

## **Análisis de sensibilidad de las condiciones de frontera a la entrada del aspirador de la turbina 99**

### **Sensitive analysis of the inlet boundary conditions on the turbine 99 draft tube**

*Sergio Galván\**<sup>1</sup>, *J. de Jesús Pacheco*<sup>1</sup>, *Carlos Rubio*<sup>1</sup>, *Crisanto Mendoza*<sup>1</sup>, *Miguel Toledo*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería Mecánica. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia. México. Apdo. Postal 588, Col Centro, Morelia Mich. Mexico, C.P.5800.

<sup>2</sup>SEPI-ESIME-IPN. Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”. México. Av. IPN s/n, Col. Lindavista, 07738, México, D. F.

(Recibido el 10 de enero de 2012. Aceptado el 28 de agosto de 2012)

#### **Resumen**

Este trabajo se enfoca en establecer un estudio de la sensibilidad de los coeficientes que cuantifican el rendimiento del tubo de aspiración de la Turbina 99 cuando las condiciones de frontera a la entrada son modificadas. Para esto, fue utilizado un método sistemático, objetivo y cualitativo llamado Diseño Factorial Fraccionado (*Fractional Factorial Design*) que permite evaluar los efectos individuales y en conjunto de los parámetros del perfil de velocidades de entrada al aspirador sobre su rendimiento. Esta metodología fue aplicada a dos modelos numéricos que, resultado de un estudio de error de malla, se encuentran en los extremos de la curva asintótica de convergencia. Los resultados obtenidos con los modelos numéricos, después de modificar las condiciones de frontera, muestran que aunque exista una diferencia entre las cantidades que cuantifican el rendimiento del aspirador, estas presentan la misma tendencia y comportamiento. Además, el coeficiente de pérdida de energía mostró tener una mayor sensibilidad a los cambios de las condiciones de frontera, a diferencia del coeficiente de presión media comúnmente utilizado como función objetivo en procesos de optimización. Así, un modelo numérico sometido a este estudio podría ser utilizado a un proceso que requiera una gran cantidad de simulaciones, como lo sería un proceso de optimización, sabiendo que dará resultados confiables y con un bajo costo computacional.

----- **Palabras clave:** Dinámica de fluidos computacional, tubo de aspiración, análisis de sensibilidad, turbinas hidráulicas

---

\* Autor de correspondencia: 52 + 443 + 322 5500 ext. 3102 y 3103, correo electrónico: srgalvan@umich.mx (S. Galván)

### Abstract

This work focuses on establishing the response of the global coefficient performance when the inlet boundary conditions are drastically changed. For this, a systematic objective and qualitative method called *Fractional Factorial Design* has been used, which evaluates the main and joint effects on the draft tube performance parameters. This method is applied to numerical models in the limits of the grid convergence curve. The results obtained showed that after the change of the inlet boundary conditions, even though a numerical difference exists among the global performance parameters of the numerical models, they have the same tendency and behavior. In addition, the energy loss coefficient showed an important sensitivity to the inlet boundary conditions change, compared to the average pressure coefficient which is usually used as objective function in a draft tube optimization process. Thus, a numerical model with a coarse grid density could be used when the process requires a large number of analyses, changing drastically the inlet velocity condition and knowing that the results obtained will be acceptable and computationally economical.

----- **Keywords:** Computational fluids dynamics, draft tube, sensitivity analysis, hydraulic turbine

### Introducción

El uso de la simulación por computadoras para predecir los flujos turbulentos en geometrías complejas en lugar de experimentos en modelos o prototipos, puede decrecer substancialmente el costo de un proyecto y además incrementar el conocimiento del problema de flujo de fluidos. Esto resulta en un punto atractivo para la industria incluso cuando la Dinámica de Fluidos Computacional (*CFD*) no es completamente confiable debido a la falta de exactitud en sus resultados.

Además, con el desarrollo de las computadoras, a través de esta herramienta se pueden investigar casos diferentes permitiendo un análisis de sensibilidad de los parámetros de entrada de acuerdo a las recomendaciones hechas por el *Best Practice Guide* [1].

En las últimas décadas, los estudios de sensibilidad han sido una herramienta importante en el análisis y diseño de sistemas de fluidos. De acuerdo a Turgeon [2], un estudio de sensibilidad se podría agrupar de forma general en dos categorías; sensibilidad de forma y de condiciones. En el

primero se busca la dependencia de las variables del flujo sobre los parámetros de forma, en donde alteraciones de la geometría influyen en el comportamiento del flujo. En el segundo, los parámetros podrían describir condiciones de frontera, propiedades del fluido y funciones.

En el contexto de control óptimo, diseño y optimización, técnicas adyacentes tienen una ventaja muy clara en problemas con un gran número de variables. En este contexto, el propósito de este trabajo, es investigar la influencia del perfil de velocidades de entrada al aspirador, el cuál ha sido parametrizado, sobre su rendimiento.

Esta propuesta resulta de las recientes investigaciones hechas sobre el comportamiento del tubo de aspiración las cuáles han mostrado que la mayoría de sus pérdidas de eficiencia se deben a las características del flujo entregado por el rodete de la turbina [3-6]. Estos resultados indican que todavía es un desafío obtener la distribución óptima de flujo a la entrada del tubo de aspiración que de cómo resultado el mayor rendimiento de la máquina sobre un rango de operación.

Esta situación requiere una aproximación sistemática para identificar los parámetros dominantes que afectan el flujo de entrada a este dispositivo de la turbina.

Un punto importante a mencionar en los estudios de sensibilidad es que la interacción entre varios factores no podría ser detectada variando sólo un parámetro a la vez. Por lo tanto, es necesario para que los ingenieros obtengan bases cuantitativas en el diseño, un método sistemático que evalúe los efectos simultáneos de varios parámetros sobre las soluciones numéricas.

Una aproximación estandarizada para analizar estos procesos es el Diseño Factorial Fraccionado (*FFD*), el cuál es un método estadístico para diseño de experimentos que cuantifica la influencia de diferentes parámetros. En este método se determina un juego de corridas experimentales al variar ciertos factores de acuerdo a un determinado patrón y ha sido aplicado a *CFD* por Cervantes y Engström [7]. Las principales áreas de utilización son los procesos de desarrollo, optimización y localización de fallas.

Así, con esta metodología, se evalúa la influencia de un factor (efecto principal) y la interacción de diferentes factores (efectos ligados) sobre una o más cantidades representativas del proceso.

Tales cantidades podrían ser el rendimiento en un proceso de producción o la función objetivo en una optimización. Sin embargo, este procedimiento sacrifica la interacción de mayor orden entre factores a cambio de reducir el número de corridas experimentales. Esto se basa en el postulado del efecto principal el cual declara que el efecto de un solo factor tiende a dominar el efecto de dos factores y a su vez dominar la interacción entre tres factores.

En base a lo anterior, el presente trabajo desarrolla la aplicación del *FFD* en la evaluación y análisis de los efectos individuales y en conjunto de los parámetros del perfil de velocidades de entrada al aspirador. La influencia de estos parámetros son evaluados a través de la respuesta del rendimiento del aspirador, es decir, el coeficiente

de recuperación de presión medio, el coeficiente de recuperación de presión evaluado en la pared y el coeficiente de pérdida de energía.

En investigaciones anteriores relacionadas con el tubo de aspiración, sólo el coeficiente de recuperación de presión medio ha sido utilizado para evaluar el rendimiento del aspirador. Sin embargo, esas investigaciones han sido dedicadas a la optimización del diseño del aspirador y no a sus condiciones de frontera.

Finalmente, se considera que con este estudio se obtendrá un modelo numérico que arrojará resultados confiables y con un bajo costo computacional cuando sea sometido a un proceso en donde se busque un perfil de velocidades de entrada al aspirador que mitigue o suprima las características indeseables del flujo a través de este dispositivo de la turbina.

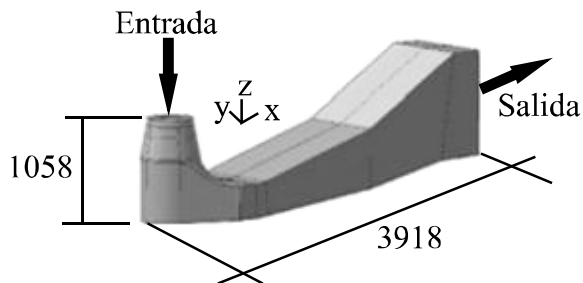
## Descripción

### **Modelo de tubo de aspiración**

La eficiencia de una turbina hidráulica es afectada significativamente por el rendimiento del tubo de aspiración. Su principal propósito es utilizar la energía cinética que sale del rodete convirtiéndola en energía de presión y por lo tanto crear una carga adicional. Un tubo de aspiración básicamente consiste en un cono difusor muy corto seguido por un codo de 90° de una sección transversal que cambia de circular a elíptica para finalizar con la parte difusiva rectangular a la salida del flujo. El diseño de los tubos de aspiración no es sencillo ya que el flujo es muy complejo e incluye inestabilidad, turbulencia, vórtices, gradientes de presión adversa, separación y flujo secundario. Todos estos fenómenos interactúan y hacen muy difícil de alcanzar la predicción numérica del flujo lo que resulta en un gran costo computacional.

El modelo Hölleforsen de tubo de aspiración utilizado en este estudio pertenece a una turbina Kaplan y tiene una relación de 1:11 con el prototipo que se encuentra localizado en Indalsälve Suecia.

La geometría de este tubo, figura 1, ha sido utilizada en tres anteriores talleres de la *European Research Community On Flow Turbulence and Combustion (ERCOFTAC)*, [8-10]. El modelo tiene un diámetro de entrada de 196 mm y de salida de 472 mm.



**Figura 1** Esquema del modelo de tubo de aspiración Hölleforsen cuyas dimensiones son en mm

El modelo numérico del aspirador utilizado ha sido establecido por las ecuaciones 3D de Navier-Stokes. Las mediciones detalladas del campo de velocidades y de presión fueron hechas por Andresson [8]. Estas mediciones han sido utilizadas para establecer correctamente las condiciones de frontera y validar el modelo matemático, [11].

### Parámetros globales de rendimiento del aspirador

Estos parámetros son definiciones matemáticas que evalúan el rendimiento del aspirador basado en el análisis de flujo. En este caso tres parámetros globales de rendimiento serán valorados, ya que ellos dependen de las condiciones de frontera de entrada y cambian de acuerdo al punto de operación de la turbina.

Primeramente, el factor de pérdida de energía, ecuación 1, que es la energía convertida a una forma de energía que no puede ser utilizada (pérdidas) durante la operación de un sistema que produce, conduce o consume energía: un valor menor significa menos pérdida en el tubo de aspiración. Este factor es definido por las diferencias de presión total entre la entrada y

la salida del aspirador en relación a la energía cinética de entrada:

$$\zeta = \frac{\left(\frac{1}{A} \int P_{total} dA\right)_{entrada} - \left(\frac{1}{A} \int P_{total} dA\right)_{salida}}{\frac{1}{2} \rho \left(\frac{Q}{A}\right)^2} \quad (1)$$

El coeficiente de recuperación de presión en la pared, ecuación 2, indica el grado de conversión de energía cinética a presión estática, donde un valor mayor significa mayor eficiencia para el difusor, y es tomado en las paredes del tubo:

$$Cp_w = \frac{(P_{pared})_{salida} - (P_{pared})_{entrada}}{\frac{1}{2} \rho \left(\frac{Q}{A}\right)^2} \quad (2)$$

Y el coeficiente de recuperación de presión promedio, ecuación 3, indica también el grado de conversión de la energía cinética a presión estática. Un valor mayor significa mayor eficiencia y la presión es el promedio tomado en la sección de entrada y de salida del aspirador:

$$Cp_m = \frac{\left(\frac{1}{A} \int P_{ave} dA\right)_{salida} - \left(\frac{1}{A} \int P_{ave} dA\right)_{entrada}}{\frac{1}{2} \rho \left(\frac{Q}{A}\right)^2} \quad (3)$$

Donde  $A$  es la sección transversal y  $Q$  el flujo másico.

## Metodología

### Parametrización del perfil de velocidades de entrada al aspirador

Muchos trabajos de diseño necesitan una representación paramétrica del problema, lo cual es usualmente estudiado en forma separada. Ya que la complejidad en el diseño de un elemento aumenta exponencialmente en relación al número de variables, la parametrización del perfil resulta crucial para el éxito del método de diseño elegido.

Así, los principales objetivos al representar el perfil de velocidades son:

1. Encontrar el número adecuado de variables,
2. Mantener las propiedades de continuidad de la curva,

3. Aproximar a los valores experimentales dados,
4. Mantener una relación con la estructura física del vórtice de entrada.

Cumpliendo estas condiciones, el perfil de velocidades de entrada al tubo de aspiración de una turbina hidráulica Francis ha sido establecido por las ecuaciones propuestas por Susan-Resiga [12]. Estas ecuaciones están basadas en las fórmulas empleadas en los estudios experimentales sobre el fenómeno de rompimiento del vórtice (*vortex breakdown phenomenon*).

Este estudio proporciona las componentes axiales y tangenciales de la velocidad a la salida del rodete para 17 puntos a lo largo del radio. Aquí, el flujo a la salida de un rodete Francis puede ser representado usando una superposición de tres vórtices, que son incorporados por las siguientes ecuaciones:

Para la velocidad axial, ecuación 4:

$$V_a(r) = U_0 + U_1 e^{\left(\frac{-r}{R_1}\right)} + U_2 e^{\left(\frac{-r}{R_2}\right)} \quad (4)$$

Para la velocidad tangencial, ecuación 5:

$$V_t(r) = \Omega_0 r + \Omega_1 \left(\frac{R_1^2}{r}\right) \left[1 - e^{\left(\frac{-r^2}{R_1^2}\right)}\right] + \Omega_2 \left(\frac{R_2^2}{r}\right) \left[1 - e^{\left(\frac{-r^2}{R_2^2}\right)}\right] \quad (5)$$

Para la velocidad radial, ecuación 6:

$$V_r(r) = V_a \tan \left(\theta \frac{r}{R_s}\right) \quad (6)$$

Ésta última dada por Mauri [13], con la cual se complementaron las componentes cilíndricas de la velocidad y donde  $\theta$  es el ángulo del cono a la entrada del aspirador.

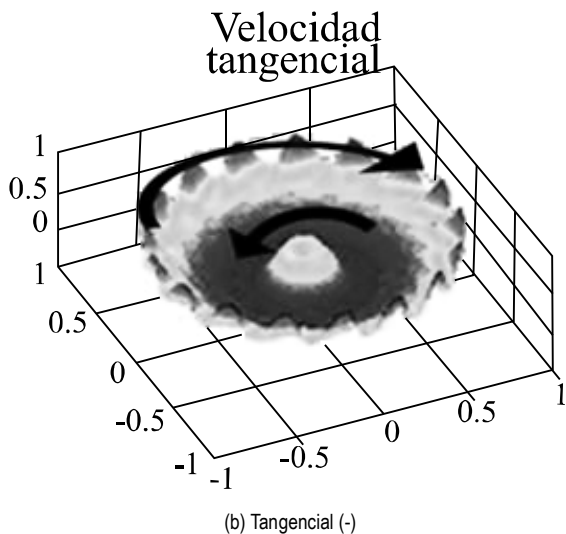
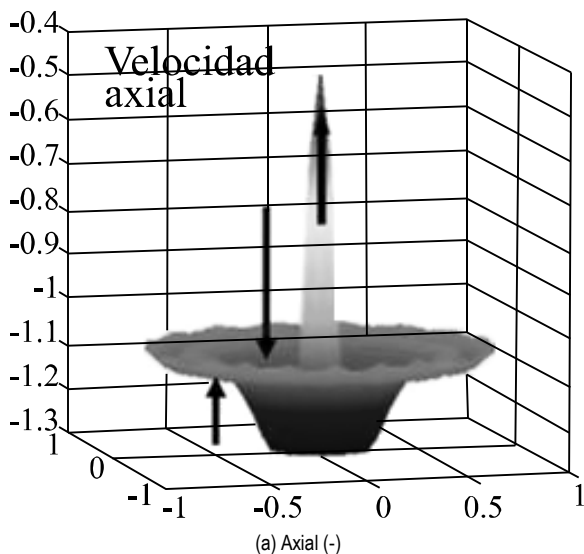
El coeficiente de descarga se puede obtener por la ecuación 7:

$$\varphi = U_0 R_s^2 + U_1 R_1^2 \left[1 - e^{\left(\frac{-R_s^2}{R_1^2}\right)}\right] + U_2 R_2^2 \left[1 - e^{\left(\frac{-R_s^2}{R_2^2}\right)}\right] \quad (7)$$

Donde:

- $V_a$             Componente axial de la velocidad.
- $V_r$             Componente radial de la velocidad.
- $V_t$             Componente tangencial de la velocidad.
- $R_1; R_2$         Radio del vórtice.
- $\Omega_0; \Omega_1; \Omega_2$  Velocidades angulares del vórtice.
- $U_0; U_1; U_2$  Velocidades axiales del vórtice.
- $R_s$             Radio de referencia (entrada del aspirador)
- $r$               Radio en cada punto de la sección de entrada.
- $\varphi$             Coeficiente de gasto

El flujo entregado por el rodete al aspirador tiene entonces, ocho parámetros para los tres vórtices elementales: dos vórtices Batchelor, uno rotando en el mismo sentido que el giro del rodete y fluyendo en el mismo sentido que la dirección del flujo, y el otro en sentido inverso, figura 2.



**Figura 2** Superposición de tres vórtices elementales: no viscoso, estacionario y axisimétrico

Finalmente, sabiendo el gran impacto que tienen sobre el desarrollo del flujo las condiciones cerca de la pared, se añadió un perfil de velocidades, ecuación 8, propuesto por Jae-Yong [14].

$$V_{nw} = V_{bl} \left[ \frac{R_{w,h} - r}{R_{w,h} - R_{bl}} \right]^{0.148} \quad (8)$$

Donde  $R_{bl}$  es el radio espesor de la capa límite,  $V_{bl}$  es la velocidad donde comienza la capa límite,  $R_{h,w}$  es el radio de la pared del tubo o la pared de la

nariz del rodete, siendo el dominio de aplicación  $0,0964 \leq r \leq 1$ .

### Estudio de convergencia de malla

Cuando se buscan soluciones numéricas lo más exactas posibles, el tamaño de la malla generada es un parámetro a examinar. Esto consume mucho tiempo de cálculo dependiendo del tamaño y la complejidad de la topología del dominio. Así, para reducir el tiempo de cálculo manteniendo un análisis viscoso en tres dimensiones se ha realizado un estudio de convergencia de malla que ha servido para evaluar los errores numéricos de un conjunto de cinco mallas, tabla 1.

**Tabla 1** Resultados de cada modelo numérico de aspirador

Malla	Celdas	Error de convergencia de malla (%)	Tiempo CPU (veces)	$y^+$
$N_1$	1.019.844	5,87	1	19,24
$N_2$	559.564	8,75	1,81	19,47
$N_3$	252.784	14,04	4,10	19,07
$N_4$	126.524	22,84	7,50	18,61
$N_5$	56.886	36,36	14,49	17,82

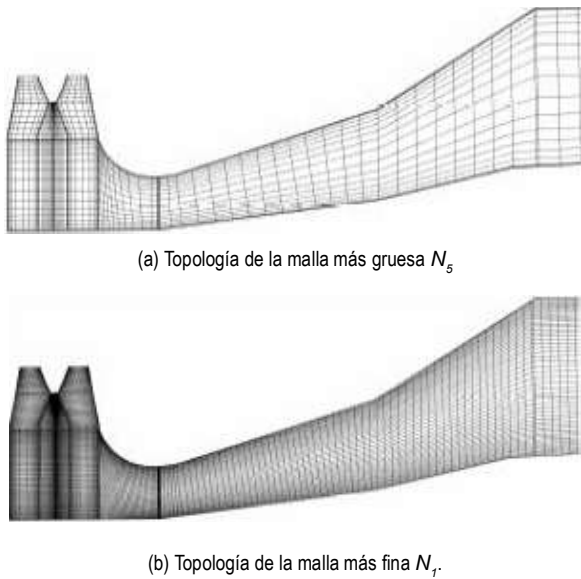
Este estudio de convergencia de malla hecho por Galván [15] demostró que un modelo numérico que se encuentre en el límite inferior de la curva de convergencia puede dar resultados confiables y computacionalmente económicos siempre y cuando se mantengan las mismas condiciones de malla cerca de la pared,  $y^+$ .

Este parámetro,  $y^+ = \rho u_t y / \mu$ , representa una distancia adimensional del espesor la malla cerca de la pared para resolver esta región afectada por la viscosidad del fluido. No es fácil obtener  $y^+$  a lo largo de toda la pared ya que el nodo ( $y$ ) y la velocidad del fluido  $u_t$  cerca de la pared, deben de ser conocidos con anticipación para evitar

valores demasiado grandes,  $5 < y < 30$ , que eviten capturar la región afectada.

La tabla 1 muestra parte de los resultados de este estudio donde se obtuvo un error de convergencia de malla de aproximadamente 36% con la malla  $N_5$ , pero éste se podrá llevar hasta un 5% cuando se utilice la malla  $N_1$  con una reducción de 14 veces en el tiempo CPU (*Computational Processor Unit*).

La figura 3(a) muestra la topología de la malla más gruesa  $N_5$  y la figura 3(b) la de la malla más fina  $N_1$ . Estos sistemas fueron construidos con 100 bloques para resolver adecuadamente la ortogonalidad del elemento y evitar degenerar los volúmenes de control causado por la malla de la capa límite.



**Figura 3** Sección meridional del aspirador donde se muestran la misma topología con diferencia de densidad de celdas entre las mallas utilizadas

**Fractional factorial design**

En este trabajo se realizó un *FFD* en dos niveles de diseño donde a cada parámetro le fueron asignados dos valores (alto y bajo), esto es  $2^{k-p}$  evaluaciones, donde  $k$  son las variables a estudiar y  $p$  las variables que serán introducidas usando las interacciones de la base del diseño.

Sin embargo, el mayor desafío al aplicar el *FFD* al *CFD* ha sido la determinación del nivel de variación (alto y bajo) de cada parámetro.

La tabla 2 presenta que parámetros del perfil de velocidades, ecuaciones 4 a 6, sufrirán las variaciones (bajo (-) y alto (+)) para cada análisis (*ana*).

**Tabla 2** Diseño del experimento resultado de la aplicación del *FFD*

<i>Sim.</i>	$U_0$	$U_1$	$R_1$	$U_2$	$R_2$	$\Omega_0$	$\Omega_1$	$\Omega_2$
<i>ana01</i>	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>ana02</i>	+	-	-	-	-	+	+	+
<i>ana03</i>	-	+	-	-	+	-	+	+
<i>ana04</i>	+	+	-	-	+	+	-	-
<i>ana05</i>	-	-	+	-	+	+	+	-
<i>ana06</i>	+	-	+	-	+	-	-	+
<i>ana07</i>	-	+	+	-	-	+	-	+
<i>ana08</i>	+	+	+	-	-	-	+	-
<i>ana09</i>	-	-	-	+	+	+	-	+
<i>ana10</i>	+	-	-	+	+	-	+	-
<i>ana11</i>	-	+	-	+	-	+	+	-
<i>ana12</i>	+	+	-	+	-	-	-	+
<i>ana13</i>	-	-	+	+	-	-	+	+
<i>ana14</i>	+	-	+	+	-	+	-	-
<i>ana15</i>	-	+	+	+	+	-	-	-
<i>ana16</i>	+	+	+	+	+	+	+	+

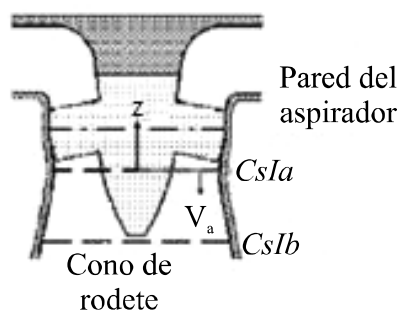
Esta misma técnica ha sido utilizada para elegir la función objetivo más adecuado en un proceso de optimización del tubo de aspiración [16]

**Resultados y discusión**

**Aproximación del perfil de velocidad de una turbina Kaplan**

Las condiciones de frontera, dadas por las ecuaciones 4 a 6, fueron adaptadas a la interface

rodete-aspirador de la Turbina 99, sección *Cs1a*, la cual se muestra gráficamente en la figura 4.

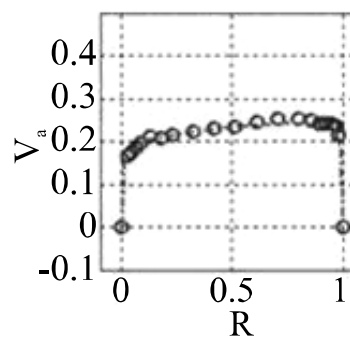


**Figura 4** Geometría en la interfase (*Cs1a*) rodete-aspirador donde se establecen las condiciones de frontera a la entrada de la Turbina 99

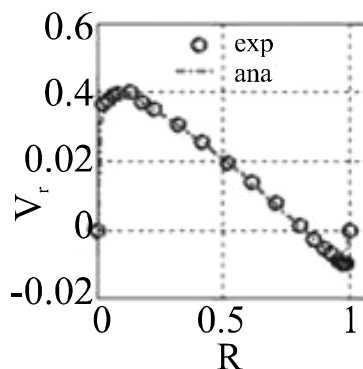
Esta adaptación fue hecha principalmente porque en el centro del rodete se encuentra la nariz la cual rompe la sección de entrada, resultando un perfil de velocidades con paredes en los dos extremos. El resultado del ajuste hecho a los valores experimentales por las ecuaciones 4 a 6 para el perfil de velocidades axial, radial y tangencial se muestra en la figura 5.

En la tabla 3, se presentan los valores alcanzados de los ocho parámetros así como los valores de los coeficientes de caudal  $\phi$ , ecuación 7. Se ve claramente que el parámetro de la velocidad axial  $U_0$  positivo, da como resultado un flujo dominante en el vórtice central, cerca de la nariz, mientras cambia de dirección hacia la pared del tubo,  $U_1$  y  $U_2$  negativos.

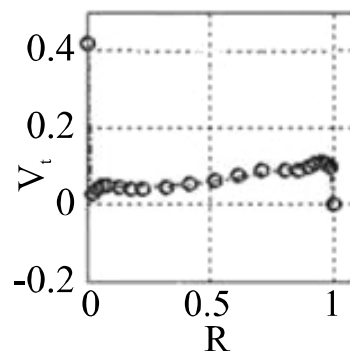
Además, por la condición de no deslizamiento, la velocidad tangencial del fluido en la pared de la nariz es la misma que su velocidad de rotación. Los cambios de signos en los parámetros  $\Omega$  indican un cambio de rotación cerca de la pared del tubo.



(a) Velocidad axial (-)



(b) Velocidad radial (-)



(c) Velocidad tangencial (-)

**Figura 5** Perfiles de velocidad experimentales y ajustados para la Turbina 99 en la sección de entrada *Cs1a*

**Tabla 3** Parámetros obtenidos por el ajuste de curvas a los datos experimentales

Parámetros	$R_1$	$R_2$	$U_0$	$U_1$	$U_2$	$\Omega_0$	$\Omega_1$	$\Omega_2$	$\phi_{th}$	$\phi_{ex}$
Valor	0,068	0,376	0,242	-0,040	-0,040	0,107	0,899	-0,009	0,195	0,170



La medición más cercana a las paredes del cono y de la nariz, para establecer la capa límite, se fijó a 0.036 diámetros de las paredes en sección  $Cs1a$  de la figura 3 con la ecuación 8.

El buen ajuste a las curvas experimentales puede ser apreciado cualitativamente en la figura 4. La comparación entre el coeficiente de descarga experimental  $\varphi_{ex}$  y analítico  $\varphi_{th}$  muestra valores muy similares. También la aproximación entre el perfil de velocidades obtenido numéricamente y el experimental es cualitativamente bastante bueno, con lo que se concluye que la ecuación de superposición de vórtices de Susan-Resiga [12], puede ser ajustada también a un perfil de velocidades generado por una Turbina Kaplan.

**Aplicación del fractional factorial design**

Se aplicaron las 16 nuevas condiciones de frontera resultado de las variaciones (+) e (-) de los parámetros que componen el perfil de velocidades de entrada al aspirador.

Debido a la falta de valores de referencia para establecer estos límites al *FFD* como método en el diseño de experimento, se fijaron en un  $\pm 50\%$  del valor de cada parámetro obtenido en la tabla 3 el cual ha sido establecido como *ana00*.

El caudal normalizado,  $Q_{nor}$  es dado por la ecuación 9.

$$Q_{nor} = \frac{Q}{Q_{bep}} \tag{9}$$

Siendo  $Q$  el caudal resultado del cambio de los parámetros del perfil de velocidades de entrada y  $Q_{bep}$  es el flujo dado en el punto de mayor eficiencia de la turbina.

El parámetro de intensidad de giro, ecuación 10, es definido como la relación entre la velocidad tangencial y la velocidad axial.

$$S = \frac{V_t}{V_a} \tag{10}$$

La tabla 4 muestra la variación del caudal normalizado, ecuación 9, y la de la intensidad de giro del flujo a la entrada, ecuación 10, cuando las condiciones de frontera son modificadas de

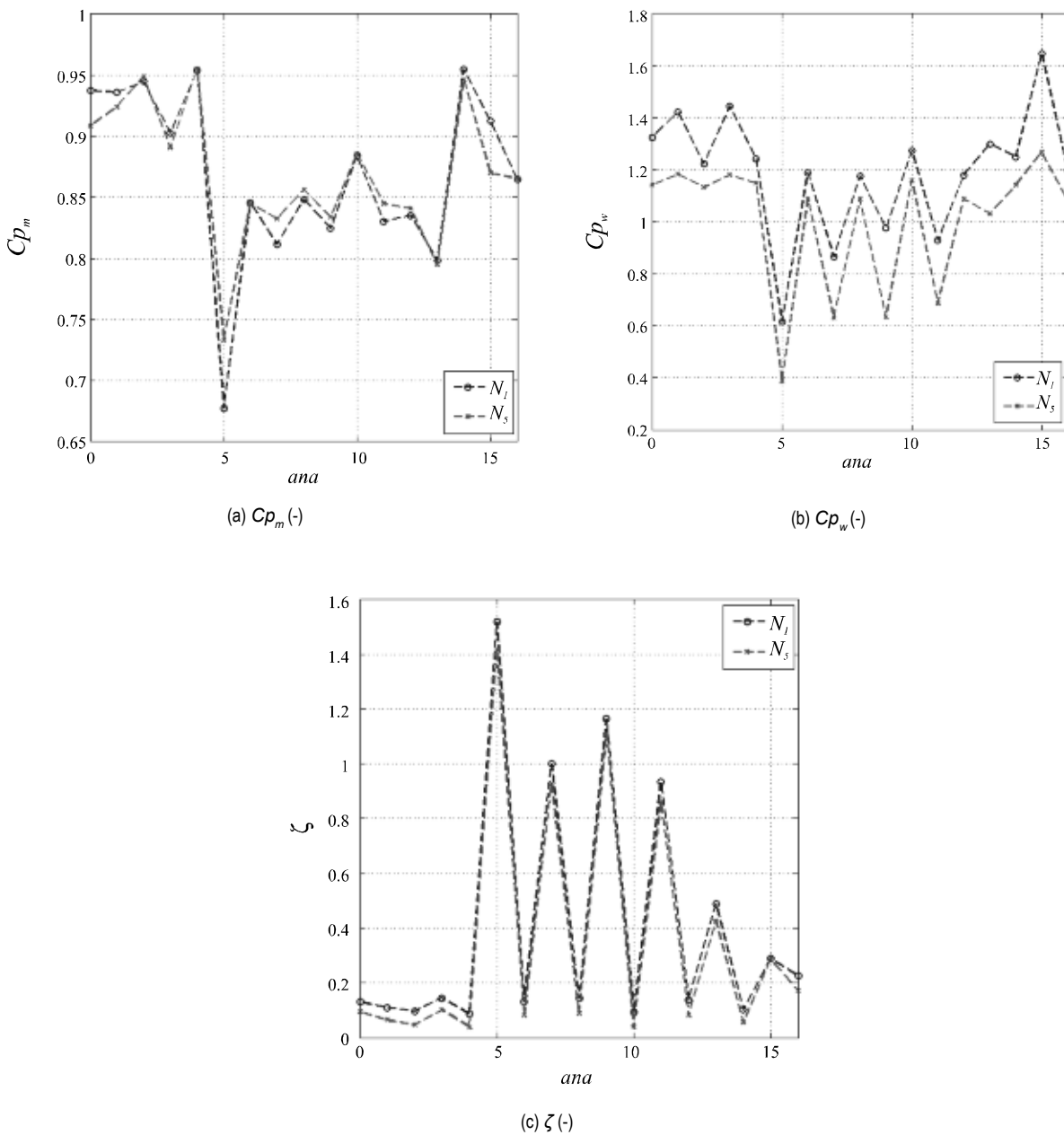
acuerdo a la tabla 2. Estas nuevas condiciones de frontera fueron aplicadas a los modelos  $N_1$  y  $N_3$ .

**Tabla 4** Variaciones de caudal e intensidad de giro del flujo de entrada para las diferentes simulaciones marcadas por el *FFD*

Sim.	$Q_{nor}$	S
<i>ana00</i>	1,0	0,26
<i>ana01</i>	0,51	0,24
<i>ana02</i>	1,53	0,24
<i>ana03</i>	0,48	0,24
<i>ana04</i>	1,51	0,24
<i>ana05</i>	0,47	0,92
<i>ana06</i>	1,5	0,09
<i>ana07</i>	0,49	0,77
<i>ana08</i>	1,52	0,13
<i>ana09</i>	0,41	0,86
<i>ana10</i>	1,44	0,09
<i>ana11</i>	0,49	0,75
<i>ana12</i>	1,52	0,08
<i>ana13</i>	0,48	0,41
<i>ana14</i>	1,51	0,25
<i>ana15</i>	0,39	0,35
<i>ana16</i>	1,42	0,3

Los valores de caudal e intensidad de giro son los mismos para ambos modelos.

La figura 6 muestra los resultados del comportamiento de las cantidades globales de rendimiento del aspirador cuando las condiciones de frontera son modificadas a través de los parámetros de los perfiles de velocidad. Estas cantidades son el coeficiente de recuperación de presión medio, figura 6(a), el coeficiente de recuperación de presión evaluado en la pared, figura 6(b) y el coeficiente de pérdida de energía, figura 6(c). Los resultados muestran que los parámetros globales de rendimiento tienen la misma tendencia en dos mallas cuando las condiciones de frontera sufren cambios importantes.



**Figura 6** Comportamiento de las cantidades globales de rendimiento del aspirador para las condiciones de frontera marcadas en la tabla 2 cuando se utilizan las dos densidades de mallas,  $N_1$  y  $N_5$

La tabla 4 muestra que las condiciones de caudal son aumentadas de manera significativa cuando la velocidad axial del vórtice central  $U_0$  es positiva, disminuyendo la intensidad de giro. Esto da resultados alentadores ya que de acuerdo a la Figura 6, es cuando los valores del  $\zeta$  disminuyen

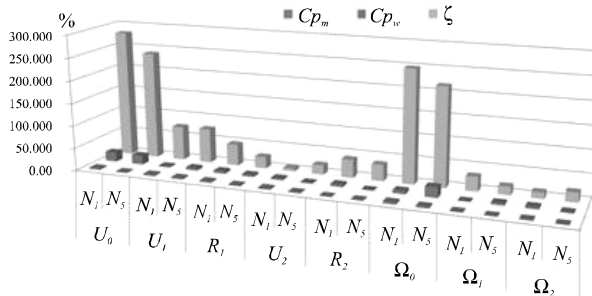
y los valores del  $Cp_m$  y  $Cp_w$  aumentan. Es decir que el caudal se concentra en el centro del tubo evitando las pérdidas por separación en la pared del aspirador y evitando también el rompimiento del vórtice y el flujo inverso en este punto del aspirador.

Así mismo, cuando la intensidad de giro es mayor o ligeramente inferior al caudal es cuando se presentan las condiciones de flujo indeseables en el aspirador, ya que es cuando la pérdida de energía aumenta y la eficiencia disminuye.

El caso extremo se presenta en el *ana05* cuando la intensidad de giro se obtiene el valor máximo  $S=0.92$  y  $\zeta$  presenta las mayores pérdidas y como consecuencia  $Cp_m$  y  $Cp_w$  los valores más bajos

**Sensibilidad**

La figura 7 muestra los efectos que cada parámetro del perfil de velocidades tiene sobre las cantidades que evalúan el rendimiento del aspirador. Esta evaluación se hizo en base a los resultados del *ana00*, que son los valores con los cuales el perfil se ajusta al perfil de velocidades experimental. La velocidad axial  $U_0$  y la velocidad tangencial  $\Omega_0$  son los parámetros que mayor impactan los coeficientes de pérdida de energía ( $\zeta$ ) y de presión en la pared ( $Cp_w$ ). Esto significa que el vórtice central tiene un efecto muy importante en el comportamiento del flujo en el tubo de aspiración. También es notorio que no se observan variaciones importantes de los parámetros de rendimiento cuando se utilizan las diferentes mallas  $N_1$  y  $N_5$ . Es claro también que el coeficiente de presión medio no tiene respuesta a los cambios en las condiciones de frontera. Es así como el coeficiente de pérdida de energía es el parámetro más significativo a evaluar en un proceso de optimización o de diseño y debería ser usada como función uni-objetivo.



**Figura 7** Efecto principal en % de los parámetros del perfil de velocidad de entrada al aspirador sobre sus cantidades del rendimiento global

**Error de convergencia de las iteraciones**

El error de convergencia en las iteraciones se define como la diferencia entre la solución actual y la solución exacta de las ecuaciones discretizadas en la misma malla. Ya que los residuales están acoplados al error de iteración real, una reducción en los residuales implica una reducción en el error de iteración. La tabla 5 presenta los valores alcanzados por cada simulación para ambos modelos  $N_1$  y  $N_5$  de acuerdo al procedimiento usado por Galván [11].

El Factor de Reducción del Residual estima la magnitud de reducción del residual y fue calculado en función del Residual de la Masa de la segunda y última iteración. Los resultados alcanzan un mínimo de 3 a 5 órdenes de magnitud, lo cual es recomendado por [16].

El residual de la masa de la última iteración se puede normalizar con el flujo másico total que entra al dominio y así obtener una medida objetiva del error relativo de la simulación,  $e_i$ .

El error de iteración (*error %*) fue investigado sólo en función de los residuales de la masa obtenidos entre la segunda y última iteración de cada simulación. Los resultados se muestran en la tabla 5 como porcentajes. Si se utilizan valores iniciales de cero como solución estimada, entonces el error inicial será igual a la misma solución, esto es, si los residuales han caído cinco órdenes de magnitud, entonces el *error %* deberá haber caído en una cantidad comparable, es decir, un error de aproximadamente  $1,0 \times 10^{-03} \%$ , [17]. La tabla 5 muestra que el *error %* cumple con esta condición para las 16 simulaciones.

La creación de la geometría y la malla estructurada con multi-bloques del modelo del tubo de aspiración consumió el mayor tiempo del proyecto y ha sido una parte muy importante para la obtención de resultados confiables en ambas mallas  $N_1$  y  $N_5$ .

Como se demuestra con los resultados de la tabla 5, esta topología fue necesaria para alcanzar una malla de calidad que ha sido factor

indispensable para una buena reducción del error de convergencia, lo que asegura una estabilidad

numérica a pesar de sufrir cambios importantes en las condiciones de frontera.

**Tabla 5** Error de convergencia de las iteraciones de los diferentes experimentos para las dos densidades de malla  $N_1$  y  $N_5$

Sim.	RRF (-)		$e_i$ (%)		error (%)	
	$N_1$	$N_5$	$N_1$	$N_5$	$N_1$	$N_5$
ana00	$1,06 \times 10^{+06}$	$1,33 \times 10^{-07}$	$4,57 \times 10^{-05}$	$2,08 \times 10^{-06}$	$9,48 \times 10^{-05}$	$7,53 \times 10^{-06}$
ana01	$2,52 \times 10^{+06}$	$3,26 \times 10^{-07}$	$1,83 \times 10^{-05}$	$5,13 \times 10^{-06}$	$3,97 \times 10^{-05}$	$3,06 \times 10^{-06}$
ana02	$1,37 \times 10^{+06}$	$2,19 \times 10^{-05}$	$9,22 \times 10^{-06}$	$4,75 \times 10^{-06}$	$7,28 \times 10^{-05}$	$4,56 \times 10^{-04}$
ana03	$3,05 \times 10^{+06}$	$4,44 \times 10^{-07}$	$8,37 \times 10^{-06}$	$1,55 \times 10^{-07}$	$3,27 \times 10^{-05}$	$2,25 \times 10^{-06}$
ana04	$1,29 \times 10^{+06}$	$7,54 \times 10^{-06}$	$1,34 \times 10^{-05}$	$1,90 \times 10^{-06}$	$7,77 \times 10^{-05}$	$1,33 \times 10^{-05}$
ana05	$2,04 \times 10^{+06}$	$2,05 \times 10^{-04}$	$3,45 \times 10^{-05}$	$1,31 \times 10^{-04}$	$4,90 \times 10^{-05}$	$4,87 \times 10^{-03}$
ana06	$6,28 \times 10^{+05}$	$1,23 \times 10^{-07}$	$4,42 \times 10^{-05}$	$8,11 \times 10^{-07}$	$1,59 \times 10^{-04}$	$8,11 \times 10^{-06}$
ana07	$1,46 \times 10^{+06}$	$4,00 \times 10^{-04}$	$1,56 \times 10^{-05}$	$2,72 \times 10^{-05}$	$6,83 \times 10^{-05}$	$2,50 \times 10^{-03}$
ana08	$1,65 \times 10^{+06}$	$2,21 \times 10^{-05}$	$2,37 \times 10^{-05}$	$4,67 \times 10^{-06}$	$6,08 \times 10^{-05}$	$4,53 \times 10^{-04}$
ana09	$1,67 \times 10^{+06}$	$3,46 \times 10^{-04}$	$1,26 \times 10^{-06}$	$8,84 \times 10^{-06}$	$6,00 \times 10^{-05}$	$2,89 \times 10^{-03}$
ana10	$9,64 \times 10^{+06}$	$1,15 \times 10^{-07}$	$4,05 \times 10^{-06}$	$3,21 \times 10^{-06}$	$1,04 \times 10^{-05}$	$8,67 \times 10^{-06}$
ana11	$1,65 \times 10^{+06}$	$4,58 \times 10^{-04}$	$1,26 \times 10^{-05}$	$5,14 \times 10^{-06}$	$6,07 \times 10^{-05}$	$2,18 \times 10^{-03}$
ana12	$2,21 \times 10^{+06}$	$1,23 \times 10^{-07}$	$1,23 \times 10^{-05}$	$4,84 \times 10^{-06}$	$4,52 \times 10^{-05}$	$8,15 \times 10^{-06}$
ana13	$3,02 \times 10^{+06}$	$1,00 \times 10^{-07}$	$1,71 \times 10^{-05}$	$3,99 \times 10^{-07}$	$3,31 \times 10^{-05}$	$9,95 \times 10^{-06}$
ana14	$1,44 \times 10^{+06}$	$9,77 \times 10^{-06}$	$5,01 \times 10^{-06}$	$3,72 \times 10^{-06}$	$6,92 \times 10^{-05}$	$1,02 \times 10^{-05}$
ana15	$5,16 \times 10^{+06}$	$5,52 \times 10^{-07}$	$6,79 \times 10^{-06}$	$2,81 \times 10^{-06}$	$1,94 \times 10^{-05}$	$1,81 \times 10^{-06}$
ana16	$5,72 \times 10^{+06}$	$1,43 \times 10^{-07}$	$2,15 \times 10^{-06}$	$3,80 \times 10^{-08}$	$1,75 \times 10^{-05}$	$7,02 \times 10^{-06}$

### Conclusiones

Después del ajuste del perfil de velocidades numérico a datos experimentales a la entrada del tubo de aspiración de la Turbina 99, se estudió la respuesta de los parámetros que establecen el rendimiento global del aspirador a través de un estudio de sensibilidad utilizando como herramienta al *FFD*.

Los modelos numéricos en los extremos de la curva asintótica de convergencia,  $N_1$  y  $N_5$ , han

demostrado que ambas mallas responden de manera similar a cambios importantes en las condiciones de frontera.

De los parámetros de rendimiento del aspirador, el coeficiente de pérdida de energía es quien presenta una mayor sensibilidad a los cambios en las condiciones de frontera. Esto es como resultado del cambio en la presión dinámica provocada por la brusca variación en los parámetros correspondientes a la velocidad axial de los vórtices,  $U_0$ ,  $U_1$  y  $U_2$ . Los otros coeficientes,

al manejar solamente la presión estática, no responden a los cambios de estos parámetros.

Con los resultados obtenidos en este trabajo, se sabe que es factible utilizar un modelo numérico tridimensional viscoso obtenido de un estudio de convergencia de malla y ser sometido a cambios significativos en las condiciones de frontera, como lo sería un proceso de optimización o de diseño.

Además, el error mínimo alcanzado en los dieciséis análisis utilizando los residuales de la masa garantiza una estabilidad numérica de las simulaciones aún con los cambios en las condiciones de frontera más severos.

Finalmente, ya que investigaciones realizadas en el tubo de aspiración revelan que las sus pérdidas de eficiencia se deben a las características del flujo entregado por el rodete de la turbina y que entra al aspirador, se considera de acuerdo a este análisis, que las condiciones de frontera pueden ser sometidas a un proceso de optimización. Así, de este proceso resultará el perfil de velocidades quedará ser capaz de mitigar o suprimir las características indeseables del flujo a través del aspirador, incrementando así el rendimiento global de la turbina hidráulica.

## Referencias

1. M. Casey, T. Wintergerste. "Best Practice Guidelines". *ERCOFTAC Special Interest Group on Quality and Trust in industrial CFD*. Version 1.0. 2000. pp. 1-94.
2. E. Turgeon, D. Pelletier, J. Borggaard. "A general purpose sensitivity equation formulation for complex flows." *8th Annual Conference of the CFD*. Proceedings Volume 2. Montréal Québec. 2000. pp. 609-705.
3. M. Iliescu, G. Ciocan, F. Avellan. "3D PIV and LDV measurements at the outlet of a Francis turbine draft tube". *ASME 2002 Fluids Engineering Division Summer Meeting*. Montréal, Québec Canada. 2002. pp. 311-316.
4. B. Masse. "Simulation creates potential 5 million revenue gain from hydropower turbines". *Journal Articles by Fluent Software Users (JA101)*. 1999. 1-4.
5. S. Mauri, J. Kueny, F. Avellan. "Wérle-Légende. Separation in a hydraulic machine draft tube". *ASME 2002 Fluids Engineering Division Summer Meeting*. Montréal. Québec Canada. 2002. pp. 885-891.
6. F. Avellan. "Flow investigation in a Francis draft tube: The FLINDT project". *Proceedings of the Hydraulic Machinery and Systems 20th IAHR Symposium*. No. DY-03. Charlotte. North Carolina. 2000. Aug. 7-9. Vol. 1. Paper No. DES-11.
7. M. Cervantes, F. Engström. "Factorial design applied to CFD". *Journal of Fluids Engineering*. Vol. 126. 2004. Pp. 791-798.
8. U. Andersson. "Test case T- some news results and updates since workshop 1". *Proceedings of Turbine 99-WS2, The second ERCOFTAC workshop on draft tube flow*. Alvkarleby, Sweden. 2001. pp. 1-11.
9. T. Engström, L. Gustavsson, R. Karlsson. *Proceedings of Turbine 99 Workshop 2 on Draft tube Flow*. Luleå University of Technology. Sweden. 2002. pp. 1-117.
10. M. Cervantes, F. Engström, H. Gustavsson. *Proceedings of the Turbine-99 III Workshop on Draft Tube Flow*. Porjus, Sweden, december 8-9. Luleå University of Technology, 2005:20. pp. 1-20.
11. S. Galván, M. Reggio, F. Guibault. "Assessment study of k-ε turbulence models and near-wall modeling for steady state swirling flow analysis in draft tube using FLUENT". *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*. Vol. 5. 2011. pp. 459-478.
12. S. Resiga, G. Ciocan, I. Anton, F. Avellan. "Analysis of the swirling flow downstream a Francis turbine runner". *Journal of Fluids Engineering*. Vol. 128. 2006. pp. 177-189.
13. S. Mauri, J. Kueny, F. Avellan. "Flow simulation in an elbow diffuser: verification and validation". *Proceedings of the Hydraulic Machinery and Systems XX Ist IAHR Symposium*. Lausanne. 2002. pp. 213-240.
14. K. Jae-Yong, J. Afshin, T. Clement. "Comparison of near-wall treatment methods for high Reynolds number backward-facing step flow". *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. Vol. 19. 2006. pp. 493-500.
15. Galván S. "Optimization of the inlet velocity profile of the Turbine 99 draft tube". *École Polytechnique. Doctoral Thesis*. Montréal Québec. Canada. 2007.
16. S. Galván, C. Rubio, J. Pacheco, C. Mendoza, M. Toledo. "Optimization methodology assessment for the inlet velocity profile of a hydraulic turbine draft tube: Part I - Computer optimization techniques". *Journal of Global Optimization*. Vol. 53. 2012. pp. 1-20.
17. J. Bergström, R. Gebart. "Estimation of numerical accuracy for the flow field in a draft tube". *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*. Vol. 9. 1999. pp. 472-486.