cardenal, así como confesor del rey. Murió en Avignon el año 1420. La obra no es propiamente un libro de aritmética, sino de astronomía. Sin embargo, Smith lo incluye en su lista porque arroja mucha luz sobre el cómputo del calendario medieval.

JORDANUS NEMORARIUS, FABER STAPULENSIS y BOECIO (1490), *Arithmetica decem libris demonstrata...*, París. Jordanus Nemorarius (Jordanus de Saxonia) nació en Borgentreich, en la diócesis de Paderborn, y murió en 1236. Estudió en París y fue el matemático más grandes de su tiempo, exceptuando a Leonardo Fibonacci. Jacobus Faber Stapulensis (Jacques le Févre d'Estaples) nació en Estaples, junto a Amiens, en 1455 y murió en Nérac en 1536. Era sacerdote, vicario del obispo de Meaux, lector de filosofía en el Collège Leomoine, de París, y tutor de Carlos, el hijo de Francisco I. Escribió sobre filosofía, teología y matemáticas, La obra indicada consta de cuatro partes: la primera y mayor de ellas reproduce los diez libros sobre aritmética escritos por Jordanus Nemorarius, con los comentarios de Jacobus Faber Stapulensis. La obra de Jordanus es similar a la de Boecio y se preocupa de la teoría de los números. En particular, trata extensamente de la teoría griega de las proporciones, reelaborada durante la Edad Media. La segunda parte recoge los cuatro libros de Jacobus Faber Stapulensis sobre música. La tercera parte contiene el Epítome de Aritmética de Boecio. La cuarta, que abarca solamente cuatro páginas y media, describe el juego aritmético denominado Rithmimachia, debido posiblemente a John Shewood, obispo de Durham, fallecido en 1494, pero atribuido corrientemente a Faber Stapulensis gracias a este libro. Se conocen varias ediciones de esta obra.

ANONIMO (c. 1491), *Finis trium Algorismorum cum proportionum vel Mercatorum regula*, s. l ni a. Es una aritmética más bien teórica, al estilo de las de Muris, Peuerbach, Ciruelo y otros autores medievales y de comienzos del Renacimiento. Es uno de los primeros textos donde se identifica las proporciones con la regla de tres con la regla de los mercaderes, como se la llamaba frecuentemente: "De regula proportionum Sive aliter Regula Mercator um dicta". Se conocen varias ediciones.

CALANDRI, Filipo (1491), *Arithmetica*, Florencia, 104 folios sin numerar. El autor era un matemático florentino del siglo XV, del que se sabe que murió probablemente en 1491. El libro va destinado a los comerciantes. Está escrito en italiano. Contiene numerosos problemas. Dice Smith que es la primera aritmética italiana impresa con ilustraciones. Se conoce otra edición.

PELLOS, Frances (1492), *La art de arithmeticha et semblantment de ieumetria dich ho nominatus Comprendion de lo abaco*, Turín, 80 folios numerados. Es una aritmética comercial, escrita en provenzal. Usa el punto decimal por primera vez, para indicar la división por un múltiplo de 10. Así, para dividir 425 por 70, Pellos dividiría 42.5 por 7, pero el resultado lo indicaría 6 5/70. Según Smith, la única descripción buena del libro la ha dado Bouncompagni en las *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei*, Roma, vol. XVI, año 1883.

PEUERBACH, Georg von (1492), *Elementa Arithmetices Algorithmus de numeris integris*, s. l., 39 folios sin numerar. Nacido en Peuerbach, Austria, en 30 de mayo de 1423, murió en Viena, el 8 de abril de 1461. Estudió con Nicolás de Cusa y con Johann von Gmünden. Fue profesor de matemáticas en Viena, donde Johannes Müller, de Königsberg, conocido como Regiomontano, fue alumno suyo. Su interés se centró en la astronomía. Fue un gran matemático y esta obrita, elemental y de índole teórica, la escribiría con destino a sus alumnos que no tuvieran la preparación suficiente para seguir sus clases de astronomía. Se conocen otras ediciones, así como obras con ligeras variantes que incorporan elementos de las anteriores.

PACIOLI, Luca (1494), *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita*, Venecia, 8 folios sin numerar, más 224 y 76 folios numerados. Smith transcribe íntegramente el colofón de la parte de aritmética, dando cuenta de las diferencias de fecha de terminación de la impresión, sin hacer comentarios al respecto. Para Smith, la Summa es "the first great work on mathematic printed, includes treatises on arithmetic, algebra, and geometry, each being considered from a somewhat scientific rather than practical standpoint". Son interesantes sus juicios sobre la obra de Pacioli.

ANONIMO (1495), *Algorithmus linealis*, Leipzig. Se conocen varias ediciones de esta obra, que se ha pensado que podría ser debida a Johann Widman.

ANONIMO (1495), *Algorithmus integrorum*, Leipzig. Se conocen dos ediciones de este texto, que asimismo se piensa que podría ser una edición de la atribuida a Johann Widman.

ANONIMO (1495), *Algorithmus minutiarum vulgarium*, Leipzig. Se cree que esta obra podía haber sido escrita por Johann Widman. Se cita otra edición de 1500, sin lugar ni año.

ANIMO (1495), *Algorithmus minutiarum physicarum*, Leipzig.

SANCHES CIRUELO, Pedro (1495), *Tractatus Arithmethice Practice qui dicitur Algorismus*, París. 14 folios sin numerar. Nacido en Daroca en torno a 1470, murió en Salamanca hacia 1550, siendo magistral de la catedral de dicha ciudad. Ciruelo fue no de los hombres más sabios de su tiempo. Fue profesor de filosofía en las Universidades de París y de Alcalá de Henares. Actuó como preceptor de Felipe II. El libro que indicamos es una obra elemental sobre operaciones con enteros, quebrados, etc. Dados sus conocimientos matemáticos, y al igual que Peuerbach, Ciruelo no daría ninguna importancia a esta obra suya sobre aritmética básica. Se conocen tres ediciones más.

BRADWARDINUS, Thomas (1495), *Arithmetica speculativa*, París, 6 folios sin numerar. Nacido en Hertfield, en la diócesis de Chichester en torno a 1290, murió en Lambeth el 26 de agosto de 1349, siendo arzobispo de Canterbury. Anteriormente había sido canciller de la catedral de San Pablo, en Londres, así como confesor del rey Eduardo III. Por su sabiduría fue llamdo "Doctor profundus". Fue profesor de teología en la Universidad de Oxford y escribió varias obras sobre matemáticas. Es uno de los primeros matemáticos ingleses después de Beda y Alcuino. Su enfoque aritmético sigue a Boecio y se refiere a la teoría de los números.

HERODIANO (1495), *De notis Graecorum Arithmeticis Graece*. Venecia. Se da noticia de ésta obra, aunque difícilmente puede ser considerada un texto de aritmética.

LILLIUS, Z. (1496), *De origine et laudius scientiarum*, Florencia. Enciclopedia al estilo de la época, contiene una página sobre aritmética.

ANONIMO (c. 1496), *De arte numerandi compendium perutile incipit feliciter...*, Paris.

ANONIMO (1498), *Enchiridion sive tractatus de numeris integris, fractis...* s. l. Se conoce otra edición, tal vez la misma, del año 1499, impresa en Deventer.

MARTIANUS MINEUS FELIX CAPELLA (1499), *Opus*, Vincenza, 100 folios sin numerar. El autor fue un enciclopedista de origen africano que vivió hacia el año 475. Nacido probablemente en Cartago, pasó a vivir en Roma. La obra, llamada también *Satyricon*, adopta la forma de enciclopedia, conteniendo varios libros sobre filosofía, gramática, dialéctica, retórica, astronomía, geometría, música, etc. La aritmética es tratada en el libro séptimo, recogiendo la teoría griega sobre la materia. Fue una obra muy estimada en la Edad Media como libro de texto. Se conocen numerosas ediciones.

JORGE DE HUNGRIA (1499), *Arithmetica summa tripartita*, Schoonhoven.

LIGHT, Balthasar (1500), *Algorithmus linealis*, Leipzig, s.a., 15 folios sin numerar. Es un breve tratado del cálculo con ábaco. Se ha pensado que podría ser una edición posterior del libro de autor anónimo y del mismo título atribuido a Widman.

ANONIMO (1500) *Algorithmus novus de integris*. Colonia. Se citan otras dos ediciones del mismo lugar y año.

ANONIMO (c. 1500) *Ars numerandi*, s. l. ni a.

ANONIMO (c. 1500), *De arte numerandi sive arismetice (perfectionis) summa quadripartita*, s.l. ni a.