Fecha de recepción: 19 de enero de 2006
Fecha de aprobación: 2 de marzo de 2006

LA ÉPOCA DEL PUNTO: EL LEGADO MATEMÁTICO DE NEWTON EN EL SIGLO XVIII

Por: Niccolò Guicciardini
Universidad de Siena
guicciardini@unisi.it

Resumen: *Según la concepción heredada, los matemáticos británicos del siglo XVIII fueron responsables de una decadencia de las matemáticas en el país de Newton; una decadencia atribuida al chovinismo y a una preferencia por el pensamiento geométrico. Este artículo debate este punto de vista describiendo, primero, la complejidad de la herencia matemática de Newton y su recepción durante las primeras décadas del siglo XVIII. Una sección dedicada al monumental* Treatise of Fluxions *(1742) de Maclaurin describe el intento de lograr una síntesis de las diferentes corrientes de pensamiento del legado matemático de Newton, y lo compara con el trabajo contemporáneo continental. Se demuestra que a mediados del siglo XVIII los matemáticos académicos continentales tales como Euler y Lagrange estaban inspirados por suposiciones culturales locales en direcciones que divergían sensiblemente de las seguidas por Maclaurin y sus seguidores conterráneos.*

Palabras clave: *Isaac Newton, fluxiones, historia de las matemáticas, matemáticas, Colin Maclaurin.*

Dot-Age: Newton's Mathematical Legacy in Eighteenth Century

Summary: *According to the received view, eighteenth-century British mathematicians were responsible for a decline of mathematics in the country of Newton; a decline attributed to chauvinism and a preference for geometrical thinking. This paper challenges this view by first describing the complexity of Newton's mathematical heritage and its reception in the early decades of the eighteenth century. A section devoted to Maclaurin's monumental* Treatise of Fluxions *(1742) describes its attempt to reach a synthesis of the different strands of Newton's mathematical legacy, and compares it with contemporary Continental work. It is shown that in the middle of the eighteenth century academic Continental mathematicians such as Euler and Lagrange were driven by local cultural assumptions in directions which sensibly diverged from the ones followed by Maclaurin and his fellow countrymen.*

Keywords: *Isaac Newton, fluxions, history of mathematics, mathematics, Colin Maclaurin.*

1. La concepción heredada

Compilar una bibliografía sobre la difusión del newtonianismo en el siglo XVIII sería una tarea hercúlea. El libro de Ruth y Peter Wallis *Newton and Newtoniana,* podría ofrecer sólo el punto de partida para una esfuerzo que tendría que incluir los trabajos producidos no sólo por los historiadores de las ciencias, sino también por historiadores de otras áreas culturales como la filosofía, la cronología y la religión.[1] Gran parte de la literatura tiene que ver en su mayoría con los intentos por definir los enfoques metodológicos "newtonianos" de la filosofía natural, en vista de que la "síntesis newtoniana" representó claramente un modelo para los hombres de ciencia y de letras del siglo XVIII. Recientemente, ha habido un progreso en el campo de la teología, y ha aparecido una serie de artículos sobresalientes sobre Newton y la cristiandad del siglo XVIII.[2] En todos estos campos encontramos una conciencia creciente tanto de la relevancia de la influencia de Newton en la cultura del siglo XVIII como de la pluralidad de los "newtonianismos" de tal siglo. La herencia newtoniana se dividió en muchas escuelas y estilos de pensamiento que frecuentemente se desarrollaron en direcciones alejadas de las intensiones del gran maestro.[3]

Una conciencia similar en la historiografía de las matemáticas no se ha logrado. A pesar del reciente trabajo realizado por los historiadores de las matemáticas, han subsistido hasta hoy algunas preconcepciones sobre el legado de Newton como matemático, y prevalece una imagen bastante monocromática. La dificultad para apreciar la influencia del trabajo matemático de Newton, y para asignar un significado relevante a la categoría "matemáticas newtonianas" se advierte en la bella introducción al *The Cambridge Companion to Newton,* en la que se señala que "el estilo de Newton como matemático… ayuda a explicar su impacto desproporcionadamente limitado sobre la historia de las matemáticas".[4] En efecto, en las historias generales de las matemáticas, el impacto de Newton sobre el cálculo y la física matemática en el siglo XVIII usualmente se juzga negativo en comparación con el logro de Gottfried Wilhem Leibniz. La paradoja según la cual gracias al cálculo leibniziano hubo progreso en la matematización de la teoría de la gravitación a menudo se menciona como un claro signo de crisis en el campo newtoniano. Quienes siguieron el estilo matemático de los *Principia* —también se sostiene a menudo— estaban en el camino equivocado que no condujo a ninguna parte y causó una declinación en las matemáticas británicas. Como alguna vez lo señaló Rupert Hall: "Los *Principia* habrían de permanecer como un clásico

---

1 Wallis, Meter y Wallis, Ruth. *Newton and Newtoniana 1672-1975: A Bibliogrphy,* Londres, 1977.

2 Para una introducción a este campo véase Mandelbrote, Scott. "Newton and Eighteenth-Century Christianity", en: Cohen, I. Bernard y Smith, George E. (eds.). *The Cambridge Companion to Newton.* Cambridge, Cambridge University Press, 2002, pp. 409-430.

3 Véase, por ejemplo, Schofield, Robert E. "An Evolutionary Taxonomy of Eighteenth-Century Newtonianisms", en: *Studies in Eighteenth Century Culture,* 7, 1978, pp. 175-92; y Schaffer, Simon. "Newtonianism", en: R. C. Olby, G. N. Cantor, J. R. R. Christie, y M. J. S. Hodge (eds.),*Companion to the History of Modern Science.* Londres, 1990, pp. 610-626.

4 Cohen, I. Bernard y Smith, George E. (eds.). *The Cambridge Companion to Newton. Óp. cit.,* p. 20.

fosilizado, en el lado equivocado de la frontera entre el pasado y el futuro en la aplicación de las matemáticas a la física".[5] ¿Qué estuvo mal con el estilo matemático de Newton? La respuesta convencional es conservatismo, chovinismo británico, falta de interés por las técnicas algorítmicas (de hecho, cuando usa algoritmos, a Newton se le acusa de haber desarrollado una notación burda), una preferencia por las demostraciones geométricas menos poderosas y menos generales comparadas con el cálculo leibniziano. El juicio negativo de Morris Kline sobre las matemáticas británicas del siglo XVIII es, en este respecto, típico:

> […] La excesiva reverencia hacia el trabajo geométrico de Newton en los *Principia* reforzada por la enemistad engendrada por la disputa entre Newton y Leibniz hacia los matemáticos continentales, dio como resultado que los matemáticos ingleses persistieran en el desarrollo geométrico del cálculo. Pero sus contribuciones eran triviales comparadas con lo que los continentales fueron capaces de lograr usando un enfoque analítico.[6]

Usualmente se está de acuerdo en que la versión newtoniana del cálculo, el método de fluxiones y series, era burdo en notación y poco elegante en metodología: la preferencia por la notación de Newton que estaba basada en puntos sobre las letras, y por los métodos geométricos, condujo a un periodo que después se llamaría la "época del punto".[7] Además, el cálculo de fluxiones se invoca usualmente como la causa principal de la declinación de las matemáticas británicas, siendo el argumento que la "época del punto" fue el precio que pagó la adherencia chovinista a la teoría de Newton.

El origen de esta deprimente imagen, que podemos llamar "la concepción heredada", fácilmente puede ser rastreada hasta los irreverentes escritos de reformadores como John Playfair, John Toplis, y Robert Woodhouse, pero incluso más hasta los miembros de la Cambridge Analytical Society quienes, al principio del siglo XIX, trataron de introducir los métodos algebraicos de Joseph Louis Lagrange y Louis F. A. Arbogast en la Gran Bretaña.[8] Como todos los reformadores,

---

5 Hall, A. Rupert. "Correcting the *Principia*", en: *Osiris* 13, 1958, pp. 291-326, en p. 301.

6 Morris, Kline. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Time.* New York, 1972, p. 392.

7 Babbage, Charles. *Passages from the Life of a Philosopher.* Londres, 1864, p. 29.

8 Véase Enros, Philip C. "The Analytical Society (1812-1813): Precursor of the Renewal of Cambridge Mathematics", en: *Historia Mathematica* 10, 1983, pp. 24-47; Becher, Harvey. "Radicals, Whigs, and Conservatives: The Middle and Lower Classes in the Analytical Revolution at Cambridge in the Age of Aristocracy", en: *British Journal for the History of Science* 28, 1995, pp. 405-426; Panteki, Maria. "William Wallace and the Introduction of Continental Calculus to Britain: a Letter to George Peacock", en: *Historia Mathematica* 14, 1987, pp. 119-132.

trataron de ofrecer un punto de vista pesimista del pasado. Desde entonces, esta concepción heredada de las matemáticas newtonianas del siglo XVIII ha prevalecido en las historias de las matemáticas.

Sin embargo, como lo señala Joan Richards, la "concepción de la declinación británica de las matemáticas" se basa en valores que los historiadores no debieron aceptar. En lugar de ello, lo que los historiadores deben hacer es entender los valores que compartían aquellos que se definían a sí mismos como herederos del legado newtoniano, e intentar entender por qué un estilo geométrico y esa notación particular, que nos parece retrógrada, eran atractivas para los matemáticos newtonianos del siglo XVIII. Pero,

> ésta es una tarea difícil puesto que nuestras matemáticas están basadas en el modelo continental y por tanto permean nuestro sentido histórico. Parte de la misión del historiador que trata de ir más allá de las historias anteriores debe ser reconstruir las actitudes y los enfoques que hicieron valioso el trabajo anterior para quienes lo defendían. Sólo de esta manera podemos esperar recapturar algo de la integridad original de esa actividad para consideración contemporánea.[9]

Como sostiene Richards, parte de la razón por la cual la escuela newtoniana ha sido descrita como inferior a la leibniziana está relacionada con el hecho de que durante los siglos XIX y XX las matemáticas se alejaron de la representación geométrica hacia la abstracción. Desde la perspectiva del siglo XIX, i.e., vistos con el sistema de valores que comparten la mayoría de los matemáticos del siglo XIX, los métodos geométricos de los *Principia,* por ejemplo, parecen conservadores y pasados de moda, en tanto que los métodos leibnizianos se percibían como un precursor de las "matemáticas modernas". En 1837 William Whewell expresó su convicción de que los métodos sintéticos de los *Principia* eran parte de un pasado remoto de exuberante prosa Victoriana:

> El pesado instrumento de síntesis, tan efectivo en manos [de Newton], no ha sido nunca comprendido por nadie que quiera usarlo para tales propósitos; y nos enmarañamos en él con curiosa admiración, como en un gigantesco implemento de guerra, que permanece inútil entre los monumentos de días pretéritos, y nos hace preguntar qué tipo de hombre era aquél que podría blandir como arma lo que difícilmente podríamos levantar como carga.[10]

Una concepción más comprensiva de las matemáticas newtonianas del siglo XVIII, consecuente con la interpretación de Richards, la ha ofrecido Judith V.

---

9 Richards, Joan. Reseña de Niccolò Guicciardini, *The Development of Newtonian Calculus in Britain,* 1700-1800 (Cambridge, 1989), en: *Isis* 83 (1992), pp. 328-329, en la p. 328.

10 Whewell, William. *History of the Inductive Sciences.* Cambridge. University Press, 1837, p. 167.

Grabiner en un penetrante artículo dedicado al *Treatise of Fluxions* (1742) de Colin Maclaurin.[11] Maclaurin fue un matemático de primer rango cuya reputación era alta, y no sólo en Gran Bretaña, como se advierte del hecho de que ganara dos veces un premio de la Academia Francesa de las Ciencias, una vez por su estudio de la colisión, la segunda por el estudio de las mareas. El *Treatise* de Maclaurin de hecho es el trabajo más influyente sobre el método de fluxiones escrito en el siglo XVIII y puede tomarse como representante de la tradición newtoniana. Muchos historiadores de las matemáticas, predeciblemente, han descrito el Treatise como ilegible, burdo y conservador. Por ejemplo, en 1919 Florian Cajori hizo una comparación entre Maclaurin y el poeta alemán Friedrich Gottlieb Klopstock quien "fue alabado por todos, leído por nadie".[12] La meta de Grabiner, que convincentemente logra, es refutar la imagen del Treatise "como un monumento —no leído— a la geometría antigua y como un obstáculo al progreso del análisis".[13] Ella da evidencia del impacto del *Treatise* en autores continentales como Alexis-Claude Clairaut y Simon Denis Laplace. Además observa que sólo el primer libro del *Treatise* es enteramente geométrico, mientras que el segundo es algorítmico. Extensas secciones del primer libro son fundacionales, ya que están en parte motivadas por el deseo de responder a las críticas de George Berkeley al cálculo expuestas en su *Analyst* (1734).[14] La mayoría de los nuevos resultados que tendrían alguna influencia sobre los matemáticos continentales la contenía, sin embargo, el algorítmico Libro 2.[15] Según Grabiner, el *Treatise* fue capaz de transmitir el cálculo newtoniano, mejorado y expandido, al continente. Sobre este punto vale la pena citar a Grabiner en extenso:

> El *Treatise of Fluxions* no es sólo un "Libro," sino dos. Mientras el Libro I es en su mayoría, aunque no por completo, geométrico, el Libro II tiene una agenda diferente. Su título es "Sobre los *Cómputos* en el Método de Fluxiones". Maclaurin comenzó

---

11 Maclaurin, Colin. *A Treatise of Fluxions, in Two Books* (Edimburgo, 1742), 2ª ed. (Londres, 1801).

12 Cajori, Florian. *A History of the Conceptions of Limits and Fluxions in Great Britain from Newton to Woodhouse.* Chicago y Londres, 1919, p. 188.

13 Grabiner, Judith V. "Was Newton's Calculus a Dead End? The Continental Influence of Maclaurin's Treatise of Fluxions", *American Mathematical Monthly,* 104, 1997, pp. 393-410, en la p. 393. Véase también Grabiner, Judith V. "Maclaurin and Newton: the Newtonian Style and the Authority of Mathematics", en: Withers, C. W. J. y Wood, P. (eds.), *Science and Medicine in the Scottish Enlightenment.* Londres, 2002, pp. 143-171.

14 Uno de los mejores trabajos sobre el Abalyst es el de Douglas M. Jesseph, *Berkeley's Philosophy of Mathematic.* Chicago, 1993.

15 Grabiner tiene éxito al demostrar cómo la necesidad de rigor con que se lleva acabo en el Libro 1 no era matemáticamente infructífera, por el contrario, el rigor geométrico era una fuente para resolver los problemas que se desplegaban en el Libro 2.

> el Libro II defendiendo el poder de la notación simbólica en matemáticas. Explicó, como Leibniz antes y Lagrange después estarían de acuerdo, que la utilidad de la notación simbólica surge de su generalidad. De manera que, continúa Maclaurin, es importante demostrar las reglas de fluxiones nuevamente, esta vez desde un punto de vista más algebraico. La apreciación de Maclaurin del poder algorítmico del algebra y la notación del cálculo expresan un tema común en el siglo XVIII, desarrollado después por Euler y Lagrange en su intento de un análisis puro separado de cualquier tipo de intuición geométrica. Con seguridad, Maclaurin, a diferencia de Euler y Lagrange, no quería separar el cálculo de la geometría. No obstante el segundo Libro de Maclaurin de hecho, así como en retórica, tiene un carácter algorítmico, y la mayoría de sus resultados pueden leerse de manera independiente de sus apuntalamientos geométricos, aunque no intentara que fuera así. […] El *Treatise of Fluxions,* por tanto, no era ajeno al punto de vista continental y en parte pudo haber sido escrito teniendo en mente una tal audiencia.[16]

Estas líneas contienen mucha sabiduría, y el artículo de Grabiner constituye un avance importante en la revisión de la concepción heredada de las matemáticas newtonianas del siglo XVIII. Gracias a ella ahora tenemos evidencia de que uno de los matemáticos newtonianos más eminentes sí obtuvo nuevos resultados, que estaba en contacto con los matemáticos continentales y los influyó, y que incluso desarrolló un enfoque algorítmico al cálculo que era consonante con el gusto continental por el análisis. Esto debilita la a menudo repetida afirmación según la cual matemáticos continentales tales como Leonhard Euler, Jean le Rond d'Alembert y Lagrange fueron capaces de superar a sus colegas británicos porque desarrollaron el cálculo analítico, mientras que los discípulos de Newton siguieron siendo prisioneros de una geometría sintética atrasada.

Me parece, sin embargo, que la lectura que Grabiner hace de Maclaurin necesita enmarcarse en un contexto más amplio de las matemáticas newtonianas del siglo XVIII. Desde esta perspectiva más amplia, que intentaré desarrollar en este artículo, Maclaurin aparecerá menos excepcional de lo que ahora podría parecer. Pues creo que la concepción heredada tiene que ser revisada de tal forma que el Libro II de Maclaurin parecerá concordar no sólo con el estilo matemático continental, sino también con la agenda de un grupo de matemáticos británicos del siglo XVIII que estaban continuando unas pautas de investigación ya presentes en el propio trabajo de Newton. A fin de obtener tal refutación más amplia de la concepción heredada, tendremos que poner atención a las pluralidades y diferencias que muy a menudo son obliteradas en las historias de las matemáticas. La herencia matemática newtoniana era, de hecho, compleja y fracturada. En los trabajos que Newton dejó no existe una unidad fácilmente discernible, ni hay una indicación clara del

16 Grabiner, Judith V. "Was Newton's Calculus a Dead End?". *Óp. cit.,* pp. 394-395.

método matemático "correcto". En particular, es simplista definir las matemáticas de Newton como orientadas únicamente hacia la "geometría". En consecuencia, se desarrollaron varios enfoques hacia la herencia matemática de Newton, cada uno con lecturas diferentes de sus obras. De hecho la comunidad matemática británica estaba dividida respecto de varios problemas cruciales. Así las cosas, recuperaremos, en la historia de las matemáticas, la misma pluralidad de "newtonianismos" que se han establecido en otros aspectos de su legado dieciochesco.

2. El variado legado matemático de Newton

Las matemáticas tempranas de Newton se basaban en un uso bastante libre de las magnitudes infinitesimales ("momentos"; magnitudes "indefinidamente" o "infinitamente" pequeñas generadas por el flujo continuo en un momento de tiempo) y representaciones simbólicas cartesianas de las curvas (siendo las curvas representadas por ecuaciones). En sus primeros trabajos, Newton hizo uso frecuente de series infinitas, una herramienta que seguiría siendo fundamental para sus matemáticas. En 1669 codificó sus resultados en un corto trabajo intitulado *De analysi per æquationes numero terminorum infinitas.*[17] Según Newton, las curvas eran expresadas no sólo por expresiones algebraicas finitas (como en la *Géométrie* (1637) de Descartes, una de las fuentes principales de inspiración del joven Newton), sino también por series infinitas (preferiblemente series de potencia, como en la *Arithmetica infinitorum* (1655) de Wallis, un texto igualmente influyente).[18] A mediados de la década de 1660 los matemáticos habían empezado a apreciar

17 Se puede encontrar fácilmente la edición crítica en Newton, Isaac. *The Mathematical Papers of Isaac Newton.* D. T. Whiteside (ed.). 8 vols. Cambridge, Cambridge University Press, 1967-1981, vol. 2, pp. 206-247.

18 Al leer la segunda edición latina de la *Géométrie* de Descartes, traducida por Frans van Schooten y enriquecida con los comentarios de Van Schooten mismo y otros matemáticos holandeses, Newton aprendió cómo el estudio de las líneas curvas podría llevarse a cabo en términos geométricos. Descartes, René. *Geometria a Renato des Cartes.* 2da edición latina. Frans van Schooten (trad). Amsterdam, 1659-1661). La *Géométrie* es uno de los tres ensayos añadidos al *Discours de la méthode* de Descartes (Leiden, 1637). El texto original, acompañado de una traducción al inglés es accesible como *The Geometry of René Descartes with a Facsimile of the First Edition,* D. E. Smith and M. L. Latham (eds.). New York, 1954. Véase Bos, Henk J. M. *Redefining Geometrical Exactness: Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction.* NewYork, Berlín, Heidelberg, 2001; que es la mejor guía a la *Géométrie.* La *Arithmetica infinitorum, sive nova methodus inquirendi in curvilineorum quadraturam, aliaque difficiliora matheseos problemata* de John Wallis se imprimió en 1655, pero sólo se publicó un año después en la *Operum mathematicorum,* 2 vols. (Oxford, 1656), vol. 2, pp. 1-199.

la utilidad de las series infinitas como representaciones de curvas "difíciles". Más notablemente, las curvas, en particular las "mecánicas" (que, en la jerga leibniziana, llamaríamos "curvas trascendentales"), podrían recibir una representación simbólica a la cual se le aplicaban las reglas del álgebra (i.e., el "análisis"). Las series infinitas, de hecho, eran entendidas por Newton y sus contemporáneos como "ecuaciones infinitas", a las que las reglas del álgebra se les podrían aplicar directamente.

El joven Newton pensaba que las series infinitas permitían la extensión del reino del análisis a todas las curvas conocidas:

> Y todo lo que el análisis común hace mediante ecuaciones conformadas por un número finito de términos (cuando sea posible), este método puede hacerlo siempre mediante ecuaciones infinitas. En consecuencia, nunca he dudado en darle a éste el nombre de análisis.[19]

Newton caracterizó su método matemático como "nuevo análisis", ya que entendía que éste era una extensión del análisis "común" cartesiano que estaba más bien confinado al estudio de curvas "geométricas" (nosotros diríamos "algebraicas") mediante "ecuaciones finitas" (es decir, curvas definidas por una ecuación polinómica indeterminada).

A pesar del hecho de que Newton contribuyó con grandes resultados al "nuevo análisis", este método pronto quedaría por fuera de sus propios estándares de validación. Muchos matemáticos del siglo XVII aceptaron los innovadores métodos introducidos por gente como Descartes, Bonaventura Cavalieri, o Wallis, debido a su poder heurístico. Pero Newton no era un hombre que pudiera aceptar fácilmente, por ejemplo, el estatus incierto de los infinitesimales apelando a su utilidad de abreviar las demostraciones.[20] No sólo en matemáticas, sino también en filosofía natural, Newton no gustaba de resultados disputables: se distanció del moderado escepticismo adoptado por muchos de sus conterráneos. Entre los miembros de la Royal Society muchos sostenían la idea de que los resultados deberían proponerse como hipótesis sujetas a un debate abierto. Newton, antes bien, aspiraba a la certeza absoluta.

---

19 Newton, Isaac. *The Mathematical Papers of Isaac Newton.* D. T. Whiteside (ed.). 8 vols. Cambridge, Cambridge University Press, 1967-1981, vol. 2, pp. 240-241. Traducción inglesa del latín por Whiteside.

20 En 1715 Newton escribió: "Pero cuando él [Newton] no está demostrando sino sólo investigando una Proposición para despacharla, supone que el momento o es infinitamente pequeño y se abstiene de escribirlo, y usa todo tipo de aproximaciones que piensa que no producirán ningún error en la conclusión". Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.,* vol. 8, p. 572. En su opinión, los infinitesimales pertenecían a las herramientas heurísticas de que disponía el matemático, pero se evitaban en las demostraciones rigurosas.

La disputa sobre óptica reveló la diferencia de enfoques: Newton no quería degradar su teoría de la luz a una mera hipótesis.[21]

Mientras era categórico respecto de la validez de sus resultados matemáticos, Newton sentía profundamente que el estatus de sus métodos de descubrimiento era controversial. Además en la década de 1670 desarrolló una gran admiración por los métodos geométricos. Justo después de completar en el invierno de 1670-71 su obra maestra en el nuevo análisis, el *De methodis serierum et fluxionum,*[22] esbozó un *addendum* en el que se presentaba un "enfoque más natural"; un enfoque basado en axionas "como es de costumbre en el método sintético".[23] En este corto apéndice que después lo desarrollaría como *Geometria curvilinea* (c. 1680),[24] Newton parece haber estado influenciado por el estilo matemático de su predecesor en el cargo lucasiano, Isaac Barrow. Barrow es uno de los principales representantes, siendo el otro —por diferentes razones— Thomas Hobbes, de lo que ha sido definido por Pycior como un contragolpe geométrico en las matemáticas inglesas del siglo XVII.[25] Barrow y Hobbes elogiaron la geometría y asumieron una actitud crítica hacia lo que ellos vieron como una excesiva confianza en el simbolismo. En el *addendum* inconcluso al *De methodis,* Newton empezó a reformular su nuevo análisis en términos puramente geométricos, evitando el simbolismo que le había permitido avanzar tan lejos. Luego habría de definir su enfoque geométrico al método de fluxiones como el "método sintético de fluxiones", y contrastarlo con su anterior "nuevo análisis" o "método analítico de fluxiones".[26] Éste era un método

---

21 Sobre las tensiones a propósito de las problemas metodológicos entre los newtonianos y los naturalistas en la Royal Society, véase Feingold, Mordechai. "Mathematicians and Naturalists: Sir Isaac Newton and the Royal Society", en: Buchwald, J. Z. y Cohen, I. B. (eds.). *Isaac Newton's Natural Philosophy.* Cambridge (Mass), Londres, 2001, pp. 77-102. Sobre el papel de las matemáticas en la metodología de Newton y su búsqueda de la certeza, véase Shapiro, Alan E. *Fits, Passions, and Paroxysms: Physics, Method, and Chemistry and Newton's Theories of Colored Bodies and Fits of Easy Reflection.* Cambridge, 1993, pp. 12-40.

22 La edición crítica del *De methodis* se puede encontrar en Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.*, vol. 3, pp. 32-354.

23 *Ibíd.,* pp. 283, 331. Traducción inglesa del latín por by D. T. Whiteside.

24 Newton, Isaac. *The Mathematical Papers, Óp. cit.*, vol. 4, pp. 420-484.

25 Pycior, Helena M. *Symbols, Impossible Numbers, and Geometric Entanglements: British Algebra through the Commentaries on Newton's Universal Arithmetick.* Cambridge, 1997, 135-166.

26 Uno de los textos donde Newton distingue los métodos es el siguiente: "En siguiente tratado [los *Principia*] aparece ampliamente el método sintético de fluxiones, y he establecido sus elementos en los primeros once lemas del libro primero, y en el Lema II del segundo. En la Proposición XLV y en Escolio a la Proposición XCIII del Libro 1, y en las Proposiciones X y XIV del Libro 2, se dan muestras del método analítico. Además, se describe en el escolio al lema II

basado en procedimientos límite geométricos, procedimientos los cuales habrían de emplearse en muchas demostraciones en los *Principia,* donde Newton los llamó los "límites de las razones primeras y últimas".

Además, en la década de 1670 Newton empezó a buscar inspiración en los escritos geométricos de los antiguos geómetras, mientras criticaba en términos ásperos las matemáticas simbólicas que practicaban los modernos. A menudo su objetivo era Descartes. Por ejemplo, a finales de la década de 1670, comentado la solución de Descartes al problema de Pappus de las cuatro líneas, afirmó con vehemencia:

> Con seguridad, su método [el de los antiguos] es mucho más elegante que el cartesiano. Pues [Descartes] logró el resultado mediante un cálculo algebraico que al traducirse en palabras (siguiendo la práctica de los antiguos en sus escritos), se vuelve tan tedioso y complicado que provoca náuseas, y tampoco podría entenderse. Sin embargo, ellos lo resolvieron por medio de ciertas proposiciones simples, considerando que nada escrito en un estilo diferente era digno de leerse, y en consecuencia ocultaron el análisis por el cual encontraron sus construcciones.[27]

En la década de 1670 Newton estudió a profundidad el séptimo libro de las *Collectiones* de Pappus y comenzó a trabajar en la restauración de los libros extraviados de Apolonio.[28] Estos nuevos intereses llevaron a Newton a reevaluar el uso de la geometría. Este giro metodológico hacia la geometría está probablemente relacionado con el anticartesianismo de Newton, su admiración hacia los antiguos como fuente de sabiduría, y su sospecha hacia los "hombres de tiempos recientes" de quienes se quería distanciar. Newton llegó a la conclusión de que el "nuevo análisis" no era "digno de leerse": no era un lenguaje matemático apropiado para publicación.

Empero, podía divulgar por correspondencia el anterior método analítico, que era controversial y que no estaba en la línea de valores que deseaba promover. Entre las cartas matemáticas de Newton las más notables son las dos *epistolæ* de 1676 a Leibniz. La historia es bien conocida y ha sido narrada de manera magistral por A. R. Hall.[29]

---

del Libro 2. Y también, a partir de sus demostraciones compuestas, el análisis por el que se encontraron las proposiciones se puede aprender yendo en sentido contrario". Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.*, vol. 8, pp. 455-457.

27 Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.*, vol. 4, p. 277. Traducción inglesa del latín en Westfall, Richard S. *Never at Rest: a Biography of Isaac Newton.* Cambridge, 1980, p. 379.

28 Sobre los trabajos de Newton sobre Pappus y Apolonio, véase Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.*, vol. 4, pp. 217-405; vol. 7, pp. 248-400.

29 Hall, A. R. *Philosophers at War: the Quarrel between Newton and Leibniz.* Cambridge, 1980.

Debido a la insistencia de Henry Oldenburg, Newton resumió sus resultados en cálculo y series en dos cartas dirigidas a Leibniz. Allí declaró el teorema del binomio, reconociendo claramente su deuda a Wallis. También dio detalles sobre sus métodos de cuadraturas vía series infinitas. Las *epistolæ* y otro material concerniente a las cuadraturas mediante series infinitas, las imprimió Wallis mismo en su *Algebra* (1685) y en su *Opera* (1693, 1699).[30] Wallis claramente encontró estos resultados adecuados a su estilo matemático altamente algorítmico.

Es probable que a Newton le hubiera gustado ver impresos algunos de sus primeros descubrimientos sobre series y cuadraturas, dado que había señales de que muchos matemáticos se estaban acercando a los mismos resultados. Leibniz, en particular, representaba un peligro para el lugar de Newton como el matemático más eminente de Europa. Pero igualmente otros matemáticos se estaban acercando a los resultados de Newton. De manera más notable, el 9 de junio de 1684 David Gregory le había enviado a Newton su *Exercitatio geometrica de dimensione figurarum* (1684) donde se pueden encontrar varios teoremas de cuadraturas de series que ya estaban en el *De analysi*[31] de este último. Gregory estaba afirmando que estos resultados habían sido tomados de los papeles de su tío James. Nuevamente, a finales de la década de 1680, Gregory hizo un torpe intento de reclamar para sí el "primer teorema" sobre cuadraturas que Newton le había comunicado a John Craig en 1685.[32] A este reto Newton respondió trabajando en un tratado sobre cuadraturas el cual llegaría a ser el Tractatus de quadratura curvarum, que se imprimió en 1704 como apéndice a la *Óptica.*[33] Una de las razones por las que Newton imprimió sus descubrimientos matemáticos, aunque —así parece ser— no eran "dignos de leerse", era su deseo de asegurar la prioridad sobre Gregory y, mucho más aún, sobre Leibniz. En efecto, la impresión de las obras matemáticas de Newton, tuvo lugar en el contexto de la disputa sobre la prioridad con Leibniz. El compromiso de Newton con esta disputa sobre la prioridad, su nuevo estatus como el líder indisputable de los matemáticos británicos (adquirido principalmente después de la publicación

30 Extractos de la *epistolæ* a Leibniz se imprimieron en: Wallis, John. *A Treatise of Algebra: both Historical and Practical.* Londres, 1685, pp. 318-320, 330-333, 338-347; el primer teorema sobre cuadraturas en: Wallis, John, *Opera mathematica,* 3 vols, Oxford, 1693-1699, vol. 2, pp. 390-396; y el texto completo de la epístola a Leibniz en *ibíd.,* vol. 3, pp. 622-629, pp. 634-645.

31 Gregory, David. *Exercitatio geometrica de dimensione figurarum*. Edimburgo, 1684.

32 Véase Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.*, vol. 7, 3ss. para una precisa reconstrucción de Whiteside de este episodio.

33 Newton, Isaac. *Tractatus de quadratura curvaurum* impreso como un apéndice en *Opticks or, a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light. Also two Treatises of the Species and Magnitude of Curvilinear Figures.* Londres, 1704.

de los *Principia),* y los cambiantes cánones de publicación matemática a raíz de la fundación de revistas científicas, favorecieron todas la decisión de Newton para imprimir sus manuscritos matemáticos.

A este respecto es instructivo retroceder un poco para considerar los *Principia,* ya que fue allí donde Newton presentó sus matemáticas en forma impresa por primera vez. Su innovador método de series y fluxiones estaba, sin embargo, notablemente ausente de su *magnum opus.* Sólo unas pocas proposiciones hacen uso de las series, mientras que el algoritmo de las fluxiones emerge en sólo unas pocas páginas.[34] Newton optó por emplear, en lugar de ello, la versión geométrica de su cálculo de fluxiones, versión que había desarrollado en la *Geometria curvilinea.* En esta versión Newton se distancia de la herencia de Descartes y Wallis, evitando la representación de los objetos geométricos mediante ecuaciones y suprimiendo los infinitesimales en favor de los límites de las razones primeras y últimas. En consecuencia, mientras que al método sintético de fluxiones se le había dado un lugar prominente en los *Principia,* el método analítico sólo se invocaba de manera oblicua. Aun cuando en muchas demostraciones de los *Principia* hay rastros obvios de cálculos de trayectorias de curvaturas, de técnicas de integración y de series infinitas, Newton no le ofreció al lector detalle alguno sobre estas técnicas altamente algorítmicas. Cuando Roger Cotes —el joven editor de la segunda edición de los *Principia*— y Gregory se acercaron a su maestro para pedirle detalles sobre cómo completar algunas pruebas de los *Principia* que dependían de "la cuadratura de las curvas", Newton les reveló verbalmente y a través de cartas cómo aplicar su método analítico, en particular, las series infinitas y las cuadraturas.

Debe observarse que Newton, al ocultar su algoritmo fluxional en los *Principia,* opta en lugar de ello por usar su magnum opus como un vehículo para promover su investigación en geometría pura. Así lo hizo en las Secciones 4 y 5 del Libro 1, que quedan algo separadas del resto de los *Principia,* por ser de poco uso para la dinámica. Estas Secciones tienen que ver con problemas de geometría pura que habían ocupado a Newton en la década de 1670, siendo el más importante el problema de las cuatro líneas de Pappus. En la *Géométrie* Descartes le había dado una solución a este problema a fin de demostrar la superioridad de su método analítico con respecto a los de los geómetras antiguos. De hecho, según Descartes, ni Euclides ni Apolonio habían sido capaces de resolver este problema.[35] En las secciones

34 Sobre el uso oculto de las fluxiones en los *Principia,* véase Guicciardini, Niccolò. *Reading the Principia: the Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1730.* Cambridge, 1999.

35 Véase Descartes, René. *The Geometry. Óp. cit.,* pp. 16-17.

4 y 5, Newton pretendía demostrar que el locus de cuatro líneas puede determinarse no mediante “un cálculo analítico [como lo había hecho Descartes] sino por una síntesis geométrica, tal como lo exigían los antiguos”.[36] Estas dos secciones le parecían a los contemporáneos de Newton un manifiesto anticartesiano. Resumían la investigación en geometría pura que le había llevado a Newton a creer que los resultados de la década de 1670 constituían un redescubrimiento de los ocultos métodos geométricos analíticos de los antiguos. De hecho, Newton se adhirió a un mito generalizado del Renacimiento según el cual los antiguos geómetras habían ocultado su método de descubrimiento. En la actualidad, estos resultados de Newton los consideramos como una audaz anticipación a la geometría proyectiva.

El siguiente libro principal de Newton, después de los *Principia*, fue la *Óptica* que apareció en inglés en 1704. Esta obra contenía dos apéndices matemáticos en latín *De quadratura curvarum* y la *Enumeratio linearum tertii ordinis.*[37] En 1707 William Whiston editó la *Arithmetica universalis,*[38] mientras que en 1711, en el clímax de la disputa sobre la prioridad, William Jones organizó la publicación de algunos de los tratados matemáticos de Newton, incluyendo su juvenil *De analysi* (1669).[39] Al editar para la imprenta sus obras sobre fluxiones, Newton mostró cierto interés por los fundamentos. En efecto, es revelador el hecho de que modificara sus manuscritos originales de forma tal como para evitar referencia a los infinitesimales. Por ejemplo, en el *De quadratura* impreso (1704) Newton cambió *“infinite parva”* por *“admodum parva”*.[40] En la versión impresa de *De analysi* (1711), el editor William Jones cambió, *“esse infinite parvam”* por *“in infinitum diminui & evanescere”*,[41] muy probablemente por órdenes de Newton. Estas intervenciones estaban dirigidas a cambiar la forma analítica original del método de las fluxiones por una versión más compatible con el método sintético desarrollado en el *Addendum* y en la *Geometria curvilinea,* y aplicada extensivamente en los

36 Newton, Isaac. *The Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy,* a New Translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman, Assisted by Julia Budenz, Preceded by a Guide to Newton’s *Principia* by I. Bernard Cohen. Berkeley, Los Angeles, Londres, 1999, p. 485.

37 Se pueden encontrar ediciones críticas en Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.,* vol. 7, pp. 24-129, pp. 588-645.

38 Newton, Isaac. *Arithmetica universalis: sive de compositione et resolutione arithmetica liber*. Cambridge, 1707. Se puede encontrar una edición crítica en Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.,* vol. 5, pp. 54-491.

39 Newton, Isaac. *Analysis per quantitatum series, fluxiones, ac differentias: cum enumeratione linearum tertii ordinis.* Londres, 1711.

40 Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.,* vol. 7, p. 512 n.

41 *Ibíd.,* vol. 2, pp. 242-243.

Principia, una versión en la que las demostraciones estaban desarrolladas por el empleo de procedimientos límite, en lugar de infinitesimales.

Newton también aclaró en el Prefacio al *De quadratura* (1704), así como en el anónimo *Account of the Commercium Epistolicum* (1715) —un reporte que presentaba los resultados del comité de la Royal Society encargado de investigar el supuesto plagio por parte de Leibniz del método de Newton—, que las técnicas algorítmicas del método analítico de fluxiones eran sólo una herramienta heurística empleada no "para demostrar sino sólo para investigar una proposición, para llevar a cabo la solución";[42] una herramienta que podría y debería ser traducida a la rigurosa forma geométrica del método sintético característico de gran parte de los *Principia.* A menudo, Newton insistió en definir el método de Leibniz como una herramienta heurística, desprovista de carácter científico. En el *Account* afirmó: "[El método] del Sr. Leibniz sólo es para descubrir".[43] Su algoritmo fluxional analítico, por el contrario, era en su opinión verdaderamente demostrativo puesto que podría interpretarse en términos geométricos. Los valores que Newton promovía entre sus discípulos (continuidad con la pretérita tradición geométrica, interés en la representabilidad de los símbolos matemáticos, y desconfianza hacia las técnicas algorítmicas) estaban en agudo contraste con los valores adoptados con entusiasmo en la escuela leibniziana.

Las circunstancias que rodean la publicación de la *Arithmetica universalis* (1707) son interesantes. En este trabajo, que está consagrado al "análisis común" cartesiano, Newton publicó los resultados sobre la teoría de las ecuaciones que había logrado en la década de 1670, y que depositó en la biblioteca de la universidad en 1684. La *Arithmetica universalis* apareció anónimamente en 1707.[44] Allí explicó que estuvo compelido a publicar este texto a fin de obtener apoyo de sus colegas de Cambridge en la elección para el Parlamento en 1705.[45] En el prefacio "Al Lector"

42 *Ibíd.,* vol. 8, p. 572.

43 *Ibíd.,* p. 598.

44 Sobre el significado de las páginas de título anónimas en las obras de Newton, véase Cohen, I. Bernard. "The Case of the Missing Author: the Title Page of Newton's *Opticks* (1704), with Notes on the Title Page of Huygens's *Traité de la lumière*", en: Buchwald, J. Z. y Cohen, I. B. (eds.). *Isaac Newton's Natural Philosophy.* Cambridge (Mass), Londres, 2001, pp. 15-45.

45 David Gregory escribió: "Aparentemente estuvo forzado a permitirlo, hace más o menos 14 meses, cuando se postuló como parlamentario de la Universidad. No había visto ni una página, ni sabía qué valor tenía, ni cuántas páginas tendría, ni recordaba bien su contenido. En este verano pretende ir a Cambridge para verlo, y si no le complace, comprará todas las copias". Citado en: Hiscock, W. G. (ed.). *David Gregory, Isaac Newton and Their Circle: Extracts from David Gregory's Memoranda, 1677-1708.* Oxford, 1937, p. 36.

se afirmaba que el autor había "condescendido tratar" el tema. La *Arithmetica universalis* terminaba con algunas afirmaciones muy citadas a favor de la geometría pura y en contra de los "modernos" quienes habían perdido la "elegancia" de la geometría. En síntesis, pues, Newton publicó en sus años maduros algunos de sus primeros manuscritos matemáticos analíticos, pero rutinariamente insistía en que estas obras no agotaban el verdadero propósito de su actividad matemática, y que sus obras geométricas eran superiores.[46]

3. La matemática británica newtoniana previa al *Treatise* de Maclaurin

A partir de este breve esbozo de la carrera matemática de Newton, debería ser evidente que el legado que dejó a sus seguidores fue complejo.[47] Newton dedicó sus esfuerzos al desarrollo de un elaborado algoritmo tanto en análisis común (la *Arithmetica universalis*) como en el nuevo análisis (el *De analysi,* la *Enumeratio,* y el *De quadratura)*. Pero también le transmitió a sus discípulos la idea de que los clásicos griegos eran superiores a los matemáticos modernos, y que los antiguos poseían herramientas geométricas heurísticas ocultas que, sin embargo, podrían recuperarse analizando pacientemente los textos que subsistían. Por tanto, en la escuela matemática newtoniana se pueden distinguir cuatro líneas de investigación: i) en análisis común, o álgebra; ii) en el nuevo método analítico de series y fluxiones; iii) en el método sintético de fluxiones; y iv) en geometría pura (que en realidad es una anticipación de la geometría proyectiva). Es útil distinguir un período temprano, que se extiende desde principios del siglo XVIII hasta mediados de éste, de un período posterior. Contrario al veredicto de la concepción heredada, en el período temprano florecieron las matemáticas newtonianas. Matemáticos tales como Brook Taylor, James Stirling, Roger Cotes, Abraham de Moivre, y Colin Maclaurin estaban entre los mejores de aquellos que se dedicaban al nuevo análisis de Newton. Taylor enriqueció además la geografía conceptual de las matemáticas newtonianas porque creía que el método analítico de fluxiones era sólo un caso particular de una teoría más general, el método de incrementos (lo que ahora llamaríamos cálculo de diferencias finitas), como lo había previsto Newton en su *Methodus differentialis* (1711).[48]

---

46 Sobre la publicación de Newton de sus obras matemáticas, véase mi "Isaac Newton and the Publication of His Mathematical Manuscripts", en: *Studies in the History and Philosophy of Science,* 35, 2004, pp. 455-470.

47 Para un examen e información bibliográfica véase Guicciardini, Niccolò. *Development of Newtonian Calculus in Britain 1700-1800.* Cambridge, 1989.

48 Se puede encontrar una edición crítica en Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.,* vol. 8, pp. 244-255.

De hecho, Taylor trabajó simbólicamente con diferencias finitas y obtuvo resultados en cálculo fluxional mediante argumentos límite dejando incrementos finitos tendientes a cero. El resultado más famoso que se obtuvo con estas técnicas es la expansión en series de Taylor. Las series infinitas eran una de las más importantes áreas de investigación para muchos matemáticos newtonianos tales como Taylor, Stirling con su *Methodus differentialis, sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum* (Londres, 1730), y de Moivre con su *Miscellanea analytica de seriebus et quadraturis* (Londres, 1730).[49] Uno de los propósitos principales al estudiar las series infinitas era la investigación de las "cuadraturas" (en términos leibnizianos, integración). Empero, sería un error pensar que las series infinitas era la única técnica de integración de la que disponían los newtonianos, como lo han sostenido algunos especialistas. En su *De quadratura,* Newton dejó un programa de investigación en integración finita que fue llevado a cabo, de manera más notable, por Roger Cotes en su "Logometria" (1714)[50] y en el póstumo *Harmonia mensurarum, sive analysis & synthesis per rationum & angulorum mensuras promotæ* (Cambridge, 1722).

Otro campo que necesitaba mejoras era la clasificación de las cúbicas de Newton, y Stirling se aplicó a este tema. En su *Lineæ tertii ordinis neutonianæ* (Oxford, 1717) aplicó el método analítico de fluxiones al estudio de veintidós especies de curvas cúbicas clasificadas por Newton y le adicionó cuatro nuevas que no aparecían en la *Enumeratio* impresa de Newton.

Así pues, existe amplia evidencia de que un grupo de matemáticos británicos activos durante las primeras décadas del siglo XVIII extendieron exitosamente las líneas de investigación presentes en trabajos altamente algorítmicos que Newton dejó sobre análisis común y nuevo análisis. Todos estos seguidores de Newton, contrario a la concepción heredada, estaban orgullosamente conscientes de que estaban contribuyendo a un nuevo tipo de matemáticas, altamente simbólicas.

Por otra parte, en algunos trabajos matemáticos británicos de principios del siglo XVIII, encontramos aplicado el método fluxional sintético, el uso del llamado método de las razones primeras y últimas típicamente estaba circunscrito a la investigación en astronomía física. En efecto, la investigación avanzada relacionada con los *Principia* estaba formada en términos de procedimientos geométricos límite

49 Véase Tweddle, Ian. *James Stirling's Methodus Differentialis. An Annotated Translation of Stirling's Text.* Londres, 2003.

50 Cotes, Roger. "Logometria", en: *Philosophical Transactions,* 39, 1714, pp. 5-45

como, por ejemplo, el estudio de John Machin sobre el movimiento de los nodos de la luna.[51] Otros trabajos como las *Prælectiones astronomicæ, Cantabrigiæ in scholis publicis habitæ* (Cambridge, 1707) de William Whiston y la *Astronomiæ physicæ & geometricæ elementa* (Oxford, 1702) de David Gregory, pueden tomarse como ejemplos de un enfoque geométrico de las fluxiones, ya que también se basaban en procedimientos geométricos límite al estilo de los *Principia.* Durante las primeras décadas del siglo XVIII los británicos newtonianos cultivaron el método de fluxiones y series en su versión algorítmica, pero las aplicaciones a la filosofía natural estaban formadas al estilo de los *Principia.* De esta manera, había una sorprendente división entre los trabajos algorítmicos desarrollados por los británicos en matemáticas puras, y el estilo geométrico que siguieron en áreas como la astronomía matemática, la teoría de las mareas, y el movimiento proyectil en medios resistentes. Hablando en términos generales, en el contexto de la filosofía natural, los newtonianos británicos recurrieron al modelamiento matemático basado en la geometría, mientras que el método analítico de fluxiones no se presentaba como un lenguaje matemático básico, sino antes bien como un instrumento auxiliar. Como Newton en los *Principia,* los newtonianos británicos usaron el método analítico para resolver ciertos problemas que requerían especialmente una integración o aproximación de una cantidad fluente por medio de series infinitas; pero estas aplicaciones de métodos algorítmicos se dan dentro de un procedimiento demostrativo que es eminentemente geométrico. A fin de entender la preferencia que la escuela newtoniana le confería a los métodos geométricos en filosofía natural, se debe tener presente que la cosmología de la gravitación tenía problemas —en particular el problema de los tres cuerpos— insuperables con las herramientas simbólicas a disposición de los matemáticos de principios del siglo XVIII. En ausencia de herramientas algorítmicas adecuadas, la elección necesaria era, por tanto, el modelamiento geométrico cualitativo. Esto en parte explica por qué en la filosofía natural el algoritmo tendía a permanecer subordinado a la geometría. A mediados del siglo, el supeditado —pero necesario— uso de los algoritmos en filosofía natural fue aprobado por tratados populares como los de Thomas Simpson y William Emerson que incluían capítulos dedicados a la solución en términos de simbolismo fluxional y series de problemas típicos de los *Principia* como el movimiento de la fuerza central, el movimiento en medios resistentes, y la atracción de los cuerpos extensos.[52] Estas secciones revelaban el algoritmo oculto en los *Principia* de forma didáctica.

---

51 Machin, John. "De motu nodorum lunae", en: Isaac Newton, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica,* 3ª ed., Londres, 1726, pp. 451-454.

52 Simpson, Thomas. *The Doctrine and Application of Fluxions. Containing (Beside What is Common on the Subject) a Number of New Improvements in the Theory. And the Solution of a Variety of*

Por ejemplo, en la Sección III del ampliamente difundido *Doctrine of Fluxions* de Emerson, impreso por primera vez en 1743, se encuentran tratamientos fluxionales simbólicos de una larga serie de problemas que obviamente provienen de los *Principia.*

Otra fuerte tradición que proviene del trabajo de Newton era la geometría proyectiva. Newton había tenido éxito al comunicar el clasicismo matemático a algunos de sus discípulos. Algunos resultados de este interés fueron, por ejemplo, las ediciones de las Cónicas de Apolonio por David Gregory y Edmond Halley en Oxford, o la pretendida restauración de los *Porismos* de Euclides por Rober Simpson y Matthew Stewrad en Glasgow y Edimburgo.[53] Tal investigación humanista no sólo estuvo motivada por intereses anticuarios, puesto que produjo resultados innovadores en geometría proyectiva que aún en el siglo XIX eran elogiados por Michel Chasles.[54] El estudio de la construcción orgánica de las curvas (curvas generadas por la intersección de líneas en movimiento), y la transformación "por sombras" de las curvas, fueron importantes áreas de investigación en este campo, y Maclaurin y Patrick Murdoch contribuyeron con nuevos resultados.[55]

George Davie, en su muy influyente libro *The Democratic Intellect,* apodó la escuela de Simson y Stewart, a la cual el ecléctico Mclaurin pertenecía sólo de forma marginal, como "helenismo matemático": una escuela caracterizada por el clasicismo, con una preferencia de la geometría sobre el álgebra, y por un interés por los fundamentos de la geometría y del método fluxional.[56] No obstante, sería erróneo

---

New, and Very Interesting, Problems in Different Branches of the Mathematicks, 2 vols. Londres, 1750; Emerson, William. *The Doctrine of Fluxions: Not Only Explaining the Elements Thereof, But Also Its Application and Use in the Several Parts of Mathematics and Natural Philosophy.* Londres, 1743.

53 Simson, Robert. "Pappi Alexandrini propositiones duæ generales", en: *Philosophical Transactions* 32, 1723, 330-40; *Opera quædam reliqua.* Glasgow, 1776. Stewart, Matthew. "Pappi Alexandrini collectionum mathematicarum libri quarti propositio quarta generalior facta, cui propositiones aliquot eodem spectantes adjicuntur", en: *Essays and Observations Physical and Literary, Read before a Society in Edinburgh, and Published by Them*, 2 vols. Edimburgo, 1754, vol 2, pp. 141-172; *Propositiones geometricæ, more veterum demonstratæ, ad geometriam antiquam illustrandam et promovendam idoneæ.* Edimburgo, 1763. Véase Tweddle, Ian. *Simson on Porisms: an Annotated Translation of Robert Simson's Posthumous Treatise on Porisms and Other Items on This Subject.* New York, Berlín, Heidelberg, 2000.

54 Chasles, Michel. *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne.* París, 1837.

55 Murdoch, Patrick. *Neutoni genesis curvarum per umbras, seu perspectivae universalis elementa; exemplis coni sectionum et linearum tertii ordinis illustrata.* Londres, 1746.

56 Davie, George E. *The Democratic Intellect: Scotland and Her Universities in the Nineteenth Century.* Edimburgo, 1964.

pensar que todos los matemáticos newtonianos se adhirieron a la escuela helenista, por cuanto que no todos los matemáticos británicos se adhirieron al clasicismo geométrico: como ya lo hemos visto, algunos de ellos prefirieron los métodos algorítmicos modernos. También sería erróneo considerar este "helenismo" simplemente como retroceso y como un fin muerto en el desarrollo de las matemáticas. Simson y Stewart, por ejemplo, continuaron de manera exitosa una tradición en geometría proyectiva a la que habían pertenecido Pascal, Desargues, de La Hire, y Newton mismo. Quienes se adhirieron a esta tradición en el siglo XVIII eran una minoría; se concibieron a sí mismos como herederos de la tradición griega. Aunque ahora sabemos que su lectura de los griegos clásicos era ahistórica, no obstante es interesante entender —siguiendo la sugerencia de Richards— que uno de los valores que promovieron era la continuidad con el pasado, una actitud que claramente sostuvo el maduro Newton.

4. La síntesis de Maclaurin

Maclaurin jugó un papel particularmente importante en la recepción del newtonianismo. En su *Account of Sir Isaac Newton's Philosophical Discoveries* (Londres, 1748) ofreció una presentación popular, pero extremadamente bien informada, de la metodología y filosofía natural de Newton. El *Treatise* es por igual fundamental en el campo de las matemáticas newtonianas, ya que en este extenso trabajo Maclaurin ofreció una síntesis de las diversas corrientes de la herencia matemática de Newton que se han considerado en §§ 2 y 3.

En 1725, Maclaurin llegó a ser profesor adjunto de matemáticas en Edimburgo, gracias a la recomendación de Newton. En su carta a Maclaurin del 21 de agosto de 1725, Newton aclaró que lo que más apreciaba del recién nombrado profesor era su competencia tanto en matemáticas modernas como antiguas: "Estoy muy complacido de saber que tienes pensado unirte al Sr. James Gregory en el cuerpo profesoral de matemáticas en Edimburgo, no sólo porque eres mi amigo, sino principalmente por tus capacidades, por tu conocimiento de los nuevos desarrollos de las matemáticas, así como del estado anterior de estas ciencias".[57] El estilo de Maclaurin como matemático era en efecto una síntesis de lo antiguo y lo moderno, como es manifiesto a partir de su obra principal, el *Treatise,* que apareció en Edimburgo en 1742.

Una de las motivaciones del Treatise es la famosa polémica que surgió tras la aparición del *Analyst* de Berkeley en 1734. Si bien es cierto que esta motivación

57 Newton, Isaac. *The Correspondence of Isaac Newton,* vol. 7. Cambridge, 1959-1977, p. 329.

no puede ser sobrestimada, es claro que la razón para escribir un libro de más de 700 páginas, cuyos temas van desde las series infinitas a las mareas, y desde el estudio de la atracción de los elipsoides hasta la integración de las funciones algebraicas, es más amplio. De hecho, Maclaurin presentó una exposición sistemática de una gran variedad de resultados, muchos de ellos sus contribuciones originales, en matemáticas puras y aplicadas. Pero además del deseo de refutar las críticas de Berkeley, y de imprimir sus resultados en matemáticas, en el *Treatise* de Maclaurin también es discernible el proyecto de unificar las diferentes corrientes del complejo legado newtoniano. En esta sección nos dedicaremos a este subyacente proyecto.

En el primer párrafo del prefacio del *Treatise,* Maclaurin afirmó:

> Aunque no se puede hacer comparación entre el alcance y la utilidad de los descubrimientos antiguos y modernos en Geometría, sin embargo parece que generalmente se reconoce que los antiguos tuvieron un cuidado mayor, y tuvieron más éxito al preservar el carácter de toda la evidencia. Esto me llevó a la determinación, después de haber tenido ese libro [el *Analyst*] en mis manos, […] de intentar reducir los elementos [del método de fluxiones] a la manera de los antiguos, a partir de unos principios muy sencillos, mediante demostraciones de la más estricta forma.[58]

Así Maclaurin, mientras aprecia el poder mayor de los métodos modernos comparados con los antiguos, subraya que los matemáticos antiguos eran más rigurosos.

El Prefacio está seguido por una introducción de cincuenta páginas sobre el método de exhausión, una técnica para el cálculo de áreas y volúmenes atribuida a Eudoxo y Arquímedes. El propósito de Maclaurin es mostrar que el método de fluxiones se sigue naturalmente de la "geometría de los antiguos". Lo mismo no puede decirse, según él, del método de los infinitesimales, el cual representa un alejamiento del rigor de la geometría antigua. La oposición de Maclaurin al método de los infinitesimales, a los "geómetras" que "se han envuelto en el laberinto del infinito" ocupa muchas páginas. Han abandonado la "fiel práctica de los antiguos" y han aceptado la divisibilidad infinita de la materia y la teoría vorticial de los movimientos planetarios:

> Los infinitos y los infinitesimales pasaron de la geometría a la filosofía, llevando consigo la oscuridad y perplejidad que no puede dejar de acompañarlos. Algunos admiten una división real, así como una divisibilidad de la materia in infinitum. Se imagina que los fluidos consisten de partículas infinitamente pequeñas, que están compuestas a la vez de otras infinitamente menores; y se supone que esta subdivisión continúa sin fin. Para resolver los fenómenos de la naturaleza, se proponen vórtices de grados indefinidos o infinitos, imitando los infinitesimales de la geometría; todo ello

58 Maclaurin, Colin. *Treatise*. *Óp. cit.,* pp. 7-8.

> cuando cualquier orden más elevado es insuficiente para tal propósito, o cuando se ocupan de una dificultad insuperable, un orden inferior puede preservar tan favorito esquema. La naturaleza está confinada en su operación a actuar por pasos infinitamente pequeños. Se rechazan los cuerpos perfectamente duros, y la antigua doctrina de los átomos es tratada de imaginaria porque en sus acciones y colisiones pueden pasar súbitamente del movimiento al reposo, o de éste a aquél, violando esta regla. De esta manera la doctrina de los infinitos está entretejida de nuestras especulaciones sobre la geometría y la naturaleza.[59]

Estas líneas son muy significativas, porque muestran cuán inextricablemente estaban conectadas las matemáticas con la filosofía natural en el pensamiento de Maclaurin. El poco riguroso método de los indivisibles e infinitesimales se tradujo en falsas creencias sobre la estructura de la materia y del éter, y conllevó al rechazo del atomismo y a la aceptación de las teorías vorticiales. Como lo afirmó, "Una filosofía absurda es el producto de una geometría viciada".[60] Leibniz y algunos de sus seguidores como Bernard le Bovier de Fontenelle son claramente su objetivo polémico tanto como Berkeley. ¿Cómo pues es posible vincular el método de exhausión de Arquímedes con el método de fluxiones, evitando el inseguro concepto de infinitesimal? Maclaurin expone muy claramente su programa:

> Nuestro designio en el siguiente tratado no es proponer alterar la noción de fluxión de Sir Isaac Newton, sino explicar y demostrar su método deduciéndolo ampliamente a partir de pocas verdades auto evidentes, en esa estricta forma. Y al tratarla, abstraer de todos los principios y postulados que puedan requerir imaginar cualesquiera otras cantidades, salvo aquellas que pueda concebirse que tienen existencia real. No consideraremos ninguna parte del espacio o el tiempo como indivisible o infinitamente pequeño, sino que consideraremos un punto como un término o límite de una línea, y un momento como un término o límite del tiempo. Tampoco resolveremos las líneas curvas o los espacios curvilíneos por elementos rectilíneos de cualquier clase […] el método de demostración, que fue inventado por el autor de las fluxiones, es preciso y elegante; pero proponemos empezar con uno que es un poco diferente el cual, al ser extraído un poco del de los antiguos, puede hacer más fácil a los aprendices la transición a su método […] y puede obviar algunas objeciones que se le han hecho.[61]

Maclaurin se refiere claramente al método de las razones primeras y últimas, es decir, al método sintético de fluxiones, como el "preciso y elegante" método newtoniano. Su objetivo es presentar este método de una forma que naturalmente se relaciona con el método de exhausión de Arquímedes. En el primer capítulo Maclaurin presenta las nociones de movimiento, espacio y velocidad; luego procede a introducir las nociones básicas de la geometría fluxional de Newton. La fluxión

59 *Ibíd.,* p. 39.

60 *Ibíd.,* p. 47.

61 *Ibíd.,* pp. 2-3.

se define como "la velocidad con la cual una cantidad fluye, en cualquier límite del tiempo mientras se supone que se genera".[62] Esta apelación al modelo cinemático no puede ser analizada más allá: según Maclaurin, sin embargo, esta apelación intuitiva le proporciona al método sintético de fluxiones de Newton una base ontológica ausente en el cálculo diferencial de Leibniz, dado que los infinitesimales —y aquí Maclaurin está de acuerdo con Berkeley— no tienen "una existencia real".

Después de estos preliminares, Maclaurin presenta cuatro axiomas (dos sobre movimiento acelerado, y dos sobre movimiento "retardado") que le permiten basar los procedimientos límite de Newton en una estructura axiomática análoga a la de las técnicas de exhausión. Todas las pruebas en el primer libro del *Treatise* de Maclaurin se asemejan estructuralmente a las técnicas de exhausión en cuanto prueban la imposibilidad de una desigualdad entre dos magnitudes geométricas.

Como lo señala Grabiner, sólo en el segundo libro "la geometría de las fluxiones" se abandona a favor de los "cómputos del método de fluxiones".[63] Aquí Maclaurin introduce la notación y el algoritmo del *De quadratura* de Newton; pero es muy cuidadoso en mostrar que es posible volver a traducir todos los teoremas al estilo cinemático del primer libro. Efectivamente, en el segundo libro Maclaurin a menudo se refiere a los artículos del primer libro a fin de mostrar que los resultados simbólicos de los cómputos de fluxiones pueden interpretarse en términos de magnitudes cinemáticas.

El *Treatise* de Maclaurin sistematizó ideas que estaban profundamente arraigadas en la escuela newtoniana. En primer lugar, defendió el clasicismo promovido por Newton en sus años maduros el cual compartían algunos newtonianos británicos. Si bien es cierto que es un lugar común afirmar que el "nuevo análisis" de Newton era sólo una generalización del "método de Arquímedes", nadie había intentado antes probar esto con tal detalle. En segundo lugar, se satisfizo la necesidad que se sentía por lo general de proporcionar un objetivo firmemente anclado para los cómputos en el método de fluxiones. Los teoremas del cálculo de ninguna manera trataban con "ficciones" o "fantasmas de cantidades difuntas", como sostuvo Berkeley, sino que tenían un significado cinemático: como había escrito Newton en su *De quadratura:* los fluentes y las fluxiones "existen en la naturaleza".[64] En el Libro 2 de su *Treatise* Maclaurin estaba desarrollando de esta forma la herencia algorítmica que dejó Newton, más particularmente en *De quadratura,* pero —en

62 *Ibíd.,* p. 57.

63 *Ibíd.,* p. 575.

64 Newton, Isaac. *The Mathematical Papers. Óp. cit.*, vol. 8, pp. 122-123.

perfecto acuerdo con la intensión de éste— esos "cómputos" fluxionales no estaban presentados como manipulaciones ciegas de los símbolos, sino antes bien, como un lenguaje elocuente que siempre podría traducirse a la terminología del modelo cinemático-geométrico del Libro 1. Como lo afirma Maclaurin en el capítulo 1 del Libro 2, las definiciones y axiomas de la parte algebraica del *Treatise* son compatibles con las del Libro 1 "siendo perfectamente consistentes con ellas; así como comúnmente se ilustran mejor desde la geometría otros principios y proposiciones del álgebra".[65]

La convicción de que el algoritmo es independiente de la geometría, posición ésta ratificada —como veremos en la próxima sección— por muchos matemáticos eminentes del continente, era pues ajena a Maclaurin. Igualmente ajena a su opinión era la idea según la cual las matemáticas podrían desarrollarse independientemente de la filosofía natural; para él, las matemáticas y la filosofía natural estaban profundamente entretejidas. El *Treatise* era, así pues, una síntesis de líneas de investigación presentes en los trabajos matemáticos impresos de Newton y en los trabajos de sus primeros seguidores: esta obra empezaba con un Prefacio que le rendía tributo a la geometría griega, y en el Libro 1 el venerado método de exhausión resultó ser la base del método geométrico de las razones primeras y últimas presentado en los *Principia.* El método analítico de fluxiones se desarrolló sólo después de que estas premisas se habían clarificado; los "cómputos" del Libro 2, que continuaban la tradición simbólica newtoniana, eran presentados no como un algoritmo independiente, sino como un simbolismo que siempre podría interpretarse en términos de nociones geométrico/cinemáticas.

5. El nacimiento del *cálculo euleriano*

El *Treatise* fue considerado generalmente por los matemáticos británicos como la respuesta definitiva a la crítica de Berkeley, pero Maclaurin había logrado mucho más que esto. Grabiner es bastante acertada al resaltar el impacto de Maclaurin sobre los matemáticos continentales. En efecto, el *Treatise* fue elogiado, usado y leído (se tradujo al francés en 1749[66]) por algunos de los más destacados matemáticos continentales. Pero tales lectores no hacen, por supuesto, de Maclaurin una figura representativa de la escuela continental. Muy por el contrario: una

65 Maclaurin, Colin. *Treatise*. *Óp. cit.*, p. 579.

66 Maclaurin, Colin. *A Treatise of Fluxions, in Two Books* (Edimburgo, 1742), 2ª ed. (Londres, 1801); una traducción francesa abreviada apareció como *Abregé du calcul integral ou méthode inverse des fluxions* (París, 1765).

comparación entre el *Treatise* y los trabajos continentales contemporáneos revela diferencias más conspicuas que avenencias. En esta sección sostendré que alrededor de mediados del siglo, los matemáticos continentales estaban desarrollando líneas que divergían de la tradición newtoniana como estaba sintetizada en el *Treatise.* Durante los años en que Maclaurin había compuesto el *Treatise,* los matemáticos continentales estaban en un proceso de "des-geometrizar" el cálculo leiniziano, para usar la frase de Henk Bos:

> durante el periodo 1650-1750, el análisis infinitesimal gradualmente se emancipó como una disciplina matemática separada, independiente de la imaginería geométrica de coordenadas, curvas, cuadraturas, y tangentes, y con su propio objeto, a saber, las expresiones analíticas y, después, las funciones. Este proceso de emancipación, que podría ser llamado la des-geometrización del análisis, constituyó la dinámica principal en el área de las actividades matemáticas centradas en la investigación de las curvas por medio de análisis finito e infinitesimal.[67]

Este proceso —sostengo— revolucionó la matemática continental del siglo XVIII al orientarse en una dirección que estaba enfrentada con los valores promovidos por Newton en sus años maduros y sistematizados por Maclaurin.[68] Este proceso cambió el lenguaje, las principales líneas de investigación, y lo valores subyacentes a la práctica matemática continental. A pesar de su magnitud, este cambio es difícil de discernir ya que tiene que ver con aspectos técnicos de matemáticas superiores y se dio en ausencia de declaraciones o manifiestos explícitos. Fue un cambio silencioso, y sin embargo significativo. Después de que se realizara, en la segunda mitad del siglo XVIII, quienes no participaron de él, como los británicos, quedaron aislados. Después de más o menos 1750, se dio una falta de comunicación en el Canal; ahora las dos comunidades hablaban lenguajes diferentes, y la conciencia de esta laguna pronto motivó intentos de reformar las matemáticas británicas por parte de gente como John Playfair, John Toplis, y Robert Woodhouse.

El cambio revolucionario en las matemáticas continentales puede resumirse brevemente recordando los desarrollos que han sido estudiados por especialistas como M. Blay, H. Bos, S. B. Engelsman, A. P. Youskevitch, C. Fraser, y I. Grattan-Guinness.[69]

67 Bos, Henk J. M. *Redefining Geometrical Exactness: Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction.* NewYork, Berlín, Heidelberg, 2001, p. 10.

68 La existencia de "revoluciones" en matemáicas es un tema muy debatido: véase Gillies, Donald (ed.). *Revolutions in Mathematics.* Oxford, 1992. Aquí uso el término de manera muy libre para denotar un cambio conceptual mayor. Véase también Maglo, Koffi. "The Reception of Newton's Gravitational Theory by Huygens, Varignon, and Maupertuis: How Normal Science May Be Revolutionary", en: *Perspectives on Science,* 11, 2003, pp. 135-169, donde la noción de Kuhn de "revolución invisible" se aplica al desarrollo de las matemáticas del siglo XVIII.

69 Véanse los trabajos citados en las notas siguientes.

Fraser, quien ha dedicado una serie de iluminadores artículos al desarrollo del análisis del siglo XVIII, caracteriza el cambio que ocurrió alrededor de 1740 en estos términos:

> La imagen que ahora surge del desarrollo del cálculo en el continente, podría dividir el desarrollo de investigación sobre el tema en tres amplios períodos: uno geométrico, en el que predominan los problemas y las concepciones de la geometría; uno analítico o "algebraico" que comienza en la década de 1740 en los escritos de Leonhard Euler y alcanza su expresión final con el trabajo de Joseph Louis Lagrange a finales de siglo; y el período del análisis clásico que comienza a principios del siglo XIX con los escritos de Augustin Louis Cauchy.[70]

Se debe recordar que sólo un puñado de matemáticos participó en el cambio desde el primer período, el geométrico, al segundo, el algebraico, y que el intercambio de información entre ellos, por medios tales como los manuscritos y presentaciones verbales, era inaccesible para las personas ajenas. Estos matemáticos formaron una red de competencia compartida y muchos de ellos obtuvieron posiciones de estatus alto en las diferentes academias continentales. Más adelante se sostendrá que los británicos no siguieron a las estrellas continentales en este profundo cambio conceptual, muy en particular, los trabajos de Euler y Lagrange raramente son citados en la literatura británica hasta principios del siglo XIX.

Como explica Fraser, alrededor de 1740 los matemáticos continentales, siendo muy probablemente el primero Leonhard Euler, empezaron a concebir el cálculo no tanto como un algoritmo para el estudio de las curvas u otros objetos geométricos (como había sido el caso para las obras de Leibniz y Newton), sino más bien como el estudio de las funciones entendidas como "expresiones analíticas compuestas de variables y constantes".[71] Este giro, pues constituye lo que Bos llama la "des-geometrización" del análisis del siglo XVIII, cuyos objetos ahora eran expresiones simbólicas, a saber, funciones. Además, las funciones podrían ser funciones multivariadas, es decir expresiones simbólicas de la forma $f(x,y,z, \ldots)$. El interés en las funciones multivariadas, que fue motivado por el estudio de las trayectorias ortogonales[72] y la mecánica del continuo,[73] condujo a las ecuaciones

70 Fraser, Craig. "The Calculus as Algebraic Analysis: Some Observations on Mathematical Analysis in the 18th Century", *Archive for the History of the Exact Sciences* 39, 1989, pp. 317-35, en la p. 317.

71 *"Funcio quantitatis ergo variabilis est expressio analytica quomodocunque composita ex illa quantitate variabili et numeris seu quantitatibus constantibus"*. Euler, Leonhard. *Introductio in analysin infinitorum.* (Lausanne, 1748) (= *Opera omnia,* 1/8-9), § 4.

72 Engelsman, S. B. *Families of Curves and the Origins of Partial Differentiation.* Ámsterdam, 1984.

73 Clifford A. Truesdell, "Rational Fluid Mechanics, 1687-1765", en: Euler, L. *Opera omnia.* Lausanne, 1954, 2/12: i-cxxv; "The Rational Mechanics of Flexible or Elastic Bodies 1638-1788", en: L. Euler, *Opera omnia,* Zurich, 1960, 2/11: sección 2.

diferenciales parciales; siendo D'Alembert, Daniel Bernoulli y Euler los primeros en manejar, alrededor de 1750, una ecuación diferencial parcial en su estudio de la cuerda vibrante.[74] Finalmente, los enfoques hacia la dinámica analítica en términos de principios extremos (tales como los de mínima acción o el de velocidades virtuales) conllevaron al desarrollo del cálculo de variaciones, siendo Euler el primero en desarrollar este método.[75] Dada la importancia de Euler en este proceso de des-geometrización del cálculo leibniziano, a esta nueva teoría simbólica podemos darle el nombre de "cálculo euleriano" para distinguirlo del de Leibniz. Unos cuantos ejemplos tomados del trabajo de Euler serán suficientes para darle estilo a esta nueva teoría.

Uno de los más célebres tratados de Euler es la *Introductio in analysin infinitorum* que apareció en 1748.[76] Aunque fue publicado sólo seis años después del *Treatise* de Maclaurin, su estilo y alcance son completamente diferentes; sólo un breve examen revelará lo que Bos describe como "des-geometrización". El primer volumen está dedicado por completo a definir, clasificar, y manipular las "funciones" de una o más variables, definidas como expresiones simbólicas que implican cantidades variables y constantes. Tal enfoque no se encuentra en Newton ni en Leibniz: es una contribución original —de hecho una revolución— que debe acreditársele a la generación de Euler. Las funciones se dividen en las siguientes clases: racional e irracional, logarítmica, exponencial, trigonométrica, par e impar, y así sucesivamente. Muchas páginas están dedicadas a teoremas relacionados con clases de funciones (por ejemplo, su transformación, o sus series de expansión). Escasamente se apela a la intuición geométrica o cinemática. Euler se opone a confiar en las demostraciones basadas en las propiedades geométricas porque considera

74 El descubrimiento del cálculo parcial diferencial fue un logro de varios matemáticos continentales. J. L. Greenberg ha subrayado la importancia para este desarrollo de un matemático francés poco conocido, Alexis Fontaine des Bertins, quien estuvo activo en la década de 1720. Véase Greenberg, J. L. "Alexis Fontaine's Integration of Ordinary Differential Equations and the Origins of the Calculus of Several Variables", en: *Annals of Science,* 39, 1982, pp. 1-36. Sobre las ecuaciones diferenciales parciales, véase Demidov, S. S. "The Study of Partial Differential Equations of the First Order in the 18th and 19th Centuries", en: *Archive for the History of the Exact Sciences,* 26, 1982, pp. 325-350.

75 Fraser, Craig. "D'Alembert's Principle: the Original Formulation and Application in Jean d'Alembert's Traité de dynamique (1743)", en : *Centaurus,* 28, 1985, pp. 31-61, pp. 145-159; "J. L. Lagrange's Changing Approach to the Calculus of Variations", en: *Archive for the History of the Exact Sciences,* 32, 1985, pp. 151-191; Goldstine, H. H. *A History of the Calculus of Variations from the 17th Through the 19th Century*, New York, 1980; Ivor Grattan-Guinness, "The Varieties of Mechanics by 1800", en: *Historia Mathematica,* 17, 1990, pp. 313-338.

76 Véase nota 71.

que son "extraídas de una fuente ajena".[77] En el segundo volumen, toda vez se comprenden las técnicas algorítmicas, se aplican a temas geométricos como el estudio de las cúbicas, cuadráticas, asíntotas, curvaturas y superficies. Las características geométricas no son aquí el fundamento que justifica la rigurosa manipulación del simbolismo del cálculo, como lo era para Maclaurin, sino como una aplicación de las técnicas algorítmicas que se desarrollan primero e independientemente de cualquier interpretación.[78] Otra novedad sorprendente del cálculo euleriano es que esas técnicas algorítmicas tienen que ver con *clases* de funciones.

Euler desarrolló sus tratados más avanzados sobre cálculo diferencial e integral en los lineamientos indicados en la *Introductio*. En sus *Institutiones calculi differentialis* (1755) y en las *Institutiones calculi integralis* (1768-70), estudió las clases de funciones simples o multivariadas como expresiones simbólicas, y su propósito era determinar sus derivadas e integrales.[79] Después de lograr estos resultados simbólicos, Euler podría aplicarlos a la geometría o la mecánica.

La mecánica en particular tomó una forma que contrastaba con el estilo británico. Ya la *Mechanica* (1736) del joven Euler tenía un estilo bastante lejano al de los *Principia*, el seguido por los británicos.[80] Como hemos visto, sería simplista definir el estilo de los *Principia* como "geométrico", ya que Newton y sus seguidores hicieron uso de las series y cuadraturas en sus estudios sobre filosofía natural. No obstante, esas técnicas algorítmicas estaban supeditadas a la geometría: se usaban a fin de superar problemas demostrativos específicos. En contraste, la *Mechanica* de Euler se presenta desde el principio como una aplicación del cálculo diferencial e integral. El joven Euler expresó su agenda muy claramente:

> Pero lo que ocurre con todos los trabajos compuestos sin análisis es particularmente cierto con aquellos que pertenecen a la mecánica. El lector, en efecto, aunque esté persuadido de la verdad de las cosas demostradas, no puede, sin embargo, alcanzar un conocimiento suficientemente claro y distinto de ellas. De manera que difícilmente es capaz de resolver los mismos problemas con sus propias capacidades, cuando son alterados levemente, si no los investiga mediante el análisis y si no desarrolla las mismas proposiciones mediante el método analítico. Esto es exactamente lo que

77 Fraser, Craig. "Calculus as Algebraic Analysis". *Óp. cit.,* p. 319.

78 Este es un tema delicado, ya que podría alegarse que Euler nunca abandonó por completo la necesidad de una interpretación geométrica. De hecho, Euler le dio delicada atención a la dimensión geométrica de los diferenciales, los cuales entendía como líneas, ángulos, superficies etc., infinitesimales en lugar de símbolos algebraicos.

79 Euler, Leonhard. *Institutiones calculi differentialis.* Berlín, 1755 = *Opera omnia,* 1/10; *Institutiones calculi integralis* (St. Petersburg, 1768-70) = *Opera omnia,* 1/11-13.

80 Euler, Leonhard. *Mechanica, sive, motus scientia analytice exposita.* St. Petersburg, 1736 = *Opera Omnia,* 2/1-2.

> solía ocurrirme cuando empecé a examinar los *Principia* de Newton y la *Phoronomia* de Hermann. De hecho, aun cuando pensaba que podía entender lo suficientemente bien las soluciones a muchos problemas, no podía resolver los problemas que eran ligeramente diferentes. Por tanto, por esa época me esforcé tanto como pude en llegar al análisis que le subyacía a esos métodos sintéticos, y tratar esas proposiciones en términos de análisis para mis propios propósitos. Gracias a este procedimiento logré una significativa mejoría en mi conocimiento.[81]

Es interesante notar que Euler era consciente del hecho de que ahora se estaba alejando no sólo de la tradición newtoniana de los *Principia*, sino también de la leibniziana como lo ilustra la *Phoronomia* (1716) de Jacob Hermann.[82] En la *Mechanica,* Euler trata la dinámica de un punto másico; como lo explicó, su meta era tratar en futuros trabajos cuerpos rígidos, flexibles, y fluidos también.[83] La comprensión completa de este programa le habría de ocupar toda su vida a Euler. La *Mechanica* podría definirse como un trabajo de sistematización de los resultados obtenidos en su mayoría durante las primeras décadas del siglo XVIII, pero su innovador carácter metodológico no puede sobrestimarse. Todo el trabajo es una aplicación sistemática de un limitado número de ecuaciones diferenciales básicas. La *Mechanica* mostró clara y extensamente cuán "notable" podría ser la aplicación del cálculo diferencial e integral a la ciencia del movimiento. Después de la sistematización de Euler de la dinámica de puntos másicos en términos del cálculo diferencial e integral, el estilo euleriano habría de dominar la escena continental.

D'Alembert, Lagrange, y Laplace —para mencionar sólo unas pocas figuras principales— trabajaron todos conforme a los lineamientos de Euler, pese a sus diferencias. El objeto de sus cálculos eran las clases de funciones simples y multivariadas, en lugar de curvas y superficies; las ecuaciones diferenciales parciales

---

81 *"Sed quod omnibus scriptis, quæ sine analysi sunt composita, id potissimum Mechanicis obtingit, ut Lector, etiamsi de veritate eorum, quæ proferuntur, convincatur, tamen non satis claram et distinctam eorum cognitionem assequatur, ita ut æsdem quæstiones, si tantillum immutentur, proprio marte vix resolvere valeat, nisi ipse in analysin inquirat easdemque propositiones analytica methodo evolvat. Idem omnino mihi, cum Neutoni* Principia *et Hermanni* Phoronomiam *perlustrare cœpissem, usu venit, ut, quamvis plurium problematum solutions satis percepisse mihi viderer, tamen parum tantum discrepantia problemata resolvere non potuerim. Illo igitur iam tempore, quantum potui, conatus sum analysin ex synthetica illa methodo elicere easdemque propositiones ad meam utilitatem analytice pertractare, quo negotio insigne cognitionis meæ augmentum percepi".* Euler, L. *Mechanica. Óp. cit.,* p. 8.

82 Hermann, Jacob. *Phoronomia, sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum libri duo*. Ámsterdam, 1716. Sobre Hermann, véase Mazzone, Silvia y Roero, Clara S. *Jacob Hermann and the Diffusion of the Leibnizian Calculus in Italy.* Florence, 1997.

83 Euler, L. *Mechanica. Óp. cit*., pp. 38-39.

y el cálculo de variaciones estaban entre las más importantes áreas de investigación de su producción; la mecánica analítica basada en principios extremos les confirió un estímulo para sus algoritmos, y era una aplicación de ellos. Además, enfatizaron el carácter algebraico del cálculo diferencial e integral, obteniendo soluciones en términos de manipulaciones de símbolos, en lugar de términos de propiedades geométricas, y defendieron la necesidad de separar el cálculo de la geometría.[84]

Las opiniones de John Playfair, un matemático escocés muy reputado, son interesantes sobre este aspecto.[85] Uno de los artículos más influyentes suyos fue una reseña, publicada en 1708, de la *Mécanique céleste* de Laplace que a menudo era elogiado como uno de los primeros intentos de despertar el interés en los matemáticos británicos por los trabajos de la escuela francesa.[86] Playfair no sólo comentó el contenido de los cuatro primeros volúmenes de la obra maestra de Laplace, sino que los ubicó en el contexto del desarrollo de la astronomía del siglo XVIII y, a manera de conclusión, le añadió algunas consideraciones sobre las razones de la inferioridad de los logros británicos. El progreso de las matemáticas después de Newton y Leibniz se describe como dependiente del tratamiento analítico de la trigonometría, el descubrimiento de la "diferencias parciales" o "fluxiones parciales", el "calculus variationum", y la integración de nuevas. En el campo de la mecánica, Playfair observó la emergencia del principio de velocidades virtuales y su empleo en la *Méchanique analitique* de Laplace (París, 1788); luego procedió a mostrar cómo Lagrange fue capaz de emplear estas herramientas en el estudio de la astronomía. Playfair le prestó particular atención al problema de los tres cuerpos y a la teoría de las mareas. Concluyó su reseña con una pregunta:

> En la lista de matemáticos y filósofos a quienes esa ciencia [la astronomía matemática] les debe su perfeccionamiento durante los últimos sesenta o setenta años, difícilmente hay un nombre de la Gran Bretaña que deba mencionarse. ¿Cuál es la razón de esto?[87]

Playfair pasa a describir la situación en Inglaterra y Escocia:

> El cálculo de senos no era conocido en Inglaterra hasta hace muy poco. Del método de diferencias parciales, creemos que ninguna mención se hace en autor inglés alguno, mucho menos de su aplicación a cualquier investigación. Los métodos generales de

84 Fraser, Craig. "Calculus as Algebraic Analysis". *Óp. cit.*, p. 319.

85 John Playfair (1748-1819) hoy se recuerda mejor como biólogo. De hecho, desde 1797 se embarcó en el proyecto de sistematizar y comentar la teoría de la Tierra de John Hutton. Empero, Playfair también ocupa un lugar importante en la historia de la matemáticas británicas del siglo XVIII. Véase Ackerberg-Hastings, Amy. "Analysis and Synthesis in John Playfair's Elements of Geometry", en: *British Journal for the History of Science,* 35, 2002, pp. 43-72.

86 Playfair, John. "Traité de Mechanique Celeste", en: *The Edinburgh Review,* 22, 1808, pp. 249-284.

87 *Ibíd.,* pp. 279-280.

> ecuaciones diferenciales integrales o fluxionales, el criterio de integrabilidad, las propiedades de las ecuaciones homogéneas, etc. eran desconocidas a todos ellos; y difícilmente podría decirse que en las partes más problemáticas de la doctrina de las fluxiones ha habido desarrollo más allá de los de su inventor. Al momento de escribir estas líneas, los tratados de Maclaurin y Simpson[88] son los mejores que tenemos sobre cálculo fluxional, a pesar de la gran magnitud de desarrollos que han hecho los matemáticos extranjeros desde que aparecieron por primera vez. Estos son hechos que es imposible ocultar; y son de tal alcance, que un hombre perfectamente puede llegar a conocer cada detalle del conocimiento matemático que se ha escrito en este país, y sin embargo puede verse detenido en la primera página de las obras de Euler y D'Alembert. Se detendrá, no por la diferencia de la notación fluxional (dificultad ésta que fácilmente se puede superar), ni por la oscuridad de estos autores, quienes son escritores muy claros, en especial el primero de ellos, sino por la falta de conocimiento de los principios y métodos que dan por sentado que todo lector matemático conoce. Si nos acercamos a trabajos de una dificultad aún mayor, como la *Méchanique [sic] Céleste*, nos aventuraremos a decir que el número de personas que en esta isla puede leerlo con una facilidad tolerable, es en efecto reducido. Si reconocemos dos o tres en Londres y en las escuelas militares vecinas, el mismo número en cada una de las dos universidades inglesas, y quizás cuatro en Escocia, difícilmente sobrepasaremos la docena; y sin embargo estamos completamente persuadidos de que nuestro conocimiento está más allá de la verdad.[89]

Playfair identifica lúcidamente el giro de mediados de siglo que dos siglos después sería notado por historiadores perceptivos como Bos y Fraser. La reseña de Playfair es típica del pesimismo compartido por varios matemáticos británicos de principios del siglo XIX. Muchos reformadores, —incluyendo a Robert Woodhouse, John Toplis, Charles Babbage, John F. W. Herschel, y George Peacock— denunciaron la falta de comunicación entre el Continente y la Gran Bretaña. Sus autocríticas revelan el abismo que separa las escuelas británica y continental.[90]

6. ¿Por qué una división?

Las razones de esta división entre las dos comunidades después de la mitad del siglo XVIII siguen siendo un problema historiográfico sin responder. Es claro que la falta de comunicación entre los matemáticos continentales y los británicos que se estableció durante la segunda mitad del siglo XVIII fue un fenómeno de gran escala que debe haber tenido sus raíces en los contextos culturales en que se

---

88 Es decir, el *Treatise* de Maclaurin y el *Doctrine and Application de Simpson* (véase nota 52).

89 *Ibíd.,* p. 281.

90 Se pueden encontrar críticas similares en una reseña anónima al tratado de cálculo de tres volúmenes de Sylverstre F. Lacroix. Esta reseña se discute en Warwick, Andrew. *Masters of Theory: Cambridge and the Rise of Mathematical Physics.* Chicago y Londres, 2003, p. 66.

se encontraban las dos comunidades mismas.[91] Para nosotros hoy, el valor de la investigación de un Euler o un Lagrange es evidente. Las razones por las cuales la comunidad de matemáticos británicos de finales del siglo XVIII ni siquiera les puso atención deben residir en los componentes culturales que serán resueltos sólo por futuras interpretaciones históricas. En esta sección me gustaría señalar enfoques plausibles que se podrían adoptar a fin de entender la división matemática entre la Gran Bretaña y el Continente. Primero, consideraré el papel que se le atribuyó a las matemáticas en las dos principales instituciones británicas, a saber, la Royal Society y la Universidad de Cambridge. Como veremos, contrario a lo que ocurrió en las academias continentales, la investigación en matemáticas avanzadas no estaba patrocinada en ninguna de estas instituciones. Segundo, consideraré algunos aspectos culturales comunes en las academias continentales, que eran una premisa para la emergencia y hegemonía del cálculo euleriano en París, Berlín y San Petersburgo.

Los estudios de M. Feingold y J. Gascoigne sobre la recepción de las matemáticas en la Royal Society y en la Universidad de Cambridge, la reciente investigación de A. Warwick sobre el surgimiento de la física matemática en Cambridge y las investigaciones de M. Blay, M. Terral y J. B. Sank sobre el estudio de las matemáticas en la Francia del siglo XVIII, ofrecen en conjunto un prometedor punto de partida.[92] Todos estos estudios de primer orden están de acuerdo en que la notable diferencia entre los matemáticos continentales eulerianos y los matemáticos británicos newtonianos está inscrita en un contexto cultural más amplio en que cada uno estaba localizado. Se debe tener presente que la revolución euleriana fue el trabajo de un grupo de matemáticos talentosos muy reducido que recibió apoyo

---

91 Se puede sostener razonablemente, como lo hace P. Kitcher, que existe una concepción compartida sobre la naturaleza y el papel de las matemáticas tras las prácticas matemáticas aceptadas por una comunidad específica, y que los cambios en dichas concepciones meta-matemáticas están entremezcladas con cambios de gran escala en otros componentes específicos de la cultura y la sociedad de los matemáticos. Véase Kitcher, Philip. *The Nature of Mathematical Knowledge.* New York y Oxford, 1983, p. 191.

92 Véase Shank, J. B. "'There was no such Thing as the 'Newtonian Revolution', and the French Initiated it'. Eighteenth-Century Mechanics in France Before Maupertuis", en: *Early Science and Medicine,* 9, 3, pp. 257-292; Kitcher, Philip. *The Nature of Mathematical Knowledge.* New York y Oxford, 1983; Gascoigne, John. *Cambridge in the Age of Enlightenment: Science, Religion, and Politics from the Restoration to the French Revolution.* Cambridge, 1992; Warwick, Andrew. *Masters of Theory.* Chicago, 2003; Mary Terrall, "Metaphysics, Mathematics, and the Gendering of Science in Eighteenth-Century France", en: Clark, W.; Golinski, J. y Schaffer, S. (eds.). *The Sciences in Enlightened Europe*. Chicago y Londres, 1999, pp. 246-271; Blay, Michel. *La naissance de la mécanique analytique: la science du mouvement au tournant des XVIIe et XVIIIe siècles.* París, 1992.

de las academias de París, Berlín y San Petersburgo, o al menos estuvieron muy ligados a ellas.[93] El estatus de estos matemáticos en estas instituciones era bastante elevado.[94] Como lo han mostrado E. Brian y M. Terral, la estructura meritocrática de la Academia Francesa favorecía la hegemonía del análisis matemático: los matemáticos que practicaban el cálculo abstracto euleriano se encontraban en la cima de la Academia y protegidos en un espacio privilegiado. Brian y Terrall relacionan este éxito de las matemáticas analíticas con la consolidación del legado de d'Alembert por Condorcet y Laplace.[95]

Todo esto contrasta con lo que ocurrió en la Royal Society, donde, como Feingold ha mostrado, la matematización abstracta de los *Principia* de Newton pronto encontró oposición por parte de los miembros que durante la presidencia de éste se quejaban de la marginalización de temas como la historia natural, la historia anticuaria, y la botánica. En la Royal Society, los valores baconianos como la utilidad, la paciente recolección de los hechos, y la evidencia, frecuentemente se enfrentaban a la abstracción de las ciencias matemáticamente basadas. El enfoque de Newton, que consistía en una "inflexible convicción sobre la primacía de las matemáticas en el ámbito de la filosofía natural [...] y su condescendiente concepción de tradición de la historia natural",[96] era compartida sólo por una fracción de los miembros. Muchos de ellos se definían a sí mismos como "naturalistas" y combatían la "filomatemática" newtoniana. Feingold ofrece una nueva comprensión sobre la

93 Para mencionar sólo algunos de estos matemáticos: Nicholas y Daniel Bernoulli así como Jacob Hermann estuvieron por algún tiempo en San Petersburgo; Euler dividió su vida entre Berlín y San Petersburgo; Lagrange estuvo en Berlín (1766-1787) y en París; todos los grandes franceses, incluyendo a Clairaut, D'Alembert y Laplace, fueron miembros prominentes de la Academia Francesa.

94 Es interesante notar que a principios del siglo XVIII el cálculo diferencial y el integral —una teoría cuyo estatus todavía estaba muy disputado— se introdujo y defendió en estas academias por filósofos como Nicolás Malebranche, que desde 1699 libraron una batalla a favor del cálculo de Leibniz, por Leibniz mismo y por Wolff en Berlín y San Petersburgo. Estos filósofos —como argumenta Shank en su discusión sobre Malebranche en su contribución al vol. 9, Nº 3 de *Early Science and Medicine*— estuvieron profundamente involucrados en la investigación matemática y le confirieron un elevado lugar a las matemáticas en sus sistemas filosóficos. Esto ayudó a crearles un espacio conceptual y social a las matemáticas en las Academias continentales. Sería un craso error, por supuesto, ver las academias continentales del siglo XVIII dominadas por Malebranche, y la llamada filosofía leibniz-wolffiana. Muy por el contrario, tanto el *siècle des lumières* francés como la *Aufklärung* alemana pronto se dividieron en muchas ramas que mostraban una considerable independencia de esas raíces filosóficas. Sin embargo, las academias continentales le siguieron garantizando un elevado estatus social, de acuerdo con las desideratas de estos eminentes padres fundadores.

95 Terrall, Mary. "Metaphysics...". *Óp. cit.,* p. 256. Brian, E. *La mesure de l'état: administrateurs et géomètres au XVIIIe siècle.* París, 1994.

96 Feingold, M. "Mathematicians and Naturalists...". *Óp. cit.,* p. 78.

disputa que hubo a principios del siglo XVIII entre los dos campos y documenta las tensiones entre los miembros. La batalla sobre el artículo de Newton de 1672 sobre el *experimentum crucis* es considerado por Feingold como el comienzo de una guerra que terminó el año de la muerte de Newton con la batalla entre Martin Folkes y Hans Sloane por la presidencia de la Royal Society.[97] La elección de Sloane en 1727 marcó una derrota para los filomatemáticos. Hasta su muerte en 1727, Newton había apoyado fuertemente a los matemáticos entre los miembros y había actuado como patrocinador de los puestos en matemáticas en las universidades inglesas y escocesas; tengamos presente a partir del § 3 que pudo basar su campaña en un grupo de talentosos matemáticos como David Gregory, Roger Cotes, y Colin Maclaurin. Después de la muerte de Newton, el partido matemático de la Royal Society se vio envuelto en dificultades que tuvieron su clímax bajo la presidencia de Joseph Banks.

En efecto, las tensiones entre los filomatemáticos y los "discípulos de Lineo" volvió a ocurrir a finales de la década de 1770. En 1779 Charles Hutton, matemático que enseñó en el Royal Military College de Woolwich, fue elegido Secretario Extranjero de la Royal Society. En 1783 fue obligado a dimitir, después de que el comité reportara su falta de compromiso. En realidad, la expulsión de Hutton estuvo urdida por Banks, presidente de la Royal Society de 1779 a 1820. Bajo la larga presidencia de Banks los practicantes de las matemáticas eran discriminados por los miembros de la Sociedad de Anticuarios, la Sociedad Lineana, o la Sociedad Horticultural. De hecho, Banks personalmente rechazó del cuerpo de miembros una serie de matemáticos incluyendo a Clarke, Marlow y des Barres.[98] En febrero de 1784, un grupo de partidarios de Hutton trató infructuosamente de reinstalarlo como Secretario Extranjero. Posteriormente intentaron apoyar la candidatura de Hutton a la Secretaría. Cuando falló el segundo intento, Samuel Horsley, el editor de la *Opera* de Newton, y el astrónomo Real, Nevil Maskelyne, entre otros "matemáticos" renunciaron de la Society.[99] Razonablemente se puede afirmar que la controversia

97 Feingold se opone a la idea de que la distinción entre dos grupos en competencia pueda definirse en términos de "científicos" caontra "amateurs". Nos advierte que "a principios del siglo XVIII la grieta entre un grupo compuesto fundamentalmente de matemáticos, astrónomos y físicos, de una parte, y naturalistas, médicos y eruditos en general, de la otra, era un indicativo de gusto, no de competencia". *Ibíd.,* p. 94.

98 Howson, Albert G. *A History of Mathematics Education in England.* Cambridge, 1982, p. 66.

99 Los amotinados incluían a Francis Maseres, un prolífico escritor de logaritmos, James Glenir y John Landen, dos proponentes de los nuevos fundamentos del cálculo, Thomas Hornsby, profesor Saviliano de astronomía en Oxford, y George Atwood, a quien hoy se recuerda por la máquina Atwood. Véase Heilbron, John L. "A Mathematicians' Mutiny, with Morals", en: *World Changes: Thomas Kuhn and the Nature of Science,* ed. P. Horwich. Cambridge (Mass)/Londres, 1993, pp. 81-129, en la p. 89; y Gascoigne, John. *Joseph Banks and the English Enlightenment: Useful Knowledge and Polite Culture.* Cambridge, 1994, pp. 11-13.

entre Hutton y Banks refleja dos concepciones diferentes del papel de las matemáticas en la Royal Society y que esta oposición estuvo determinada en gran parte por el estatus social inferior de los practicantes matemáticos en comparación con los otros miembros. Banks tuvo éxito en imponer su voluntad, y Hutton no publicó en las Philosophical Transactions hasta después de la muerte de Banks. Se debería tener presente que no recibían estipendio, sino que eran especialistas independientes o "caballeros de ciencia", como luego se definieron ellos mismos, mientras que las academias continentales eran instituciones financiadas por el estado y sus miembros recibían unos honorarios. En el continente, los matemáticos académicos podían realizar su investigación disponiendo de tiempo libre y estaban protegidos por un estatus social impensable en la Gran Bretaña. En tanto que en el continente existían tensiones similares entre los partidarios de las ciencias baconianas y matemáticas, los matemáticos académicos en París, Berlín o San Petersburgo nunca estuvieron en un grado de amenaza como el de sus colegas británicos.

A fin de apreciar el grado comparativamente menor que se le otorgaba a los matemáticos en las instituciones británicas, resulta útil volver a los estudios de Gascoigne y Warwick sobre la enseñanza de las matemáticas en Cambridge. En realidad, Cambridge se convirtió en un lugar prominente para las matemáticas en el siglo XVIII, cuando el establecimiento del premio Smith, y los exámenes escritos para la Casa del Senado fortalecieron la noción de que el ranking del estudiante debería basarse en las destrezas matemáticas.[100] Sin embargo, la predominancia de los *Principia* de Newton en los currículos estudiantiles, la idea de que enseñanza de las matemáticas tenía fines pedagógicos, y las estructura de la transmisión de las destrezas matemáticas basada en la "tutoría", conspiraron para darle a las matemáticas de Cambridge un perfil conservador. Como señala Gascoigne:

> el examen para la Casa del Senado hizo poco para fomentar el desarrollo matemático. Sus exigencias se enfocaban en que las energías de los estudiantes universitarios más destacados y sus examinadores se dedicaran al dominio de áreas de las matemáticas ya bien establecidas.[101]

---

100 Barrow-Green, June. "'A Correction to the Spirit of Too Exclusively Pure Mathematics': Robert Smith (1689-1768) and his Prizes at Cambridge University", en: *Annals of Science,* 56, 1999, pp. 271-316; Gascoigne, John. "Mathematics and Meritocracy: The Emergence of the Cambridge Mathematical Tripos", en: *Social Studies of Science,* 14, 1984, pp. 547-584, reimpreso como el capítulo 5 de Gascoigne, John. *Science, Politics, and Universities in Europe, 1600-1800,* Ashgate, 1998; Warwick, Andrew. *Masters of Theory. Óp. cit.*

101 Gascoigne, John. *Cambridge in the Age of Enlightenment: Science, Religion, and Politics from the Restoration to the French Revolution.* Cambridge, 1992.

Gascoigne luego señala algo muy importante:

> Por matemáticas […] Cambridge entendía principalmente geometría, la cual se consideraba que proporcionaba un entrenamiento similar a las virtudes del razonamiento limitado y deducción a las que la universidad tradicionalmente había buscado cultivar a través del estudio de la lógica.[102]

Este juicio concuerda con la observación de Warwick según la cual los métodos continentales les habrían

> parecido irrelevantes a muchos tutores de Cambridge, en cuanto que el estudio de las matemáticas en la universidad no pretendía formar matemáticos profesionales, sino educar el pensamiento de los estudiantes a través del dominio de los métodos matemáticos y la filosofía natural de Newton.[103]

Parece ser, pues, que mientras que la matemática era marginada en la Royal Society, en Cambridge se usaba para fines didácticos. Esto no nos permite llegar a una explicación causal al problema de "¿por qué una división?", porque quienes estaban por fuera, trabajando en aislamiento o en un ambiente hostil, podían sin embargo llegar a notables resultados en áreas de investigación penalizadas en las principales instituciones. Empero, podemos llegar a la conclusión más débil según la cual la situación cultural en la Gran Bretaña no favorecía el desarrollo del cálculo euleriano altamente abstracto.

En el continente uno encuentra una situación completamente diferente. El prominente estatus social de los matemáticos académicos continentales era consonante con la idea de que las matemáticas podrían ser concebidas y practicadas como una disciplina autónoma. Los matemáticos continentales recibieron y aceptaron la doctrina de Leibniz conforme a la cual las matemáticas podían entenderse como una *cogitatio cæca,* razonamiento ciego que podía realizarse mediante la manipulación de símbolos, independientemente de las preocupaciones metafísicas e interpretaciones específicas. Leibniz dejó a sus discípulos la elección de mantener *philosophice loquendo,* diferentes enfoques, por ejemplo, sobre las cuestiones ontológicas concernientes a la existencia de los infinitesimales o a las raíces de los números negativos. Lo que deseaba defender era la utilidad de los símbolos para los cálculos matemáticos. Leibniz repetidamente exhortó a sus discípulos a que ignoraran las cuestiones metafísicas interpretativas al practicar las matemáticas. Si bien es cierto que sería engañoso ver a todos los matemáticos académicos del continente como fieles seguidores de la filosofía de Leibniz, una fe pragmática leibniziana en las manipulaciones algorítmicas era un valor al que

102 *Ibíd.*

103 Warwick, Andrew. *Masters of Theory. Óp. cit.,* p. 66.

Etienne B. Condillac le dio publicidad adicional, y fue puesta en práctica por gente como Euler, Lagrange y Laplace. Además, como lo ha demostrado Terrall, “una característica del creciente compromiso de la academia [francesa] con los métodos analíticos en física en el transcurso del siglo XVIII era anular la metafísica teleológica de la mecánica racional”.[104] Según Terrall, la polémica contra la eventual marginalización de Pierre de Maupertuis, quien promovió tales consideraciones teleológicas, era sólo un paso hacia la eliminación de la “insalubre” metafísica de la ciencia en general, y de las matemáticas en particular. De hecho, el lenguaje del análisis algebraico fue elaborado por personas como D’Alembert, Lagrange y Laplace como una estrategia para la purificación de la matemática ilustrada del impreciso pensamiento metafísico. Así pues, las academias francesas consideraron la prosecución de las matemáticas como una empresa cuyo éxito podría definirse completamente en sus propios términos, sin referencia a la teología o la filosofía.[105] Esto no significa que consideraban que las cuestiones fundacionales eran irrelevantes, sino que tales cuestiones podrían ser puestas entre paréntesis al practicar las matemáticas.[106]

Tal puesta entre paréntesis operó también al tratar, no con los fundamentos, sino con las aplicaciones de las matemáticas. De hecho, los problemas que, por decir algo, enfrentaron Johann Bernoulli o Euler eran tratados en beneficio de su interés matemático, aunque estaban motivados por aplicaciones mecánicas o geométricas. A menudo se ha dicho —y con buena razón— que la mecánica analítica le dio el estímulo principal a los matemáticos del siglo XVIII. Sin embargo, problemas que suscitaron mucho interés en el Continente, como el del braquistocrono y la cuerda vibrante en mecánica analítica, o las trayectorias ortogonales en geometría, apenas estaban relacionados con aplicaciones; eran, más bien, estudiados debido a su interés matemático. Como observa Terrall:

> Las matemáticas analíticas más rigurosas que llenaban las páginas de la revista de la academia [francesa], necesariamente no eran útiles en términos de aplicaciones prácticas o exposiciones públicas. Las ecuaciones de la mecánica celeste o la hidrodinámica no se traducían fácilmente al diseño ingenieril o a la producción industrial.[107]

104 Terrall, Mary. “Metaphysics...”. *Óp. cit.,* p. 247.

105 *Ibíd.,* pp. 267-269.

106 Esto explica parcialmente por qué el ataque de Geoge Berkeley contra la contundencia del nuevo análisis en *The Analyst* (1734) se sintió fuertemente en la Gran Bretaña, mientras que fue casi ignorado en el Continente.

107 Terrall, Mary. “Metaphysics...”. *Óp. cit.,* pp. 256-257. Véase el escepticismo de Jean-Charles Borda sobre la posibilidad de aplicar la hidrodinámica contemporánea a la ingeniería, Smith, George E. “The Newtonian Style in Book II of the *Principia*”, en: Buchwald, J. Z. y Cohen, I. B. (eds.). *Isaac Newton’s Natural Philosophy.* Cambridge Mass., Londres, 2001, pp. 249-298, en la p. 284.

Al considerar la mecánica analítica del siglo XVIII, tendemos a olvidar qué tan remotas de las aplicaciones era las matemáticas puras de ese tipo: antes de la expansión de la ciencia matemática al calor, al magnetismo, a la luz, y así sucesivamente; como lo describió T. Kuhn, la física matemática era de interés, a lo sumo, para el astrónomo.[108] En la Gran Bretaña, por el contrario, las matemáticas siguieron siendo un lenguaje supeditado a la filosofía natural: no eran vistas como una disciplina autónoma, sino más bien como una construcción teórica integrada a la filosofía natural.[109] La preferencia que se le dio al cálculo fluxional basado en la cinemática, así como la idea de Newton según la cual la geometría se basaba en las matemáticas (como se afirma en el prefacio de los *Principia*) revelan una concepción de las matemáticas como un lenguaje que imita los movimientos que se dan en el mundo real. Los matemáticos británicos, bien sea defensores del simbolismo o de la geometría, valoraron en sumo grado la integración de las matemáticas a la agenda del filósofo natural. En contraste con las academias continentales, las academias británicas no valoraron la independencia de interpretación que se le otorgaba a las manipulaciones algebraicas. Como hemos visto, uno de sus representantes más eminentes, Colin Maclaurin, consideró que las malas matemáticas estaban ligadas a la mala filosofía, y escribió el segundo libro algorítmico del *Treatise* sólo después de 500 páginas en que había tratado extensivamente los fundamentos geométricos del método de fluxiones. En lugar de ello, las academias continentales consideraban las matemáticas como una disciplina que era autónoma de la filosofía natural, y que podía aplicársele de manera fructífera, pero sólo después de que su desarrollo algebraico se había llevado a cabo de manera independiente de cualquier interpretación específica. Mientras que los matemáticos continentales podían sentirse seguros al proseguir una disciplina autónoma cuya justificación se pensaba que residía en el funcionamiento de sus algoritmos, los británicos se sintieron compelidos a defender la inteligibilidad cinemática, la justificación filosófica, y la utilidad práctica de sus procedimientos.[110] El muy abstracto cálculo de Euler

---

108 Kuhn, Thomas. "Mathematical versus Experimental Traditions in the Development of Physical Science", en: *The Essential Tension: Selected Readings in Scientific Tradition and Change,* Chicago, 1977, pp. 31-65.

109 Los estudios antes citados de John Gascoigne siguen siendo fundamentales para la comprensión del fuerte vínculo entre matemáticas, filosofía natural y teología en la Inglaterra del siglo XVIII.

110 Los matemáticos británicos de finales del siglo XVIII estaban en su mejor época cuando se abstuvieron de investigar las matemáticas y aplicarlas a empresas realistas con problemas laboriosos más semejantes a la contabilidad (como la teoría de la electricidad de Henry Cavendish y el cálculo de la gravedad por parte de Charles Hutton en el Monte Schiehallion): sus matemáticas habían de demostrar su utilidad.

era extraño a los valores que defendían los discípulos de Newton, y esto podría, al menos en parte, explicar el abismo que separó a los matemáticos británicos de los continentales en la segunda mitad del siglo XVIII.[111]

Bibliografía

Ackerberg-Hastings, Amy. "Analysis and Synthesis in John Playfair's Elements of Geometry", en: *British Journal for the History of Science,* 35, 2002, pp. 43-72.

Barrow-Green, June. "'A Correction to the Spirit of Too Exclusively Pure Mathematics': Robert Smith (1689-1768) and his Prizes at Cambridge University", en: *Annals of Science,* 56, 1999, pp. 271-316.

Becher, Harvey. "Radicals, Whigs, and Conservatives: The Middle and Lower Classes in the Analytical Revolution at Cambridge in the Age of Aristocracy", en: *British Journal for the History of Science* 28, 1995, pp. 405-426

Blay, Michel. *La naissance de la mécanique analytique: la science du mouvement au tournant des XVIIe et XVIIIe siècles.* París, 1992.

Bos, Henk J. M. *Redefining Geometrical Exactness: Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction.* NewYork, Berlín, Heidelberg, 2001.

Brian, E. *La mesure de l'état: administrateurs et géomètres au XVIIIe siècle.* París, 1994.

Cajori, Florian. *A History of the Conceptions of Limits and Fluxions in Great Britain from Newton to Woodhouse.* Chicago y Londres, 1919.

111 Remito al lector al *Masters of Theory* de Warwick, un excelente libro que pude leer sólo cuando este artículo estaba casi terminado. Al estudiar la reforma de las matemáticas que ocurrió a principios del siglo XIX —una reforma en la que gente como Woodhouse, Peacock, Babbage y Herschel introdujo métodos algebraicos continentales en el currículo de Cambridge— Warwick muestra en detalle cuán difícil era cambiar las habilidades de "práctica" en diferentes culturas locales. Tendemos a olvidar que lo que es un lugar de orgullo en las páginas de las historias del siglo XX sobre las matemáticas del siglo XVIII fue el trabajo de un grupo muy reducido y privilegiado de matemáticos que compartieron destrezas, habilidades y valores específicos. Warwick documenta el tiempo y esfuerzos necesarios a fin de intercambiar tal cultura matemática a través del canal: aquellos que trabajaron por fuera del protegido espacio elitista de las academias, y los que no participaron en un intercambio de información, que a menudo se dio a través de comunicaciones verbales y en forma manuscrita, tenían que superar considerables dificultades a fin de familiarizarse con el cálculo de Euler. Como demuestra Warwick, la reforma se llevó a cabo no sólo superando el prejuicio local, sino en especial trasfiriendo las técnicas a través de nuevas métodos de enseñanza en una cercana relación maestro-pupilo.

Cohen, I. Bernard. "The Case of the Missing Author: the Title Page of Newton's *Opticks* (1704), with Notes on the Title Page of Huygens's *Traité de la lumière*", en: Buchwald, J. Z. y Cohen, I. B. (eds.). *Isaac Newton's Natural Philosophy.* Cambridge (Mass), Londres, 2001, pp. 15-45.

Cotes, Roger. "Logometria", en: *Philosophical Transactions,* 39, 1714, pp. 5-45.

Charles Babbage. *Passages from the Life of a Philosopher.* Londres, 1864.

Chasles, Michel. *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne.* París, 1837.

Davie, George E. *The Democratic Intellect: Scotland and Her Universities in the Nineteenth Century.* Edimburgo, 1964.

Demidov, S. S. "The Study of Partial Differential Equations of the First Order in the 18th and 19th Centuries", en: *Archive for the History of the Exact Sciences,* 26, 1982, pp. 325-350.

Descartes, René. *Geometria a Renato des Cartes.* 2da edición Latina. Frans van Schooten (trad). Ámsterdam, 1659-1661.

____________. *The Geometry of René Descartes with a Facsimile of the First Edition,* ed. D. E. Smith and M. L. Latham. New York, 1954.

Emerson, William. *The Doctrine of Fluxions: Not Only Explaining the Elements Thereof, But Also Its Application and Use in the Several Parts of Mathematics and Natural Philosophy.* Londres, 1743.

Engelsman, S. B. *Families of Curves and the Origins of Partial Differentiation.* Ámsterdam, 1984.

Enros, Philip C. "The Analytical Society (1812-1813): Precursor of the Renewal of Cambridge Mathematics", en: *Historia Mathematica* 10, 1983, pp. 24-47

Euler, Leonhard. *Opera omnia.* Lausanne, 1954.

Feingold, Mordechai. "Mathematicians and Naturalists: Sir Isaac Newton and the Royal Society", en: Buchwald, J. Z. y Cohen, I. B. (eds.). *Isaac Newton's Natural Philosophy.* Cambridge (Mass), Londres, 2001, pp. 77-102.

Fraser, Craig. "D'Alembert's Principle: the Original Formulation and Application in Jean d'Alembert's *Traité de dynamique* (1743)", en: *Centaurus*, 28, 1985, pp. 31-61, pp. 145-159.

____________. "J. L. Lagrange's Changing Approach to the Calculus of Variations", en: *Archive for the History of the Exact Sciences,* 32, 1985, pp. 151-191.

____________. "The Calculus as Algebraic Analysis: Some Observations on Mathematical Analysis in the 18th Century", en: *Archive for the History of the Exact Sciences,* 39, 1989, pp. 317-335.

Gascoigne, John. "Mathematics and Meritocracy: The Emergence of the Cambridge Mathematical Tripos". *Social Studies of Science,* 14, 1984, pp. 547-584. Reimpreso como el capítulo 5 de John Gascoigne, *Science, Politics, and Universities in Europe, 1600-1800*. Ashgate, 1998.

____________. *Cambridge in the Age of Enlightenment: Science, Religion, and Politics from the Restoration to the French Revolution.* Cambridge, 1992.

____________. *Joseph Banks and the English Enlightenment: Useful Knowledge and Polite Culture.* Cambridge, 1994.

Goldstine, H. H. *A History of the Calculus of Variations from the 17th Through the 19th Century.* New York, 1980.

Grabiner, Judith V. "Was Newton's Calculus a Dead End? The Continental Influence of Maclaurin's Treatise of Fluxions", en: *American Mathematical Monthly,* 104, 1997, pp. 393-410.

____________. "Maclaurin and Newton: the Newtonian Style and the Authority of Mathematics", en: Withers, C. W. J. and Wood, P. (eds.). *Science and Medicine in the Scottish Enlightenment.* Londres, 2002, pp. 143-171.

Grattan-Guinness, Ivor. "The Varieties of Mechanics by 1800", en: *Historia Mathematica,* 17, 1990, pp. 313-338.

Greenberg, J. L. "Alexis Fontaine's Integration of Ordinary Differential Equations and the Origins of the Calculus of Several Variables", en: *Annals of Science,* 39, 1982, pp. 1-36.

Gregory, David. *Exercitatio geometrica de dimensione figurarum.* Edimburgo, 1684.

Guicciardini, Niccolò. "Isaac Newton and the Publication of His Mathematical Manuscripts", en: *Studies in the History and Philosophy of Science,* 35, 2004, pp. 455-470.

____________. *Reading the* Principia: *the Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1730.* Cambridge, 1999.

Hall, A. Rupert. "Correcting the *Principia*", en: *Osiris* 13, 1958, pp. 291-326.

____________. *Philosophers at War: the Quarrel between Newton and Leibniz.* Cambridge, 1980.

Heilbron, John L. "A Mathematicians' Mutiny, with Morals", en: Horwich, P. (ed.).*World Changes: Thomas Kuhn and the Nature of Science.* Cambridge (Mass)/Londres, 1993, pp. 81-129.

Hermann, Jacob. *Phoronomia, sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum libri duo.* Amsterdam, 1716. Mazzone

Hiscock, W. G. *David Gregory, Isaac Newton and Their Circle: Extracts from David Gregory's Memoranda, 1677-1708.* Oxford, 1937.

Howson, Albert G. *A History of Mathematics Education in England.* Cambridge, 1982.

Jesseph, Douglas M. *Berkeley's Philosophy of Mathematics.* Chicago, 1993.

Kitcher, Philip. *The Nature of Mathematical Knowledge.* New York y Oxford, 1983.

Kline, Morris. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.* New York, 1972.

Kuhn, Thomas. "Mathematical versus Experimental Traditions in the Development of Physical Science", en: *The Essential Tension: Selected Readings in Scientific Tradition and Change,* Chicago, 1977, pp. 31-65.

Maclaurin, Colin. *A Treatise of Fluxions, in Two Books* (Edimburgo, 1742), 2da ed. (Londres, 1801).

Machin, John. "De motu nodorum lunae", en: *Isaac Newton, Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica,* 3ra ed. Londres, 1726, pp. 451-454.

Maglo, Koffi. "The Reception of Newton's Gravitational Theory by Huygens, Varignon, and Maupertuis: How Normal Science May Be Revolutionary", en: *Perspectives on Science,* 11, 2003, pp. 135-169.

Mandelbrote, Scott. "Newton and Eighteenth-Century Christianity", en: Cohen I. Bernard y Smith, George E. (eds.). *The Cambridge Companion to Newton.* Cambridge, Cambridge University Press, 2002, pp. 409-430.

Mazzone, Silvia y Roero, Clara S. *Jacob Hermann and the Diffusion of the Leibnizian Calculus in Italy.* Florence, 1997.

Murdoch, Patrick. *Neutoni genesis curvarum per umbras, seu perspectivae universalis elementa; exemplis coni sectionum et linearum tertii ordinis illustrata.* Londres, 1746.

Newton, Isaac. *Analysis per quantitatum series, fluxiones, ac differentias: cum enumeratione linearum tertii ordinis.* Londres, 1711.

____________. *Opticks or, a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light. Also two Treatises of the Species and Magnitude of Curvilinear Figures.* Londres, 1704.

____________. *The Mathematical Papers of Isaac Newton.* D. T. Whiteside (ed.). 8 vols. Cambridge, Cambridge University Press, 1967-1981.

____________. *The Principia, Mathematical Principles of Natural Philosophy: a New Translation by I. Bernard Cohen and Anne Whitman, Assisted by Julia Budenz, Preceded by a Guide to Newton's Principia by I. Bernard Cohen.* Berkeley, Los Angeles, Londres, 1999.

Panteki, Maria. "William Wallace and the Introduction of Continental Calculus to Britain: a Letter to George Peacock", en: *Historia Mathematica* 14, 1987, pp. 119-132.

Playfair, John. "Traité de Mechanique Celeste", *The Edinburgh Review,* 22, 1808, pp. 249-284.

Pycior, Helena M. *Symbols, Impossible Numbers, and Geometric Entanglements: British Algebra through the Commentaries on Newton's Universal Arithmetick.* Cambridge, 1997.

Schofield, Robert E. "An Evolutionary Taxonomy of Eighteenth-Century Newtonianisms", en: *Studies in Eighteenth Century Culture* 7, 1978, pp. 175-92.

Shank, J. B. "'There was no such Thing as the 'Newtonian Revolution', and the French Initiated it.' Eighteenth-Century Mechanics in France Before Maupertuis", en: *Early Science and Medicine,* 9 (3), pp. 257-292.

Shapiro, Alan E. *Fits, Passions, and Paroxysms: Physics, Method, and Chemistry and Newton's Theories of Colored Bodies and Fits of Easy Reflection.* Cambridge, 1993.

Schaffer. Simon. "Newtonianism", en: Olby, R. C. et al. (eds.).*Companion to the History of Modern Science*. Londres, 1990, pp. 610-626.

Simpson, Thomas. *The Doctrine and Application of Fluxions. Containing (Beside What is Common on the Subject) a Number of New Improvements in the*

Theory. And the Solution of a Variety of New, and Very Interesting, Problems in Different Branches of the Mathematicks, 2 vols. Londres, 1750.

Simson, Robert. "Pappi Alexandrini propositiones duæ generales", en : *Philosophical Transactions,* 32, 1723, pp. 330-40.

____________. *Opera quaedam reliqua.* Glasgow, 1776.

Smith, George E. "The Newtonian Style in Book II of the *Principia*", en: Buchwald, J. Z. y Cohen, I. B. (eds.). *Isaac Newton's Natural Philosophy.* Cambridge Mass., Londres, 2001, pp. 249-298.

Stewart, Matthew. "Pappi Alexandrini collectionum mathematicarum libri quarti propositio quarta generalior facta, cui propositiones aliquot eodem spectantes adjicuntur", en: *Essays and Observations Physical and Literary, Read before a Society in Edinburgh, and Published by Them,* 2 vols. Edimburgo, 1754.

____________. *Propositiones geometricae, more veterum demonstratae, ad geometriam antiquam illustrandam et promovendam idoneae.* Edimburgo, 1763.

Terrall, Mary. "Metaphysics, Mathematics, and the Gendering of Science in Eighteenth-Century France", en: W. Clark, J. Golinski and S. Schaffer (eds.). *The Sciences in Enlightened Europe.* Chicago y Londres, 1999, pp. 246-271.

Tweddle, Ian. *James Stirling's Methodus Differentialis. An Annotated Translation of Stirling's Text.* Londres, 2003.

____________. *Simson on Porisms: an Annotated Translation of Robert Simson's Posthumous Treatise on Porisms and Other Items on This Subject.* New York, Berlin, Heidelberg, 2000.

Wallis, John. *A Treatise of Algebra: both Historical and Practical.* Londres, 1685.

____________. *Opera mathematica,* 3 vols. Oxford, 1693-1699.

Wallis, Meter y Wallis, Ruth. *Newton and Newtoniana 1672-1975: A Bibliogrphy.,* Londres, 1977.

Warwick, Andrew. *Masters of Theory: Cambridge and the Rise of Mathematical Physics.* Chicago y Londres, 2003.

Westfall, Richard S. *Never at Rest: a Biography of Isaac Newton.* Cambridge, 1980.

Whewell, William. *History of the Inductive Sciences,* Cambridge. University Press, 1837.