

## Competencias del siglo XXI y su relación con el currículo colombiano de matemáticas

Walter F. Castro G\*

Valeria Lebrun-Llano\*\*

Alexander Castrillón-Yepes\*\*\*

\*Universidad de Antioquia,  
Medellín, Colombia,  
walter.castro@udea.edu.co  
<https://orcid.org/0000-0002-7890-681X>

\*\*Universidad de Antioquia,  
Medellín, Colombia,  
valeria.lebrun@udea.edu.co  
<https://orcid.org/0000-0003-2674-7260>

\*\*\*Universidad de Antioquia,  
Medellín, Colombia,  
alexander.castrillon@udea.edu.c  
o  
<https://orcid.org/0000-0002-4055-9613>

### Cómo citar este artículo:

Castro, W.F., Lebrun-Llano, V. y Castrillón-Yepes, A. (2023). Competencias del siglo XXI y su relación con el currículo colombiano de matemáticas. *Cuadernos Pedagógicos*, 25 (36), pp.1-21.  
<https://revistas.udea.edu.co/index.php/cp/article/view/354327>

### Resumen

Este artículo trata sobre las competencias para el siglo XXI basadas en un mapeo de literatura y explora su vínculo con el currículo escolar colombiano. Particularmente se propone enumerar algunas de las competencias identificadas en diversos documentos, así como las posibilidades del currículo colombiano para asumir, adecuar e implantar tales competencias. El método usado combinó un mapeo de literatura con investigaciones complementarias sobre el currículo nacional y las competencias ciudadanas y docentes. Como resultados de este mapeo, se discuten las oportunidades de adecuación para este currículo, así como las características que la investigación ha reconocido como necesarias para un currículo escolar en el siglo XXI.

### Palabras Clave

Competencias del siglo XXI, currículo de matemáticas, conocimiento del profesor de matemáticas.

## 21st Century Competencies and their Relationship with the Colombian Mathematics Curriculum

### Abstract

This article deals with 21st century competences based on a literature mapping and explores their link with the Colombian school curriculum. Especially, it proposes to list some of the competencies identified in various documents, as well as the possibilities of the Colombian curriculum to assume, adapt and implement such competencies. The methodology combined a literature mapping with complementary research on the national curriculum and citizen and teacher competencies. As results of this mapping, the opportunities for adaptation of this curriculum are discussed, as well as the characteristics that research has recognized as necessary for a school curriculum in the 21st century.

### Keywords

21st century competences, mathematics curriculum, mathematics teacher knowledge.

## 1. Introducción

En los últimos años, el desarrollo logrado tanto por las ciencias sociales como naturales ha transformado los procesos culturales y económicos de la sociedad actual, al punto que diversos autores refieren el nacimiento de la ‘Cuarta Revolución Industrial’ (Schwab, 2016). Las características de esta nueva era del desarrollo cultural y económico plantean retos para los sistemas educativos de todo el mundo, uno de los cuales está relacionado tanto con la preparación de los ciudadanos para asumir los cambios de la sociedad como con el desarrollo de habilidades y competencias necesarias ante tales cambios (Erstad y Voogt, 2018).

El desarrollo de las competencias acordes con los cambios exige crear oportunidades a los ciudadanos y esto es una responsabilidad del sistema educativo. La integración de las competencias del siglo XXI ha comenzado a ser parte de la agenda de algunas organizaciones como la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) y la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (Unesco). Algunos países como Australia, Finlandia y Singapur han avanzado en la determinación de las características de formación de los ciudadanos activos del siglo XXI. Theodoropoulou et al. (2021) reportan que algunos de los principios coincidentes en los currículos de estos países se refieren a una economía y un mercado global, al desarrollo de nuevas tecnologías y al potencial del aprendizaje a largo plazo. Aun así, todavía no es claro cómo debe construirse o ajustarse el currículo escolar que considere la naturaleza curricular interdisciplinaria y una revisión sistemática de los métodos de enseñanza y evaluación frente a los cambios que supone la Cuarta Revolución Industrial (González-Salamanca et al., 2020).

En el caso de Colombia, no se ha planteado investigaciones que aborden la identificación, la adecuación y la implantación de propuestas curriculares en las que se reconozcan los retos y las características que plantea esta Cuarta Revolución Industrial al sistema educativo. El presente artículo enumera algunas de las competencias identificadas en diversos documentos, así como las posibilidades del currículo colombiano, a partir de los lineamientos y orientaciones expedidas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), para asumir, adecuar e implantar tales competencias.

## 2. Currículo de matemáticas y tendencias curriculares

La palabra currículo refiere a ‘camino de formación’, con lo cual el currículo de matemáticas se aprecia como lineamientos para la enseñanza y el aprendizaje tanto de contenido como del desarrollo de competencias mediante el diseño de experiencias (Schmidt et al., 1997). A lo largo de la historia, las propuestas curriculares de matemáticas han cambiado en atención a los retos impuestos por los cambios sociales, culturales y tecnológicos. La historia de las matemáticas y su simbiosis con el desarrollo de las sociedades se reconoce en algunos estudios históricos (Bell, 1996), con lo cual no se duda de la importancia de su enseñanza y se pregunta ¿qué y a quién

debe ser enseñado?, para promover el desarrollo de competencias por parte de los ciudadanos, que les permita tanto asumir su rol en la sociedad como apreciar el papel, el lugar y el poder de las matemáticas como instrumento de gestión cultural.

En correspondencia con la importancia de las matemáticas, el currículo ha recibido atención en diferentes países y por parte de diferentes instituciones (Mathematical Association, 1976; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989). El NCTM (1989), Li y Kulm (2009), Schmidt et al. (1997) y Senk y Thompson (2003) sugieren competencias, actividades y procesos de aula que se identifican para promover la Educación Matemática en términos de la resolución de problemas. En el caso de Colombia, el currículo de matemáticas plantea propuestas para lograr un impacto amplio, duradero y efectivo en la educación de la población. Es decir, estas iniciativas proponen ‘competencias matemáticas’ que los estudiantes deben exhibir y que la escuela debe desarrollar.

Diversos estudios internacionales como PISA y TIMMS plantean estudiar las competencias matemáticas de los estudiantes y examinan los materiales curriculares y los procesos específicos de la transformación curricular versus el aprendizaje de los estudiantes (Schmidt et al., 1997; 2001). Los resultados del TIMSS ilustran la importancia de examinar el currículo matemático en la educación escolar (Schmidt et al., 2001), infortunadamente, Colombia no participa de manera sostenida de estas pruebas.

A pesar de lo anterior, en Colombia se realizan periódicamente las pruebas nacionales “SABER”, las cuales informan también sobre la importancia de estudiar el currículo de matemáticas, su enseñanza y las competencias que se proponen y las que alcanzan los estudiantes (Gómez et al., 2014). En estas pruebas, se evalúa el saber hacer en el contexto y a las formas de proceder asociadas al uso de los conceptos y las estructuras matemáticas. Tanto SABER como las pruebas internacionales PISA valoran el contenido matemático en una visión funcional del currículo (Rico y Lupiáñez, 2008). PISA (2015) plantea la alfabetización matemática como la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar en diferentes contextos las matemáticas. Estos procesos requieren uso de competencias de comunicación; representación; diseño de estrategias; matematización; razonamiento y argumentación; utilización de lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas; y la utilización de herramientas matemáticas.

A pesar del reconocimiento de dichas competencias y de que las pruebas en Colombia y otros países muestran la necesidad de revisar el currículo de matemáticas, no existen estudios nacionales que revisen la propuesta curricular actual y que la contrasten con la propuesta de competencias requeridas para el siglo XXI. El profesor es protagonista en la propuesta de inclusión, modificación e implantación de actividades que promuevan el desarrollo de competencias estudiantiles; pero la participación docente requiere de conocimientos para lograr la inclusión e implantación de propuestas curriculares; con lo cual se requiere adoptar un modelo del conocimiento docente. Este documento propone una vía de relación entre currículo y competencias y argumenta que se debe incluir un modelo de

conocimientos y competencias docentes, dado que son los profesores los profesionales que deben conectar la propuesta curricular de educación para las matemáticas y la propuesta de competencias que los ciudadanos deben desarrollar.

### 3. Cuarta Revolución Industrial y competencias del siglo XXI

La Cuarta Revolución Industrial, conocida como “Industria 4.0”, surgió en países occidentales en 2011 como una iniciativa destinada a aumentar la competitividad de la industria de procesamiento (Lu et al., 2016). Los científicos propusieron la integración industrial entre procesos denominados sistemas físicos cibernéticos y procesos automatizados conectados vía Internet. El concepto “Industria 4.0” fue desarrollado por el Ministerio de Ciencia y Educación de Alemania. En 2012, el gobierno publicó una estrategia de desarrollo industrial, denominada “Plataforma Industria 4.0”. Este término se basa en el concepto “Internet de las cosas” que considera que cada objeto físico o “cosa” está equipada con tecnología digital incorporada que permite la comunicación e interacción con otros objetos y con seres humanos. Por ejemplo, los vehículos podrían estar conectados entre sí, de tal suerte que los sistemas instalados impedirían colisiones, atascos, robos de vehículos, o conectar el vehículo con un taller móvil que atendería las necesidades de mantenimiento. La Tabla 1 muestra los parámetros básicos de las tres revoluciones industriales anteriores junto con los de la Cuarta.

**Tabla 1**

*La esencia y los parámetros clave de la Cuarta Revolución Industrial y las tres anteriores*

PARÁMETROS	REVOLUCIONES INDUSTRIALES			
	Primera	Segunda	Tercera	Cuarta
Marco temporal	Siglo XVIII y principios del siglo XIX	Finales del siglo XIX y principios del siglo XX	Segunda mitad del siglo XX	Siglo XXI
Innovaciones industriales acumuladas	Producción de hierro fundido, motor a vapor e industria textil.	Producción de un acero de alta calidad, distribución de vías férreas, electricidad y sustancias químicas	Fuentes renovables de energía, tecnologías digitales y organización en red de procesos de negocio	Internet de las cosas, <i>robotronics</i>
Tipo de modalidad tecnológica	Producción industrial	Producción en serie	Producción global sobre la base de tecnologías digitales	Producción completamente automatizada
Nueva infraestructura requerida	Equipo industrial	Equipo de transporte ferroviario	Equipo digital, infraestructura global	Internet de alta velocidad, equipo robotizado
Esencia de las transformaciones sistemáticas en la industria	Formación de la producción industrial	Formación de la producción en serie	Formación de la producción global sobre la base de	Formación de la producción completamente automatizada

Cambios eficientes en la logística	Transporte a vapor	Transporte ferroviario	tecnologías digitales Edificaciones que generan energía eléctrica, y medios de transporte eléctricos, híbridos, entre otros.	Exoesqueleto mecánico, manipuladores, <i>robotronics</i>
Cambios eficientes en los productos	Productos de hierro fundido	Productos de acero	Productos informáticos	Nueva construcción de materiales

*Nota.* Tomado de Popkova et al. (2019). Traducción de los autores.

Bär (2022) referencia que en la literatura es posible encontrar dos marcos iniciales a partir de los cuales se fundamentó la iniciativa de la Industria 4.0: las relaciones con los altos desarrollos tecnológicos y las oportunidades laborales en el sector. Sin embargo, también se ha gestado un tercer marco que reconoce las crisis actuales, así como la necesidad de reaccionar ante el cambio climático y sostener un compromiso social. Este último no se manifiesta en contravía a los importantes avances digitales. Por el contrario, son las nuevas oportunidades que dichos avances generan el punto de partida para considerar las opciones de cambio e impacto en las esferas ambientales y sociales. La comprensión de la Cuarta Revolución Industrial supone, más que el reconocimiento de una evolución digital, la reconfiguración de las relaciones humanas en las que intervienen las máquinas con procesos automatizados, la web 2.0, el internet de las cosas, los dispositivos electrónicos, entre otros. Incluso, conlleva a indagar por las interacciones entre los mismos dispositivos.

De manera paralela y a partir de preguntas sobre el papel de las ciencias humanas en los cambios culturales y económicos, se proponen investigaciones sobre las competencias que favorecen comprender la complejidad de las interacciones que emergen en las revoluciones. Además, se espera establecer una correspondencia con los avances digitales y las dimensiones ética y formativa, para que los sujetos puedan tomar decisiones de manera informada en su ejercicio ciudadano.

La literatura reporta que se han retomado conceptos como las habilidades de pensamiento de orden superior (HOTS, por sus siglas en inglés), que incluyen el pensamiento crítico, lógico, reflexivo, metacognitivo y creativo. Se utilizan cuando las personas se encuentran con problemas desconocidos, incertidumbres, preguntas o dilemas (King et al., 1998). Así mismo, se han realizado propuestas que buscan incluir las competencias necesarias como las 4C: *critical thinking and problem solving, communication, coloboration, creativity e innovation* (Theodoropoulou et al., 2021).

En un mapeo de literatura se indagó sobre las categorizaciones, marcos conceptuales y estrategias para desarrollar las competencias del siglo XXI. Los adelantos conceptuales propuestos de manera paralela por organizaciones educativas y por la comunidad académica han permitido identificar un consenso para resaltar

competencias como la comunicación (tanto en el ámbito social, como en el digital), la colaboración, la resolución de problemas y el pensamiento crítico (North Central Regional Educational Laboratory [NCREL] y Metiri Group, 2003; Yengin, 2014; Chalkiadaki 2018). Sin embargo, a pesar de presentar un conjunto similar de competencias, se identifican modelos de competencias que usan diferentes acepciones del término, por lo que resulta posible encontrar formas variadas de categorización.

Algunos de los marcos conceptuales más utilizados en la literatura han sido *Partnership for 21st Century Skills (P21, 2019)*, *EnGauge 21st Century Skills* (NCREL y Mentiri group, 2003) y *Assessment and Teaching of 21st Century Skills (ATCS)* (Voogt y Roblin, 2012). En la Figura 1 se proponen los vínculos entre una clasificación realizada por Partnership for 21st Century Skills (P21, 2019), que representa los recuadros punteados, y una categorización formulada por Chalkiadaki (2018), que separa en cuatro dimensiones las competencias (personales, sociales, digitales y asociadas a la información y al conocimiento).

P21 es un marco conceptual ampliamente empleado, por lo que ha sido objeto de interpretaciones y transformaciones tanto en la literatura como en currículos de diferentes países (Afandi et al., 2019). A diferencia de otras propuestas conceptuales, el P21 se diseñó con un enfoque educativo, es decir, a partir de la integración de sus diferentes componentes, se buscó dar solución a la necesidad de unificar una visión del aprendizaje para el siglo XXI en los Estados Unidos. Se elaboró una propuesta que considera tres componentes: *la vida profesional y laboral, el aprendizaje y la innovación y la alfabetización informática*.

El logro de este objetivo implicó la creación de estándares de competencias, un currículo y un sistema de soporte para los docentes e instituciones educativas, con la perspectiva de educar a los estudiantes para la *vida profesional y laboral*. Así, se agruparon las competencias asociadas al aprendizaje y a la innovación como aquellas que favorecen educar para asumir los complejos ambientes propios de este siglo. En cuanto a la estructuración social que proporcionan las tecnologías digitales, promueven vías para acceder y sintetizar la información, como, por ejemplo, las oportunidades de colaboración con una magnitud sin precedentes. Por lo cual se considera que uno de los ejes de la propuesta, es la *alfabetización informática*.

La propuesta P21 (2019), aprender e innovar en el siglo XXI, supone la elaboración y evaluación de las ideas propias y de los demás; el análisis de las partes que comprenden los sistemas complejos; el uso de diferentes tipos de razonamiento; la comparación de la información; la revisión efectiva de evidencias y argumentos; las habilidades para el uso de diferentes formatos de divulgación de la información; al tiempo que se consideran las particularidades contextuales. Estos requerimientos conforman las competencias de creatividad e innovación, pensamiento crítico y resolución de problemas, la comunicación y la colaboración.

*El aprendizaje y la innovación se ubican en este modelo en el medio de las categorías asociadas a la vida y la profesión y aquellas relativas a la información y a la tecnología, ya que establecen vínculo entre la vida futura del estudiante y las condiciones culturales en las que se verá inmerso. Las competencias relativas a la información y la tecnología comparten componentes estructurantes con otras competencias, por ejemplo, en cuanto requieren de posturas críticas, del uso de las tecnologías digitales para generar diversas estrategias de comunicación y de la puesta en escena de la creatividad para el manejo de la información ante una situación problemática. De igual manera, existen similitudes entre las competencias que tienen lugar en la vida y la profesión con las enumeradas anteriormente.*

Por otra parte, Chalkiadaki (2018) reconoce la reorientación permanente de prioridades en los sistemas educativos, de acuerdo con las necesidades. Además, identifica cuatro propósitos para la educación de los estudiantes: el económico, el cultural, el social y el personal. Sobre esta propuesta y a partir del reconocimiento de un contexto multicultural, la autora establece cuatro macro categorías necesarias para el desarrollo de una identidad responsable y una ciudadanía global: competencias personales, sociales, digitales y asociadas con la información y el conocimiento. A continuación, se presenta una breve descripción de cada una de las dimensiones que propone Chalkiadaki (2018):

- En la **dimensión personal** se destaca el lugar de la creatividad ya que, como reporta Chacón (2005), es una competencia asociada a los planos cognitivos y emocionales. Esta competencia se discute a menudo, junto con los conceptos de curiosidad e imaginación, mientras que también la asocian con el juego. Adicionalmente, se relaciona con la capacidad para innovar. Se incluye también en esta categoría la ‘solución de problemas’, que de manera particular requiere habilidades para el análisis y evaluación de datos, así como el reconocimiento de un sistema de creencias que posibilite lograr la autonomía de los sujetos, con capacidad para tomar decisiones.
- La **dimensión social** involucra una relación entre la comunicación y la colaboración. Se argumenta la necesidad de que los sujetos se comuniquen y trabajen desde una perspectiva comunitaria de manera efectiva u orgánica en ambientes heterogéneos. La competencia de comunicación resulta nuclear en consecuencia con el auge multicultural que se genera en medio de los procesos de globalización. Como formas de resistencia a la imposición de una cultura hegemónica, se requiere de una conciencia cultural a través de la cual se aprecie el valor de la diversidad.
- La **gestión de la información y el conocimiento** presenta unas particularidades determinantes en la diferenciación con las revoluciones sociales previas. El crecimiento en cuanto a la diversificación de formas para acceder a la producción de conocimiento genera a la vez nuevas posibilidades y exigencias de los ciudadanos de la Industria 4.0. Se caracteriza por estar asociada con estrategias de aprendizaje colaborativo, pero también con la creación y uso de estrategias de aprendizaje autónomo.
- La **alfabetización digital** puede ocupar en la investigación, según la autora, dos lugares: como un fin educativo en sí mismo o como una competencia que en

conjunto con otras determinan los conocimientos y las habilidades para la actuación de los sujetos en los contextos que configuran la Industria 4.0.

**Figura 1**  
Propuesta de categorización de las competencias del siglo XXI



*Nota.* Elaboración propia con base en Chalkiadaki (2018) y The Partnership for 21<sup>st</sup> Century Skills. [www.p21.org](http://www.p21.org).

La integración de ambas categorizaciones evidencia una coexistencia de cada una de las competencias en más de una dimensión. Como ejemplo, la comunicación se convierte en un componente regulador de las interacciones sociales, posibilita la solución de conflictos y al tiempo genera las condiciones para el intercambio de información mediado por los dispositivos digitales. De igual manera, la constitución de las categorías depende de las relaciones que se establecen entre las mismas competencias. Es decir, en el caso de la comunicación, su combinación con iniciativas de colaboración permite acercarse al horizonte de una comunidad como base de una sociedad mundial, tal como lo expuso Delors (1996) al aventurarse a determinar las condiciones educativas y sociales necesarias para los cambios que implicaba el nuevo siglo.

Las competencias asociadas al aprendizaje y a la innovación generan un vínculo entre la dimensión personal y la gestión del conocimiento, centradas en las preguntas por cuáles deben ser las competencias que se deben desarrollar, de tal forma que

favorezca la propuesta de soluciones a los problemas de las ciencias, la cultura, la economía, la disposición masiva de información, entre otros. Ante esto, se hace igualmente necesario generar posturas y actuaciones críticas, es decir, precaución al juzgar la validez y exhaustividad de la información (Bawden, 2002), un análisis profundo de las condiciones para garantizar la seguridad de las personas y la responsabilidad ética en la divulgación y uso de los medios digitales, así como el provecho de los avances informáticos para el fortalecimiento de procesos colaborativos de aprendizaje y comunitarios (Chalkiadaki, 2018; P21, 2019).

Estas últimas requisiciones formativas suelen estar asociadas con la alfabetización digital e informática que, en este caso, se presenta como una dimensión adicional debido al énfasis que suponen en las transformaciones sociales contemporáneas. Sin embargo, Chalkiadaki (2018) sugiere reconocer estas competencias como un componente transversal en el que todas las dimensiones deben hacerse partícipes. A pesar de que en la literatura se ha reportado una diferenciación en cuanto a los términos digital e informático, en lo referente al modelo de competencias elaborado se conciben en términos de la alfabetización necesaria para tramitar contenido multimedial, hasta el aumento en la concienciación de los sujetos ante la cantidad desbordante de información (Bawden, 2002).

La preocupación de la educación también se ha centrado en la apertura de la oferta laboral generada en el marco de la Industria 4.0, tanto en la motivación para la exploración de nuevas líneas profesionales, como en la formación de las competencias necesarias para su desarrollo. En este caso, se les ha otorgado gran relevancia a las competencias relativas al trabajo en conjunto, por lo que se hace indispensable el reconocimiento de la convergencia en la diversidad cultural, lo cual implica hacer parte de unos procesos que requieren cada vez de mayor adaptabilidad y flexibilidad.

Cabe destacar, por consiguiente, que no es posible ubicar en una sola categoría cada competencia, en cuanto cada una de ellas integra diferentes dimensiones y se definen en función de otras. Así, es importante reconocer que no basta con proponer una lista de competencias del siglo XXI, sino que se requiere tener puntos en común con las políticas educativas, con los planes institucionales y de estudios, con las características de los estudiantes, con la disponibilidad de instalaciones e infraestructura, con la preparación de los maestros y con la naturaleza propia de cada una de las disciplinas, entre otros (Afandi et al., 2019). Esto evidencia un grado de interrelación complejo y plantea diversas posibilidades de establecer relaciones hipotéticas que requieren de investigación para determinar su adecuación al currículo colombiano.

#### **4. Vínculos entre el currículo de matemáticas colombiano y las competencias del siglo XXI**

Durante los últimos años se ha presentado un creciente interés en la investigación, la práctica educativa y el desarrollo de la Educación Matemática en el término de competencia (Niss et al., 2016). Frente a este término, Niss et al. (2016) destacan que

en la investigación internacional conviven sentidos diversos. Algunas de estas tienden a centrarse en lo que podría denominarse como un sujeto ‘contenedor de productos matemáticos’; es decir, un conjunto de reglas, definiciones, conceptos, hechos, etc., que deben ser acumulados en la mente del ‘conocedor’. Otros sentidos se enfocan en lo que significa dedicarse a llevar a cabo diferentes tipos de procesos matemáticos. Los autores consideran que es necesario no reducir el dominio matemático a la posesión de conocimiento del contenido fáctico ni de habilidades procedimentales.

Si bien se logran identificar competencias para los ciudadanos, su desarrollo en el sistema educativo presupone la participación protagónica de los profesores cuyo trabajo debe estar orientado a la formación matemática de los estudiantes. La actividad de los estudiantes en matemáticas requiere que los conocimientos docentes se alineen con los objetivos, tanto instruccionales como de desarrollo de competencias para el siglo XXI. Esto supone ampliar el estudio de competencias e incluir un concepto de competencia profesional docente coherente con las propuestas de los documentos curriculares y con los requerimientos tecnológicos.

Diversos estudios muestran la relevancia de considerar la noción de competencia en una perspectiva integral, tomando cierta distancia de las posiciones cognitivistas que predominan en la investigación en Educación Matemática (Niss y Højgaard, 2019; Kunter et al., 2013). En este documento se entiende la competencia en la perspectiva de la acción competente, considerándola como el conjunto de conocimientos y disposiciones que permite el desempeño efectivo dentro de contextos profesionales típicos (Font, 2011; Pino-Fan et al., 2018). De manera aristotélica, se trata de una potencialidad que se actualiza en el desempeño de acciones efectivas. Las competencias se pueden reconocer tanto para los profesores como para los estudiantes. En este sentido, Pino-Fan et al. (2022) consideran que dos competencias clave del profesor de matemáticas son: la matemática y la de intervención y análisis didáctico.

El núcleo fundamental se refiere a “diseñar, aplicar y evaluar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de estado, para establecer ciclos de planificación, ejecución, evaluación y propuestas de mejora” (Breda et al., 2017, p. 1897). El diseño, la aplicación y la evaluación de secuencias de aprendizaje se deben hacer en consideración con diversas facetas de la dimensión didáctica: cognitiva, epistémica, mediacional, interaccional, ecológica y emotiva (Pino-Fan et al., 2015), además de un diseño instruccional y desarrollar niveles de análisis didáctico. La interfase entre los documentos curriculares y la propuesta de competencias para el siglo XXI refiere al profesor de matemáticas y al conocimiento didáctico-matemático que lo faculta para comprender la complejidad de la enseñanza orientada al desarrollo de competencias y para el diseño de configuraciones didácticas y epistémicas. La Figura 2 muestra los diversos factores que intervienen en una propuesta didáctica para lograr el desarrollo de competencias. Se ha utilizado el modelo de conocimiento didáctico-matemático (Pino-Fan et al., 2015) en tanto que es un modelo que ofrece no solo tipos de conocimiento docente, sino herramientas

para desarrollarlos, así como las competencias docentes requeridas (Pino-Fan et al., 2022).

Por su parte, los documentos curriculares de matemáticas expedidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en Colombia consideran las competencias matemáticas en función de las orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares. Estos documentos se agrupan en lineamientos de calidad y orientaciones curriculares. Los primeros refieren a los Lineamientos Curriculares Colombianos (MEN, 1998) y Los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006). Mientras que los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016) y las Mallas Curriculares (MEN, 2017) hacen parte de las orientaciones.

Los Estándares Básicos de Competencias del MEN (2006) asumen las competencias como “un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (p. 49). Se aprecia que la competencia matemática busca avanzar hacia una idea que enfatice la utilidad que tienen las matemáticas en las prácticas sociales cotidianas.

En estos términos, la acepción ‘ser matemáticamente competente’ presupone centrar la atención en la actividad matemática de los estudiantes y su disposición positiva para usar las matemáticas en variedad de situaciones en las que se requiere la toma de decisiones informadas (MEN, 1998; 2006). Se colige que ser matemáticamente competente no refiere a un aspecto epistémico, sino que refiere a la capacidad de reconocerlo, relacionarlo, organizarlo y utilizarlo, de forma eficiente y eficaz en resolución de problemas que requieran el tratamiento de la cantidad, de la forma, de la variación y de la información.

En la Figura 2 se aprecia la estructura curricular compleja y la versatilidad de la propuesta sobre ser matemáticamente competente del MEN. En ella se encuentran tres componentes que interactúan entre sí en la actividad matemática de los estudiantes: los procesos, los conocimientos y los contextos.

**Figura 2**

*Estructura curricular del área de Matemática en Colombia. Adaptado de MEN (1998)*



*Nota.* Tomado de UdeA y MEN (2016).

En Colombia, los conocimientos matemáticos se organizan a partir de cinco pensamientos y sus respectivos sistemas conceptuales y simbólicos. Para cada uno de ellos, el MEN determina unos estándares (MEN, 2006) que establecen lo que cada estudiante del sistema educativo colombiano debe 'saber' y 'saber hacer' para lograr la calidad esperada. Estos tipos de pensamiento se podrán desarrollar a partir de los procesos generales, los cuales se encuentran en toda actividad matemática y explicitan lo que es ser matemáticamente competente (MEN, 2006). Estos procesos son: i) formular y resolver problemas; ii) modelar procesos y fenómenos de la realidad; iii) comunicar; iv) razonar; v) formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Dichos procesos ofrecen flexibilidad curricular porque se puede establecer relaciones entre ellos, se desarrollan en diferentes tipos de pensamientos, sistemas y contextos, e involucran diversos conceptos y procedimientos matemáticos. Además, el MEN destaca que en otras áreas curriculares se pueden considerar procesos semejantes que asumen su especificidad según los obstáculos y contenidos disciplinares diversos (MEN, 2006).

Por esta razón, se considera que estos procesos ofrecen oportunidades para el desarrollo de las competencias del siglo XXI planteadas en la Figura 1; algunas ya han sido contempladas en los documentos curriculares de matemáticas en Colombia. Por ejemplo, el MEN (1998) plantea que el proceso de comunicación es requerido para asumir los retos del siglo XXI, pues implica expresar, comprender, interpretar y evaluar ideas, al tiempo que se construyen y vinculan varias representaciones y relaciones. Además, afirma que este proceso supone la producción y presentación de argumentos, hacer procesos de observación, formulación de conjeturas, formulación de preguntas, recopilación y evaluación de información. En ese sentido, la

comunicación es fundamental para el discurso matemático y es constitutiva de la comprensión de las mismas matemáticas (MEN, 1998; 2006). Schwab (2016) afirma que la comunicación y la colaboración son competencias del siglo XXI, además de informar, instruir, motivar y persuadir, también escuchar eficazmente, colaborar respetuosamente con otros, para el logro de objetivos comunes; todas ellas son pertinentes en educación.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) de Matemáticas (MEN, 2016) brindan algunos ejemplos que pueden reorientarse para promover tanto la comunicación como la colaboración en los procesos de aprendizaje. Por ejemplo, para grado cuarto se plantea la situación presentada en la Tabla 2.

**Tabla 2**

*DBA en el que se evidencia la competencia de comunicación*

Enunciado	Evidencias de aprendizaje	Ejemplo
Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas, para dar respuesta a una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.	Elabora encuestas sencillas para obtener la información pertinente para responder la pregunta. Construye tablas de doble entrada y gráficos de barras agrupadas, gráficos de líneas o pictogramas con escala. Lee e interpreta los datos representados en tablas de doble entrada, gráficos de barras agrupados, gráficos de línea o pictogramas con escala. Encuentra e interpreta la moda y el rango del conjunto de datos y describe el comportamiento de los datos para responder las preguntas planteadas.	La siguiente información fue recolectada en un hato lechero. Con dicha información elabora un informe, para enviarlo al dueño del hato, en el que se compara la producción de leche en horas de la mañana y en horas de la tarde, así como la variación de la producción por vaca



**Posibilidades:** En el ejemplo hay elementos relacionados con la comunicación como el uso de diferentes sistemas de representación y la solicitud de un informe, el cual promueve que los estudiantes puedan comunicar sus conclusiones sobre la situación. La apertura con la cual está propuesto el anterior DBA permite diferentes gestiones de la clase, a partir de las cuales los espacios colaborativos se consideran un elemento constitutivo del aprendizaje de los estudiantes. Para hacerlo, el profesor requiere tomar decisiones con base en su conocimiento didáctico-matemático y en coherencia con su contexto y los objetivos de clase.

La solución de problemas, ampliamente referenciada en los modelos de competencias del siglo XXI, se vincula con los planteamientos curriculares a partir del proceso de formulación, tratamiento y resolución de problemas. Para el MEN (1998), este proceso está presente en toda actividad matemática, incluso podría convertirse en el principal organizador del currículo. Para ellos, las situaciones problemáticas pueden provenir del mundo cotidiano, de otras ciencias y de las matemáticas. En ese sentido, este proceso permite la inmersión de la disciplina en la cultura y puede requerir de procesos interdisciplinarios que brinden las herramientas suficientes para atender a los retos cada vez más complejos que demanda una sociedad con rápidos desarrollos en ciencia y tecnología.

Estos son solo dos ejemplos de procesos que se articulan a la propuesta de competencias del siglo XXI y que ofrecen posibilidades para su desarrollo en el currículo de matemáticas en Colombia. Sin embargo, no son procesos aislados, sino que brindan posibilidades para establecer vínculos con los contextos (intramatemáticos, de la vida diaria y de otras ciencias) y los diferentes conocimientos matemáticos (conceptuales y procedimentales). Promueven una *conciencia cultural* (Chalkiadaki, 2018) en la que la educación en matemáticas conduce “al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos” (MEN, 1998, p. 15), pero también al respeto por la diversidad y a su aprovechamiento para la generación de nuevas ideas.

El currículo colombiano plantea que se debe promover la aplicación de los conocimientos matemáticos en y fuera del escenario escolar, en donde se requiere de la toma de decisiones, adaptarse a situaciones nuevas, expresar opiniones y ser receptivo ante los demás (MEN, 1998; 2006). Estas consideraciones son resaltadas por Partnership for 21st Century Skills (2019), en el cual se plantea que se requiere *flexibilidad y adaptabilidad*, competencias que pueden desarrollarse en tanto se promuevan ambientes de aprendizaje donde haya retroalimentación, cambio de estrategias, posibilidad de acomodarse a diferentes roles y contextos, así como la evaluación y negociación de significados para informar la toma de decisiones. Así, dichas competencias interactúan con otras como la comunicación, la solución de problemas y la *colaboración* en diferentes contextos; incluso, procesos específicos como la modelación, el razonamiento y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos requieren adaptabilidad y flexibilidad para resolver problemas.

Si bien los Lineamientos y Estándares de matemáticas en Colombia no consideran la *Creatividad* y el *Pensamiento Crítico* como competencias específicas para la formación ciudadana, sí ofrecen elementos para considerar su despliegue en las clases de matemáticas. En particular, para la *creatividad* se ofrece un contexto para orientar la evaluación educativa considerando *indicadores de comportamientos creativos* e *indicadores de respuestas creativas*. En los primeros se registran respuestas, preguntas o procedimientos no esperados, que denotan una actitud innovadora o de descubrimiento de relaciones matemáticas. Aparece como algo nuevo para el sujeto y se puede presentar en modo de descubrimiento o invención. Por su parte, las respuestas creativas aparecen cuando se plantean actividades o preguntas abiertas que orientan la acción. La resolución de problemas, el proceso de modelación, el aprendizaje basado en proyectos u otro tipo de iniciativas y recursos que brinden oportunidad para la creación de estrategias contribuyen al desarrollo de la creatividad. Este tipo de iniciativas suele desarrollarse en diferentes contextos y requiere de una actitud tanto crítica como flexible para usar las matemáticas en problemas que posiblemente se afronten en la vida real. En las aulas es necesario considerar ambientes donde el pensamiento crítico tome un papel protagónico, a partir de las preguntas, las reacciones y las reelaboraciones de ideas y preguntas hechas por profesores y estudiantes.

La autonomía se logra en la medida en que el pensamiento crítico, la libertad de opinión y la toma de decisiones entran a las clases de matemáticas para orientar las acciones y juicios de los estudiantes. Esta competencia implica disposición para aprender y es necesaria para desenvolverse en diferentes contextos sociales, culturales, económicos, académicos y laborales.

La participación y el despliegue en diferentes situaciones matemáticas promueven el desarrollo de la *productividad* entendida no solo como la finalización de tareas, sino también como el enfoque y la atención en su desarrollo. En especial, se espera que en el sistema educativo se promuevan acciones donde la responsabilidad y la productividad deriven en el desarrollo de proyectos, en la solución de problemas y en la participación activa en las diferentes estrategias y tareas matemáticas. Esta competencia supone habilidades para administrar el tiempo, desarrollar múltiples tareas, participar activamente y cooperar con equipos de trabajo.

El desarrollo de los diferentes pensamientos matemáticos propuestos por el MEN (1998) requiere acceder y manipular datos, incluso procesos como modelar y argumentar y razonar, tomar los datos para ejecutar procedimientos, tomar decisiones y construir ideas. El MEN (1998) plantea que responder a preguntas en contextos de otras disciplinas, como la física, puede ser una actividad con sentido si se realiza a partir de la recolección y el análisis de datos. Esto supone decidir el tipo y estructura de la información, los modos de producción, recolección, almacenamiento, organización, análisis, interpretación y validación. La prevalencia de los datos en las diferentes disciplinas y el acceso a gran cantidad de estos -Big Data-, generados en diversas actividades humanas, requiere asumir *la gestión del conocimiento y la información* como competencias del siglo XXI. Para Chalkiadaki (2018), el desarrollo de dichas competencias requiere acceder y manipular grandes cantidades de datos, incluso la construcción de conocimiento a partir de ellos y la ejecución de habilidades digitales.

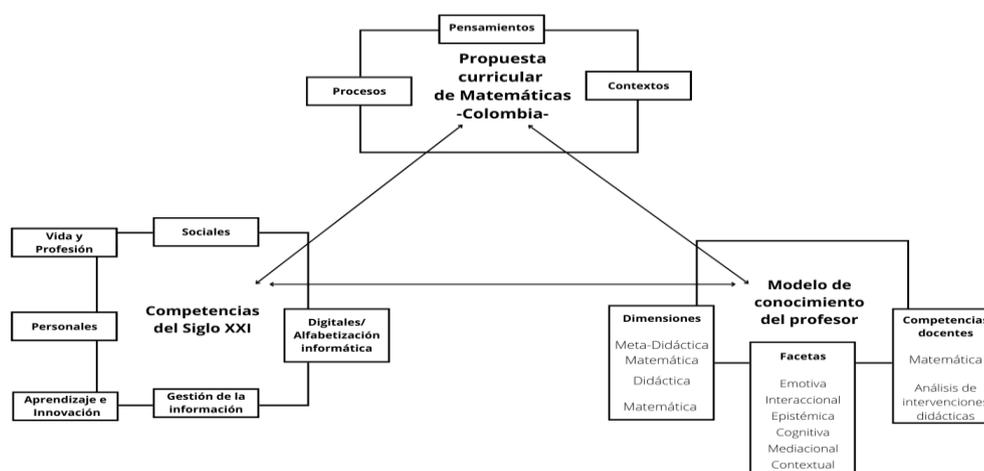
Los vínculos entre la formación matemática y las habilidades digitales se reconocen en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998). En especial se plantean roles para dispositivos electrónicos en las clases -calculadoras y computadores- como la ejecución de tareas de manera rápida y confiable. Chalkiadaki (2018) y Partnership for 21st Century Skills (2019) manifiestan la necesidad de incorporar una competencia referida al uso de tecnologías digitales y al desarrollo en medio de la cultura. La *confianza y participación de la cultura digital* como competencia implica, según ambos autores, acceder a textos multimediales, analizarlos, criticarlos, evaluarlos y desarrollarlos, atendiendo a las responsabilidades éticas y a los ambientes complejos. De manera complementaria, para Partnership for 21st Century Skills (2019), se requiere aprender a usar diferentes dispositivos, comprender sus posibilidades y usos (p. ej. para investigar, organizar, evaluar y comunicar información); también comprender cómo los medios de comunicación pueden influir tanto en las creencias como en los comportamientos de las personas y en sus implicaciones éticas y legales.

Se infiere que el currículo colombiano presenta argumentos para el desarrollo de diferentes pensamientos matemáticos y procesos en contextos diversos que ofrecen oportunidades para asumir las competencias del siglo XXI. Sin embargo, los avances en ciencias y tecnología han generado transformaciones importantes en diferentes dimensiones sociales como la economía y las finanzas, la comprensión y el uso de tecnologías, la salud y el bienestar, el manejo de grandes cantidades de datos, entre otros. Dichas transformaciones sugieren la incursión en temas y procesos interdisciplinario que tomen fuerza en espacios como: las agendas políticas a nivel nacional e internacional, la investigación en Educación Matemática, la educación financiera, la conciencia ambiental, la transición energética, el enfoque STEAM, el pensamiento computacional y el pensamiento de diseño. Cada uno de estos espacios ofrece una posibilidad para orientar este proceso hacia el desarrollo de las competencias del siglo XXI.

La Figura 3 muestra una propuesta de vinculación entre tres grandes dominios: la propuesta curricular de matemáticas en Colombia (MEN, 1998; 2006; 2016); el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático y competencias docentes (Pino-Fan et al., 2022) y el modelo de competencias para el siglo XXI (Chalkiadaki, 2018; P21,2019). En ella se representan diferentes correlaciones entre estos dominios, sin embargo, las relaciones a-priori que se pueden plantear son motivo de indagación actual.

**Figura 3.**

*Tres dominios de conocimiento vinculados con el desarrollo de competencias*



Aunque la propuesta curricular para la Educación Matemática colombiana es conocida, y se pueden proponer vínculos con el Conocimiento Didáctico-Matemático, la propuesta de competencias para el siglo XXI no señala los mecanismos ni los responsables del diseño de estrategias, guías didácticas, secuencias didácticas, ni los recursos humanos y económicos necesarios para ser integrados. Ahora bien, la investigación sobre la formación de profesores que puedan promover el desarrollo de competencias matemáticas es un campo abierto de estudio en el que diversas investigaciones informan sobre procesos de formación que influyan en la calidad de las oportunidades de formación matemática ofrecida a los estudiantes (Sánchez-

Bedoya et al., 2022). Sin embargo, la consistencia entre competencias promovidas por el currículo colombiano, las competencias profesionales docentes y las competencias para el siglo XXI continúa siendo un tema abierto para la investigación.

## 5. Conclusiones

El establecimiento de relaciones entre la propuesta curricular colombiana y las competencias para el siglo XXI plantea una agenda de investigación para la comunidad educativa nacional, en tanto que no es suficiente proponer relaciones a-priori entre currículo y competencias. Se requiere adecuarlas armoniosamente y validarlas en las instituciones escolares. Las relaciones y las propuestas metodológicas deben tener en cuenta diversas facetas de la actividad docente tales como el conocimiento matemático, la institución, el contexto, el Proyecto Educativo Institucional-PEI-, y debe contar con el apoyo de los profesores y, sobre todo, de las instituciones. Una propuesta que no atienda a la variable docente y a las regulaciones escolares no puede lograr los efectos propuestos. Los ámbitos curriculares, modelos de conocimiento profesional docente y competencias ciudadanas aún requieren del establecimiento de puntos de encuentro y maneras de desarrollar propuestas curriculares que permitan su operativización en el escenario educativo, al tiempo que se responde a las necesidades de desarrollo de competencias que demanda el siglo XXI.

## 6. Agradecimientos

Este artículo es producto del Programa de Investigación código 1115-852-70767 y el Proyecto 71349 financiados por el Ministerio de Ciencia Tecnología e Innovación a través del PATRIMONIO AUTÓNOMO FONDO NACIONAL DE FINANCIAMIENTO PARA LA CIENCIA, LA TECNOLOGÍA Y LA INNOVACIÓN FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS, contrato CT 183-2021.

## 7. Notas

1. Traducción literal del original en inglés.

## 8. Referencias bibliográficas

- Afandi, Sajidan, Akhyar, M., y Suryani, N. (2019). Development frameworks of the Indonesian partnership 21 st -century skills standards for prospective science teachers: A Delphi study. *Jurnal Pendidikan IPA Indonesia*, 8(1), 89–100. <https://doi.org/10.15294/jpii.v8i1.11647>
- Bär, D. (2022). Industrie 4.0: A New Understanding of the Role Played by Humans and Technology. In *Handbook Industry 4.0* (pp. vii–ix). Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-64448-5>
- Bawden, D. (2002). Revisión de los conceptos de alfabetización informacional y alfabetización digital. *Anales de Documentación*, (5),361-408. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=63500518>

- Bell, E. T. (1996). *Mathematics: Queen and Servant of Science*. The Mathematical Association of America.
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA: Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Chacón, Y. (2005). Una revisión crítica del concepto de creatividad. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 5(1),0. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44750106>
- Chalkiadaki, A. (2018). A systematic literature review of 21st century skills and competencies in primary education. *International Journal of Instruction*, 11(3), 1–16. <https://doi.org/10.12973/iji.2018.1131a>
- Delors, J. (1996). *La educación encierra un tesoro: informe para la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI*. Santillana. [https://uom.uib.cat/digitalAssets/221/221918\\_9.pdf](https://uom.uib.cat/digitalAssets/221/221918_9.pdf)
- Erstad, O. y Voogt, J. (2018). The Twenty-First Century Curriculum: Issues and Challenges. In Voogt, J., Knezek, G., Christensen, R. y Lai, KW. (Eds.) *Second Handbook of Information Technology in Primary and Secondary Education* (pp. 1-18). Springer International Handbooks of Education. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-53803-7\\_1-2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-53803-7_1-2)
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 26, 9-25. <https://core.ac.uk/download/pdf/328833645.pdf>
- Gómez, P., Castro, P., Mora, M. F., Pinzón, A., Torres, F. y Villegas, P. (2014). *Estándares básicos de competencias. Comparación con el estudio PISA y cuestiones para su ajuste*. Documento no publicado. Universidad de los Andes. <http://funes.uniandes.edu.co/6885/>
- King, F.J., Goodson, L. y Rohani, F. (1998). *Higher-Order Thinking Skills*. [Online] [http://www.cala.fsu.edu/files/higher\\_order\\_thinking\\_skills.pdf](http://www.cala.fsu.edu/files/higher_order_thinking_skills.pdf)
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. y Neubrand, M. (Eds.). (2013). Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers. *Results from the COACTIVE Project*. New York, NY: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5149-5>
- Li, Y. y Kulm, G. (Eds.) (2009). Curriculum research to improve mathematics teaching and learning. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 41(6), 709–832. <https://link.springer.com/journal/11858/volumes-and-issues/41-6>
- Lu, Y., Morris, K. C. y Frechette, S. (2016). Current standards landscape for smart manufacturing systems. *NIST Interagency/Internal Report (NISTIR)*, National Institute of

Standards and Technology, Gaithersburg, MD, [online],  
<https://doi.org/10.6028/NIST.IR.8107>

Mathematical Association (1976). *Why, What and How?* Mathematical Association. Leicester.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. NCTM.

Niss, M. y Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9-28.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>

Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R. y Villa-Ochoa, J. A. (2016). Survey team on: conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 48(5), 611-632.  
<https://doi.org/10.1007/s11858-016-0799-3>

North Central Regional Educational Laboratory [NCREL] y Metiri Group. (2003). *enGauge 21st Century Skills: Digital Literacy for the Digital Age*. Naperville, IL and Los Angeles, CA: NCREL and Metiri.  
[https://www.cwasd.k12.wi.us/highschl/newsfile1062\\_1.pdf](https://www.cwasd.k12.wi.us/highschl/newsfile1062_1.pdf)

Partnership for 21st Century Skills [P21]. (2019). *Framework for 21st century learning*.  
<https://www.battelleforkids.org/networks/p21/frameworks-resources>

Pino-Fan, L., Assis, A. y Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science y Technology Education*, 11(6), 1429-1456.  
<https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a>

Pino-Fan, L., Castro, W. F. y Font, V. (2022). A Macro tool to characterize and develop key competences for the mathematics teacher' practice. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 16, 1091-1113.  
<https://doi.org/10.1007/s10763-022-10301-6>

Pino-Fan, L., Font, V., Gordillo, W., Larios, V. y Breda, A. (2018). Analysis of the meanings of the antiderivative used by students of the first engineering courses. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16, 1091-1113.  
<https://doi.org/10.1007/s10763-017-9826-2>

- Popkova, E., Ragulina, Y., Aleksei V. y Bogoviz, E. (2019). Fundamental Differences of Transition to Industry 4.0 from Previous Industrial Revolutions. En Popkova et al. (eds.), *Industry 4.0: Industrial Revolution of the 21st Century, Studies in Systems, Decision and Control* (21-29), Springer.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-319-94310-7\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-94310-7_3)
- Rico, L. y Lupiañez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Alianza Editorial.
- Sánchez-Bedoya, G., Castro, W. y Uzurriaga, V. (2022). Formación postgraduada en un contexto colaborativo con profesores que enseñan matemáticas en Colombia. En Meriño-Cordoba (Ed.), *Gestión del Conocimiento Perspectiva Multidisciplinaria Libro 42 Colección Unión Global* (317-334). Fondo Editorial de la Universidad Nacional.
- Senk, S. L., y Thompson, D. R. (2003). *Standards-based school mathematics curricula: what are they? What do students learn?* Lawrence Erlbaum Associates.  
<https://doi.org/10.4324/9781003064275>
- Schmidt, W. H., McKnight, C. E., Valverde, G. A., Houang, R. T., y Wiley, D. E. (1997). *Many visions, many a cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics*. Springer.  
<https://link.springer.com/book/9780792344360>
- Schmidt, W. H., McKnight, C. E., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E., Cogan, L. S. y Wolfe, R. (2001). *Why schools matter: a cross-national comparison of curriculum and learning*. Jossey-Bass, San Francisco.  
<https://eric.ed.gov/?id=ED460093>
- Schwab, K. (2016). *La cuarta revolución industrial*. Debate.
- Theodoropoulou, I., Lavidas, K. y Komis, V. (2021). *Results and prospects from the utilization of Educational Robotics in Greek Schools*. Technology, Knowledge and Learning.  
<https://doi.org/10.1007/s10758-021-09555-w>
- UdeA y MEN. (2016). Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas.
- Voogt, J. y Roblin, N. P. (2012). A comparative analysis of international frameworks for 21st century competences: Implications for national curriculum policies. *Journal of Curriculum Studies*, 44(3), 299–321.  
<https://doi.org/10.1080/00220272.2012.668938>
- Yengin, I. (2014). Using educational technology to create effective learning societies in 21st century. In *Information Technology Based Higher Education and Training (ITHET)* (pp. 1-7). IEEE.  
<https://doi.org/10.1109/ITHET.2014.7155689>