

## MECANICA ELASTOPLASTICA DE FRACTURA

Asdrúbal Valencia G.  
Ingeniería Metalúrgica  
Universidad de Antioquia

### INTRODUCCION

Los comienzos formales de la Mecánica de la Fractura se sitúan a principios de la década de 1950, pero su desarrollo ha permitido lograr métodos de ensayo para obtener valores confiables de la tenacidad a la fractura en deformación plana,  $K_{Ic}$ , dotando al metalurgista (o científico de los materiales) de un método cuantitativo para comparar el comportamiento de los materiales durante el proceso de fractura y evaluar el papel de la composición química, la microestructura, el estado de tensiones, el tamaño de la grieta, etc. (1)\*

Por otro lado, la Mecánica Lineal Elástica de fractura, ha permitido que el ingeniero utilice los datos de  $K_{Ic}$  medidos en el laboratorio para diseñar grandes estructuras sin peligro de fractura frágil y analizar las fallas, sin necesidad de conocer los mecanismos microscópicos que operan en un material durante la fractura. (2)

Todo lo anotado puede hacerse en el caso perfectamente elástico donde el enfoque energético de Griffith es "fácil" de aplicar. Es por ello que la Mecánica Lineal Elástica de Fractura (MLEF), ha alcanzado un nivel de refinamiento tan elevado y ha logrado una aceptación industrial tan amplia. Sin embargo, aunque la MLEF es invaluable en el análisis continuo del crecimiento de fisuras en materiales frágiles y de alta resistencia, cuando se trata de materiales dúctiles de menor resistencia, donde la fractura se ve acompañada de condiciones inelásticas o cuando las posibilidades de deformación plástica son apreciables por cualquier razón, ya no es válido este criterio y es por ello

\* Los números entre paréntesis se refieren a la bibliografía al final.

que en los últimos 15 años se ha adelantado mucho trabajo experimental y analítico tratando de caracterizar el comportamiento de los materiales en su tenacidad a la fractura, cuando la falla se inicia o se propaga bajo condiciones de deformación elasto-plástica. (3)

El principal objetivo de estas notas, es presentar una introducción a los conceptos de la Mecánica Elasto-Plástica de la fractura (MEPF) y su nivel actual de aplicación.

### 1. La Zona Plástica en la Punta de la Grieta

En esta presentación, se tratan aspectos de la Mecánica No Lineal de la Fractura que son generalizaciones de conceptos y resultados provenientes de la MLEF. Dichos temas no se repiten aquí y el lector debe consultar las referencias 1 y 2 para una breve introducción.

En las referencias citadas, se estableció que el factor de intensidad de esfuerzos  $K$ , proporciona una medida del nivel de deformación de la vecindad de la punta de la grieta. Pero el uso de este factor se ve limitado, en muchos casos, debido a la región plástica que se desarrolla en la punta de la grieta en todos los materiales, exceptuando los más frágiles.

Esta región de deformación inelástica, se conoce como "zona plástica de la punta de la grieta". Es posible hacer un estimativo aproximado de esta zona plástica en su forma y tamaño.

La figura 1 muestra la distribución de tensión  $\sigma_y$  en el plano  $\theta = 0$  adelante de una grieta en una placa delgada, bajo carga de tracción en tensión plana. Si el material fuera perfectamente elástico, la distribución de tensiones alcanzaría los valores elevados que se muestran así:

$$\sigma_y = \sigma \left( \frac{a}{2r} \right)^{1/2} \quad (1)$$

Cuando  $r \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma_y \rightarrow \infty$

Esto no sucede porque en la punta de la grieta ocurre fluencia plástica hasta una distancia  $r = r_p$ , figura 1, de modo que  $\sigma_y$  no puede sobrepasar al esfuerzo de fluencia del material,  $\sigma_o$  entonces:

$$\sigma_y = \sigma_o = \left( \frac{a}{2r_p} \right)^{1/2} \quad (2)$$

$$\text{o sea } r_p = \left( \frac{\sigma}{\sigma_o} \right)^2 \frac{a}{2}, \quad \text{pero } K = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

$$\text{así: } r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K}{\sigma_o} \right)^2$$

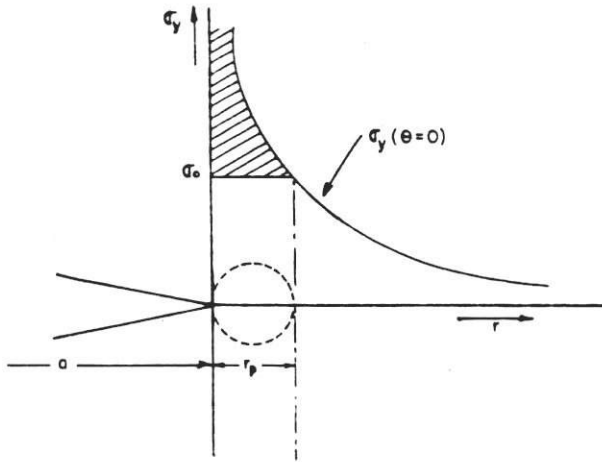


Fig 1. Estimación aproximada del tamaño de la zona plástica

### La Corrección de Irwin.

La ecuación (3) es sólo una primera aproximación, pues subestima demasiado la zona plástica; el tamaño real de la zona, debe ser mayor que  $r_p$  porque la carga representada por el área sombreada en la figura 1, todavía debe estar soportada por la placa agrietada.

Según Irwin, (5) la ocurrencia de la plasticidad hace que la grieta se comporte como si fuera mayor que su tamaño físico; la placa parece contener una grieta de tamaño mayor.

El tamaño efectivo de la grieta  $a_{ef}$  es igual a  $(a + v)$ , la grieta física más una corrección  $v$ .

La figura 2 es una representación de tal situación. Resulta allí que el área desde  $\sigma_y = \sigma_0$  hasta  $\sigma_y = \sigma_{max}$  (área A) es igual al área bajo  $\sigma_y = \sigma_0$  hasta  $r = r_p$ . También  $v = \lambda$  y  $R = 2r_p$ . Se encuentra que el tamaño de la zona plástica R, es dos veces mayor que el primer estimativo  $r_p$ .

La figura 3 es una representación de la corrección hecha por Irwin a la zona plástica, suponiendo que tiene forma circular.

Como K depende del tamaño de la zona plástica, es necesario corregir también el factor de intensidad de esfuerzos:

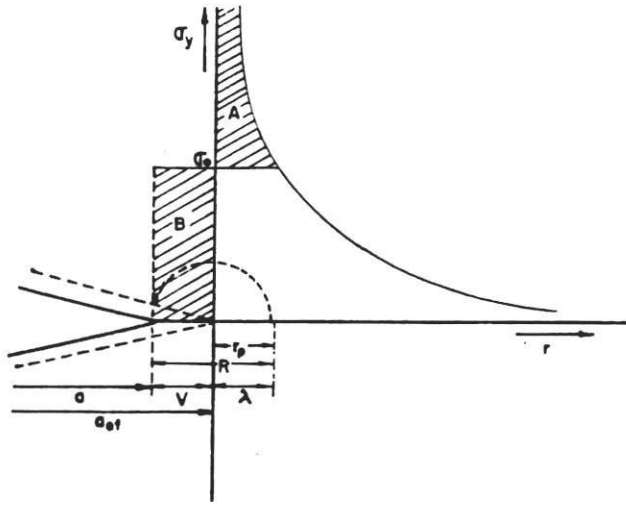


Fig. 2. Segunda aproximación al tamaño de la zona plástica

4 a

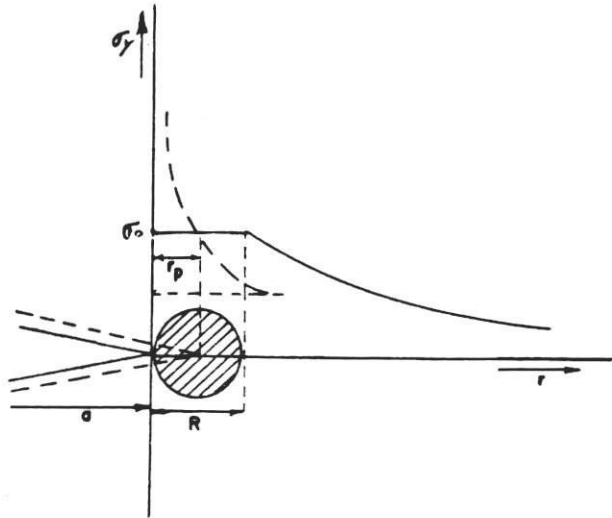


Fig. 3. Corrección de Irwin al tamaño de la zona plástica

$$K = H \sigma \sqrt{\pi (a + r_p)} = H \sigma \sqrt{\pi \left( a + \frac{K^2}{2\pi\sigma_0^2} \right)}$$

$$K = \frac{H\sigma\sqrt{\pi a}}{\left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (4)$$

### El Enfoque de Dugdale,

D.S. Dugdale (6,7) basado en Muskhelishvili y Barenblatt (8) siguió un camino diferente para hallar la extensión de la zona plástica. El modelo de Dugdale se ilustra en la figura 4a. y consiste en una ranura con longitud inicial  $2c$  que representa una grieta en una placa semiinfinita de espesor  $B$ .

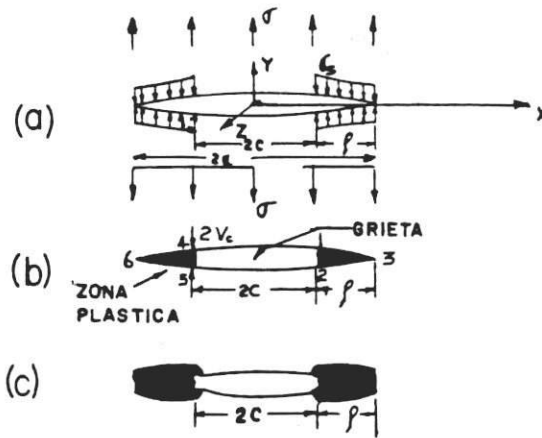


Fig. 4. Modelo de grieta de Dugdale-Muskhelishvili : (a) y (b) modelo de D-M  
(c) grieta real (Ref. 8)

Bajo un esfuerzo  $\sigma$  normal, la ranura se extiende hasta una longitud  $2a$  y se abre; pero la extensión y apertura se ven constreñidas parcialmente por una tensión interna distribuida uniformemente y de intensidad  $\sigma_s$  que actúa solamente en los extremos de la grieta desde  $X = \pm C$  hasta  $X = \pm a$ , y  $\rho = a - c$ .

El argumento básico de Dugdale es que si  $\sigma_s$  se iguala a  $\sigma_0$  (la resistencia a la cedencia), la tensión interna simula aproximadamente la sustentación que darían cuñas de forma similar de material que ha cedido y las cuales son como las zonas observadas experimentalmente (figura 4c). Según la hipótesis de Dugdale, la región 1254 (figura 4b) representa la grieta parcialmente distendida y las regiones 123 y 456 representan las zonas plásticas correspondientes. En consonancia con esta idea, la zona plástica se

extiende mientras las tensiones en las puntas 3 y 6 (frontera elastoplástica) sean mayores que  $\sigma_0$ . Con esta condición, Dugdale formuló el tamaño de la zona plástica en equilibrio con la tensión aplicada:

$$\frac{\rho}{a} = 2 \operatorname{sen}^2 \frac{\beta}{2} \text{ y } \frac{\rho}{c} = \sec \beta - 1 \quad (5)$$

donde: 
$$\beta = \frac{\pi \sigma}{2 \sigma_0}$$

Si la secante se expande en serie y se desprecian los términos de exponente elevado:

$$\rho = \frac{\pi^2 \sigma^2 c}{8 \sigma_0^2} = \frac{\pi}{8} \left( \frac{K}{\sigma_0} \right)^2 \quad (6)$$

Para valores altos de  $(\sigma/\sigma_0)$  se debe usar la ecuación (5) en vez de la ecuación (6) y la zona plástica es mayor que la derivada por Irwin.

### 1.3 Fluencia en Pequeña Escala

Duffy (9) corrigió la zona plástica usando la ecuación (5) y haciendo  $\rho = r_p$ . Así:

$$r_p = \left[ \sec \frac{\pi \sigma}{2 \sigma_0} - 1 \right] c \text{ y } K = \sigma \left[ \pi c \sec \frac{\pi \sigma}{2 \sigma_0} \right]^{1/2} \quad (7)$$

se han hecho muchas correcciones y derivaciones del tamaño de la zona plástica.

Cuando el tamaño de la zona plástica en la punta de la grieta es pequeño en comparación con las dimensiones geométricas de la grieta y del miembro, la situación se denomina "fluencia en pequeña escala". Para que la MLEF sea válida, debe darse la condición de "fluencia en pequeña escala". En otras palabras, esta situación requiere que la zona de inelasticidad, cualquiera que sea su origen, este contenida dentro de la región relativamente mucho mayor, donde se da un comportamiento elástico. Es por ello que en un ensayo de  $K_{Ic}$ , B y a deben cumplir la relación  $a, B \geq 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_0} \right)^2$  para que el ensayo sea válido (10).

En general  $r_p = \alpha \left( \frac{K}{\sigma_0} \right)^2$  y el valor de  $\alpha$  depende del sistema de análisis que se use.

Se considera que  $\alpha$  varía entre 0.036 y 0.13

### 1.4 La Forma de la Zona Plástica

Hasta aquí, la extensión de la zona plástica sólo se ha considerado en la dirección X. Se puede obtener una imagen mejor de su forma, examinando las condiciones de cedencia para ángulos  $\theta$  diferentes a 0.

Para tener una visión de la zona plástica, no sólo es necesario conocer la distribución de tensiones, sino que también debe usarse un criterio de fluencia adecuado, usualmente, el criterio de Tresca o el de Von Mises. De este modo se encuentran ecuaciones de  $r_p$  en función de  $\theta$  y gráficos como el de la figura 5. Hay que anotar que al derivar las zonas plásticas representadas en la figura 5, se cometió el mismo error que al derivar la ecuación (3), porque el esfuerzo limitante no es el decendencia. Además, el radio de curvatura de la punta afecta la fluencia original del material (11), fig 6.

La verificación experimental de los resultados analíticos no ha sido fácil, y se han utilizado técnicas metalográficas, réplicas de superficies, fotoelasticidad, esquemas de Moiré, canalizado de electrones en áreas seleccionadas, pulso ecos, etc., sin que los resultados sean decisivos.

5a

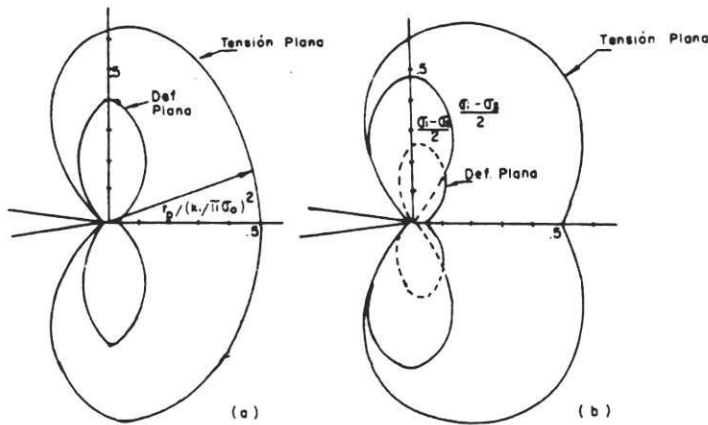


Fig. 5. Formas de la zona plástica según: (a) Criterio de Von Mises, (b) Criterio de Tresca (Ref. 1)

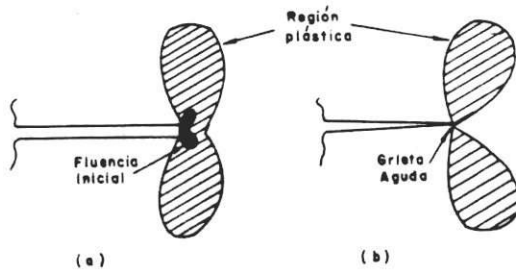
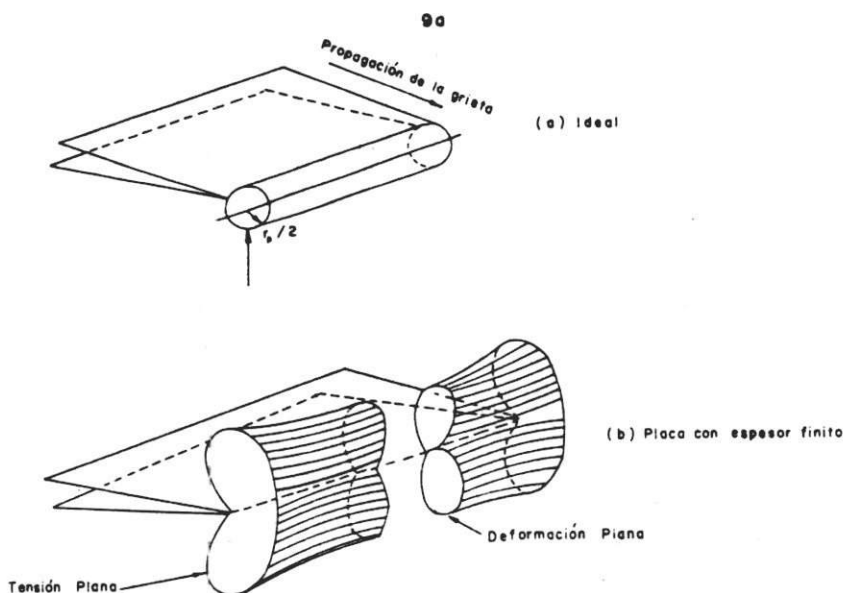


Fig 6. (a) grieta físicamente roma, (b) grieta matemáticamente aguda (Ref. 11)

Una gran limitante de estos estudios, es que sólo pueden mostrar la zona plástica superficial. En la MLEF, la pequeña zona plástica se idealiza como un cilindro de diámetro  $r_p$  a lo largo de la longitud de la punta de la grieta, como se muestra en la figura 7a; dentro del cilindro, el material estaría sometido a un estado de esfuerzos constantes, pero las condiciones en el interior cambian a medida que  $\sigma_z$  aumenta gradualmente desde cero en la superficie, hasta la condición de deformación plana en el interior. Por consiguiente, la zona plástica decrece paulatinamente desde el tamaño correspondiente a deformación plana en el interior, figura 7b, esta última es mucho menor. En general  $r_p$  está dado por:

$$r_p = \frac{1}{\beta\pi} \left( \frac{K}{\sigma_o} \right)^2 \quad (8)$$



Donde  $\beta$  es igual a 2 en tensión plana, e igual a 6 en deformación plana.

## 2. Fluencia en Gran Escala

En ciertos fenómenos de fractura, tales como el crecimiento de grietas en fatiga y la fisuración en corrosión, la zona plástica es, en general, lo suficientemente pequeña como para usar la MLEF aún en los materiales más dúctiles.

Pero sucede que mientras más dúctil sea el material, más posibilidad hay de que la zona inelástica no sea lo suficientemente pequeña en el punto de fractura como para usar



soluciones basadas en la MLEF. Por ejemplo, en los aceros de construcción, el espesor requerido para un ensayo válido de  $K_{Ic}$  es muy grande; si el acero tiene una tensión de cedencia de 500 MPa y una tenacidad de 180 MPa  $\sqrt{m}$ , se precisaría una probeta de 32 cm de espesor, la cual pesaría unos 1.500 kg y requeriría una carga de 5mn, de modo que el ensayo sería costosísimo en material, maquinado y equipo.

Se entiende que en estas condiciones, un factor de intensidad de tensiones corregido con el tamaño de grieta efectivo, ya no predecirá la falla con exactitud razonable. Esto es cierto aún en el caso de fluencia en pequeña escala, donde la suposición tácita de que la zona plástica simplemente se traslada durante un pequeño crecimiento de ella, ya no es correcta. Así que en el caso de fluencia en gran escala, es decir, plasticidad masiva en la punta de la grieta, es virtualmente imposible satisfacer los requerimientos de plasticidad limitada en los ensayos de laboratorio. Aunque la MLEF todavía sea válida para el componente en servicio.

Por todo lo anotado y por otras razones no explícitas, se comprende que en los últimos años haya habido un interés considerable en caracterizar el comportamiento de tenacidad de fractura de los materiales, bajo un régimen elasto-plástico.

Según Merkle y Corten (12), un método satisfactorio para calcular los valores de tenacidad a la fractura a partir de datos no lineales de carga vs desplazamiento, debe incluir lo siguiente:

- a. El parámetro que represente la tenacidad de fractura, sólo debe ser función de cantidades mensurables.
- b. El parámetro debe tener un significado explícito en términos de las condiciones de la punta de la grieta.
- c. El método de cálculo debe derivarse analíticamente de los principios de la mecánica de los sólidos, para condiciones no lineales, usando un mínimo de simplificaciones.
- d. El cálculo debe concordar con la MLEF para el caso de un ensayo que caiga bajo las condiciones lineales.

Los varios enfoques del problema se pueden clasificar así:

- a. Correlaciones.
- b. Métodos semiempíricos.
- c. Métodos analíticos.

Para propósitos de diseño, las correlaciones son los métodos más confiables en circunstancias específicas, pero su aplicabilidad a materiales nuevos o condiciones diferentes, es incierta.

Los métodos semiempíricos basados en relaciones entre la energía y el desplazamiento, tienden a carecer de una base analítica general. Las relaciones entre la tenacidad a la fractura y las propiedades del material, son muy interesantes desde el punto de vista del metalurgista (o científico de materiales), pero dependen de dimensiones microestructurales difíciles de medir. Esta es la razón por la cual los métodos analíticos se han explorado tan intensamente en la última década.

Entre los métodos usados, los más generalizados son: las curvas R, la tenacidad a la fractura dinámica  $K_{I,d}$ , el criterio de la energía liberada o criterio T, el desplazamiento de apertura de la grieta (DAG), la integral M y la integral J.

De estos métodos, los dos más extendidos son: el desplazamiento de apertura de la grieta (DAG) y la integral J; los procedimientos para determinar J están normalizados por la ASTM bajo la designación E-813 (13). El ensayo del DAG es más utilizado en Europa; la norma más conocida es la inglesa.

### 3. La Integral J

Un cuidadoso análisis termomecánico de la propagación de una grieta en un medio continuo, llevó a Cherepanov a proponer una forma y un criterio integrales de fractura (14). Para crecimiento lento y en la ausencia de flujo de calor y fuerzas volumétricas, esta forma integral se identifica como la integral J, la cual fue descubierta independientemente por Rice (15) como una consecuencia de los trabajos de Eshelby (16), utilizándola para calcular la tenacidad de fractura de placas agrietadas sometidas a un campo de tensiones elasto-plástico.

#### 3.1 La Termodinámica y la Integral J

La integral J fue propuesta por Rice (15) como método analítico de establecer una solución elasto-plástica rigurosa del campo de tensiones en la punta de la grieta; fue definida como:

$$J = \int_{\Gamma} [ W(\epsilon) dy - \bar{T} \frac{\partial \bar{M}}{\partial X} ds ] \quad (9)$$

Donde X y Y son las coordenadas cartesianas normales a la punta de la grieta, figuras 8 y 9, y ds es un elemento de arco a lo largo de cualquier trayectoria r que circunscriba la punta de la grieta. El vector de tensión ejercida sobre el material se denota con T, es el vector de desplazamiento y W es la densidad de energía de deformación.

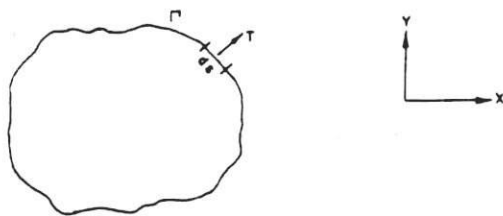


Fig. 8. Definición de la integral J

$$W = W(x,y) = W(\epsilon) = \int_0^\epsilon \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (10)$$

Lo fundamental de  $J$  es su independencia de la trayectoria, aunque en el caso de una grieta no se tome sobre un contorno cerrado: es decir, aunque el circuito se cierre en los bordes de la grieta, figura 9.

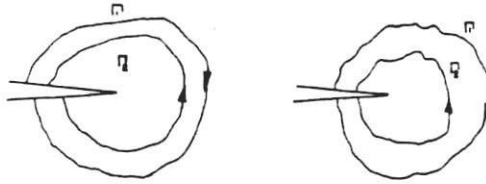


Fig. 9. Contorno alrededor de la punta de la grieta

Un análisis energético simple, se puede hacer considerando un cuerpo que contenga una grieta paralela al eje  $x$  (figura 10) sometido a una carga  $P$  y con un desplazamiento total  $y$ .

La carga  $P$  genera en la punta de la grieta un campo de tensiones y deformaciones.

Para aplicar las leyes de la termodinámica reversible, el cuerpo cargado se divide en dos sistemas termodinámicos (17).

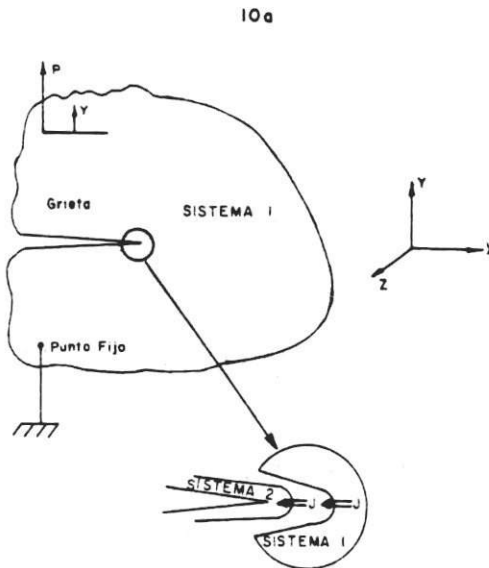


Fig. 10 Análisis termodinámico de un cuerpo cargado (Ref. 17)

Sistema 1: Región elástica alrededor de la punta de grieta, figura 10.

Sistema 2: Zona plástica en la vecindad inmediata de la punta de la grieta.

El sistema 1 es elástico, o sea reversible, mientras que el sistema 2 no lo es. Es hipótesis fundamental que la variación es la energía interna  $U_s$ , debida al cambio desde el estado inicial (i) hasta el estado final (f), está completamente expresada por el aumento en el tamaño en la zona plástica en la punta de la grieta, hasta su tamaño crítico, lo cual se expresa como:

$$U_p^{(f)} - U_p^{(i)} = \Delta U_p = U_s = P \cdot y \quad (11)$$

La energía de deformación  $U_s$ . Se puede descomponer en dos términos asociados con los sistemas 1 y 2.

$$U_s = U_s^{(1)} + U_s^{(2)} = P y \quad (12)$$

Que al derivar:

$$d U_s = d U_s^{(1)} + d U_s^{(2)} = P dy + y dP \quad (13)$$

El sistema 1 es reversible y al aplicar la primera ley de la termodinámica se tiene:

$$d U_s^{(1)} = P dy - J dA \quad (14)$$

$P dy$  es el diferencial de trabajo hecho por la carga externa  $P$  y  $J dA$  es el diferencial de trabajo hecho por el sistema 1 sobre el sistema 2.

Combinando las ecuaciones (13) y (14):  $d U_s^{(2)} = y dP + J dA \quad (15)$

En dos dimensiones, es decir, tomando a  $Z$  constante e igual a la unidad, el incremento en el área de la grieta  $dA$  será:  $dA = z \cdot dx = 1 \cdot dx$  o sea  $dx = dA$ , unidad de área por unidad de frente de la grieta, así  $dx$  expresa el aumento infinitesimal en la longitud de la grieta debido a una variación.  $d U_s^{(1)}$ , de la energía elástica de deformación en el sistema 1.

Teniendo esto en cuenta, las ecuaciones (14) y (15) se pueden escribir:

$$\begin{aligned} dU_s^{(1)} &= Pdy - JdX \\ dU_s^{(2)} &= ydP + JdX \end{aligned} \quad (16)$$

Las funciones de energía  $U_s^{(1)}$  y  $U_s^{(2)}$  son funciones de estado y por consiguiente, independientes de la trayectoria. Derivando las ecuaciones (16) con respecto a X y Y:

$$\frac{\partial^2 U_s^{(1)}}{\partial x \partial y} = \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_y = - \left( \frac{\partial J}{\partial y} \right)_x \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 U_s^{(1)}}{\partial x \partial P} = \left( \frac{\partial Y}{\partial x} \right)_P = \left( \frac{\partial J}{\partial P} \right)_x \quad (18)$$

Las ecuaciones (17) y (18) muestran claramente que sólo cuando x es constante (la grieta no se propaga) se puede escribir:

$$dJ = \left( -\frac{\partial P}{\partial x} \right)_y dy = \left( \frac{\partial Y}{\partial x} \right)_P dP \quad (19)$$

$$J = \int_0^{y^c} \left( -\frac{\partial P}{\partial x} \right)_y dy = \int_0^{P^c} \left( \frac{\partial Y}{\partial x} \right)_P dP \quad (20)$$

Esta ecuación obtenida por consideraciones termodinámicas, relaciona a J directamente con los datos experimentales mensurables: la curva carga-desplazamiento (P-y).

En la derivación anterior, se consideró a J como energía por unidad de área, usando la segunda definición de Rice:

$$J = -\frac{\partial U}{\partial a} \quad (21)$$

Donde  $U$  es la energía interna definida para elasticidad y  $a$  es la longitud de grieta por unidad de espesor.

En la situación elástica, la integral  $J$  es equivalente a la tasa de liberación de energía  $G$ , de Irwin (1).

$$J = G \quad (22)$$

Esto significa que la integral  $J$ , tal como fue propuesta por Rice, tiene dos definiciones básicas; una como una integral de línea en dos dimensiones y otra como tasa de liberación de energía al crecer la grieta. Cualquiera de las dos definiciones se puede usar para la determinación analítica de  $J$  (18). Landes y Begley usaron la integral  $J$  para establecer un criterio de fractura en los metales.

### 3.2 La integral $J$ como criterio de fractura

Según Landes y Begley (19), el uso de la integral  $J$  como un criterio de fractura, se basa en un proceso de fisuramiento representado por el modelo de la figura 11. La pieza no



Fig. 11. Proceso de fractura esquemático (Ref. 21)

cargada contiene una grieta aguda (que para los ensayos se introduce por fatiga). Cuando se aplica carga, inicialmente la grieta se amplía haciéndose roma. Este embotamiento aumenta con la carga aplicada, hasta que se alcanza un valor de la carga don-

de una nueva grieta empieza a avanzar a partir de la grieta embotada original. En este punto, cuando ocurre el primer avance de la grieta se define la medida de la tenacidad a la fractura, es decir  $J$  alcanza su valor crítico  $J_c$ . Bajo el modo de carga I este valor es  $J_{Ic}$ . En el caso elástico:

$$J_{Ic} = G_{Ic} = \frac{1 - \nu^2}{E} K_{Ic}^2 \quad (23)$$

El proceso de agrietamiento descrito por este modelo, puede relacionarse con el parámetro característico  $J$ (19) en casos elasto-plásticos (o con  $K$  y  $G$  en casos lineales) mediante un gráfico de  $J$  vs la extensión de la grieta  $\Delta a$ , figura 12.

El uso de la integral  $J$  como un criterio de iniciación del crecimiento de la grieta, se ha desarrollado por varias razones (20):

- $J$  se puede calcular de la manera más fácil, escogiendo una trayectoria sobre la que se pueda hacer la integración convenientemente.
- Las relaciones reales tensión-deformación, no necesitan ser conocidas con precisión para las grandes deformaciones que ocurren cerca de la punta de la grieta. Los estimativos aproximados y las idealizaciones no afectan a  $J$  apreciablemente.
- $J$  se puede calcular con mucha precisión, usando métodos numéricos (elemento finito), esto se debe a que la trayectoria de integración pasa a través de muchos elementos, de modo que se nivelan las fluctuaciones de tensiones y deformaciones entre elemento y elemento.

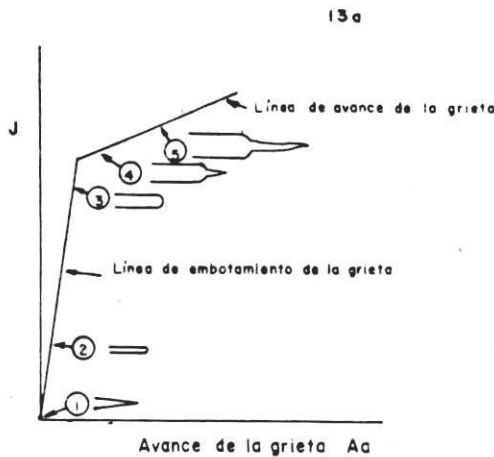


Fig. 12. Curva de resistencia esquemática del proceso de fractura (Ref 21)

d.  $J$  se puede determinar a partir de datos experimentales, sin necesidad de suposiciones respecto a las propiedades del material.

### 3.3 La Determinación de $J$

El uso de  $J$  como criterio de fractura, hace necesaria su determinación experimental; la integral de línea no se puede usar con este propósito aunque es útil en el análisis numérico.

Basados en la definición de  $J$  como tasa de liberación de energía, Begley y Landes propusieron un método de ensayo (21). Este método inicial, requiere el uso de varias probetas (5 a 10) y es laborioso; por ello, se ha llegado a elaborar un método de ensayo usando una sola probeta. Después de muchas correcciones y mucho trabajo analítico y experimental, en 1981 la ASTM estableció la norma E813, que define el procedimiento para la determinación de  $J_{Ic}$ . Se pueden usar probetas cargadas en flexión o en tracción que contengan grietas agudas hechas por fatiga.

Usando un espécimen como el de la figura 13a, se obtiene un gráfico como el de la figura 13b,  $J$  se calcula con:

$$J = \frac{A}{Bb} \cdot f(a_0/W) \quad (24)$$

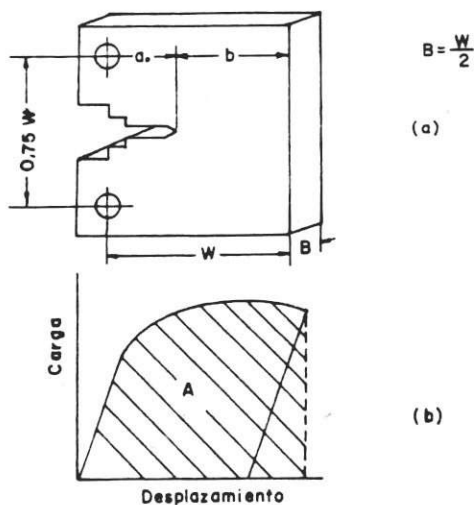


Fig. 13. Ensayo para determinar  $J_{Ic}$ : (a) Probeta compacta  
(b) Curva de carga

Los datos y procedimientos requeridos, los cuales son por demás rigurosos, están en la mencionada norma.



### 3.4 Usos de $J_{Ic}$

La aplicación de  $J_{Ic}$  a los componentes estructurales puede efectuarse de dos maneras. La primera es aplicarla directamente al componente; este método es más útil cuando la región alrededor de la grieta ya no es elástica; en este caso el procedimiento se efectúa mejor con la definición integral.

La segunda manera es usando un ensayo como el mencionado en 3.3 y usar los datos de  $J_{Ic}$  para convertirlos en  $K_{Ic}$  mediante la ecuación (23). Estos valores se pueden aplicar directamente al componente estructural.

Además de su uso como una medida de la tenacidad a la fractura elasto-plástica, la integral  $J$  se ha usado en otros casos. Ha servido para caracterizar la fractura que se origina en una grieta no aguda (24).

Para el crecimiento de grietas por fatiga bajo condiciones elasto-plásticas, se ha usado una definición de  $J$  denominada  $\Delta J$  (25). Se ha utilizado como base de inspección no destructiva de máquinas rotativas (26). Bajo condiciones de termofluencia (creep) a alta temperatura, se ha usado una modificación de  $J$  como derivada respecto al tiempo  $c^*$  (27, 28).

En la actualidad se trabaja, además, en la caracterización de  $J$  en tres dimensiones.

### 4. Desplazamiento de Apertura de la Grieta (DAG)

Otro parámetro que puede caracterizar la punta de una grieta es  $\delta$ , llamado el desplazamiento de abertura de la grieta, DAG; fue propuesto independientemente por Cottrell y Wells (29). Este criterio es más interesante para el metalurgista, porque está más relacionado con las variables metalúrgicas que  $J$ .

En todos los tipos de propagación de grietas, exceptuando el clivaje, la fractura es inducida plásticamente y son las deformaciones plásticas localizadas en regiones adyacentes a la punta de la grieta, las que causan su crecimiento; por tanto, el criterio de fractura debe estar relacionado con la cantidad de deformación plástica que ocurre en una pequeña región cerca de la punta de la grieta. Según Cottrell (30) como primera aproximación el material adelante de la punta de la grieta se puede considerar compuesto por una serie de "hipotéticas y diminutas probetas de tracción de longitud  $l$  y ancho  $w$ ". Figura 14a.

El crecimiento de la grieta ocurre cuando se fractura la probeta próxima a la punta, al fallar este espécimen, falla el siguiente y todo el proceso de fractura es inestable de modo que la grieta se propaga con un esfuerzo decreciente.

Si una placa cargada en el modo I es suficientemente gruesa para que se de la deformación plana, la deformación plástica en la punta de la grieta estará confinada en bandas

estrechas cuyo espesor (longitud  $l$ ) es del orden del diámetro  $2\rho$  de la punta de la grieta. Figura 14b.

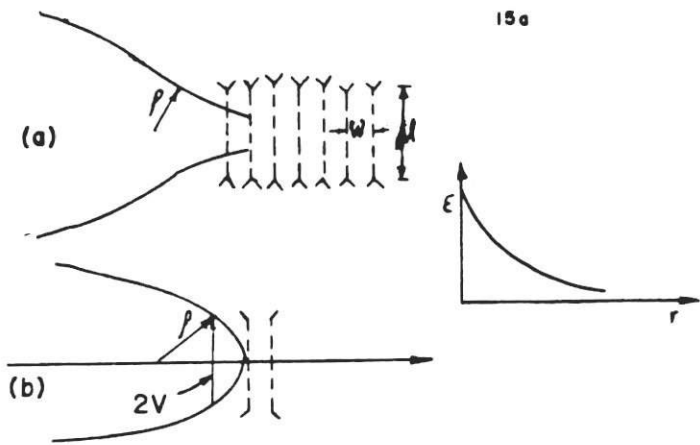


Fig. 14. (a) Región adyacente a la punta compuesta de probetas hipotéticas ; (b) Relación entre  $\rho, V$  y  $\epsilon$  (Ref. 29)

Si la deformación en tracción de la probeta adyacente a la punta es  $\epsilon$ , el desplazamiento de las caras de la fisura es  $2V$ .

$$2V = 2\rho \epsilon \quad (\text{def. plana}) \quad (25)$$

La fractura inestable ocurre cuando la deformación en esta miniprobeta llegara a ser igual a la ductilidad de fractura  $\epsilon_f$ , en ese caso, se alcanza un punto de inestabilidad y  $V$  toma el valor crítico  $V_c$ :

$$V_c = \rho \epsilon_f \quad (26)$$

El desplazamiento de apertura de la grieta se puede medir y relacionarse con el desplazamiento de apertura en la punta de la grieta (DAPG)  $\delta$ , y los valores críticos de  $\delta$  se pueden usar como criterio de fractura.

#### 4.1 Expresiones para DAPG

Si en la ecuación (26)  $\rho$  se reemplaza por su valor en la ecuación (6) y  $\epsilon_f$  por su valor  $\sigma_o/E$ , el análisis de Westgaard y el modelo de Dugdale (31) permiten escribir el DAPG,  $\delta$ , como:

$$\delta = \frac{\pi \sigma_o^2 a}{E \sigma_o} \quad (27)$$

En una estructura grande, que falla antes de que empiece a ceder, la relación  $\sigma / \sigma_o$  es pequeña y haciendo  $\sigma = \sigma_c$  en la ecuación (21) se puede escribir:

$$\sigma_c = [ E \sigma_o \delta_c / \pi a ]^{1/2} \quad (28)$$

El incremento de trabajo hecho por el esfuerzo en la punta ( $\sigma_o$ ) sobre la zona plástica, cuando se mueve un desplazamiento constante  $\delta_c$ , se puede interpretar como la tasa crítica de liberación de energía  $G_c$ . De la ecuación (28)

$$\sigma_c \sqrt{\pi a} = \sqrt{E \sigma_o \delta_c} = K_c \quad (29)$$

$$\Rightarrow \sigma_o \delta_c = \frac{K_c^2}{E} = G_c \quad (30)$$

Con esta ecuación, el DAPG  $\delta_c$ , se puede relacionar con otros criterios; bajo condiciones de MLEF se puede escribir:

$$\delta_c = \frac{G_c}{\sigma_o} = \frac{J_c}{\sigma_o} = \frac{K_c^2}{\sigma_o E} \quad (31)$$

Expresiones más refinadas que la ecuación (31), se han desarrollado para distintas condiciones; en deformación plana:

$$G_{Ic} = \lambda \sigma_o \delta_c$$

$$\delta_c = \lambda K_{Ic}^2 (1 - \nu^2) / E \sigma_o \quad (32)$$

$$J_{Ic} = \sigma_o \delta_c / \lambda$$

Según Levy (32)  $\lambda$  es una función del estado de tensiones, para esfuerzo plano  $\lambda = 1$ . En general  $\lambda$  varía entre 1.12 y 2.6

## 4.2 La Medida del DAPG

La medida  $\delta$ , está descrita en normas, especialmente en los British Standards, pues en Inglaterra es el parámetro elastoplástico usual. En general, el montaje es como el de la figura 15; se usa una probeta como la de la figura 13a, se aplica carga, se hace un gráfico V vs P y se usan relaciones entre V y  $\delta$  para hallar el valor de  $\delta_c$ .

En resumen, el concepto del DAPG da una representación física de la fractura, pero su medida experimental y sus bases analíticas no están tan bien determinadas como en el caso de la integral J y por ello, éste último parámetro se ha desarrollado con mayor rapidez y ha encontrado más efectiva aplicación en el diseño.

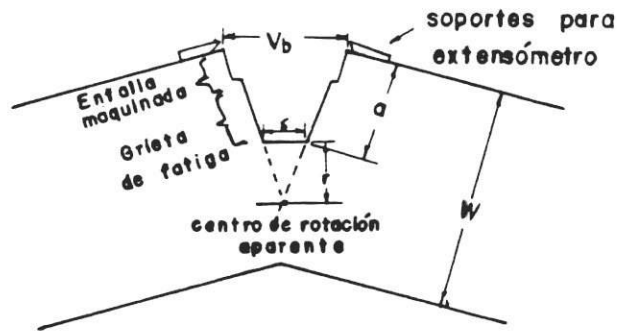


Fig. 15. Montaje para medir  $V_b$  y  $\delta$

## 5. CONCLUSION

Con esta breve presentación, se espera haber dado una idea de cómo la MLEF se ha extendido a otras condiciones, permitiendo el análisis de fallas bajo condiciones elasto-plásticas y completamente plásticas. En muchas situaciones, es evidente que se hace necesario el uso de la mecánica no lineal de fractura y se ha mostrado que existen distintos métodos para hacerlo. Esto permite que muchos diseños críticos sean más realistas y menos conservadores y costosos.

Pero aunque la medida en el laboratorio de la tenacidad en condiciones elasto-plásticas es ahora un método normalizado, la aplicación de esta información a configuraciones agrietadas que estén en servicio, requiere mucho más cuidado que en el caso de la MLEF. Es claro que esto precisa una capacidad de análisis y unos conocimientos que hacen necesario un estudio completo del tema. Por ello, se espera que esta breve reseña haga que nuestros ingenieros y diseñadores se interesen en estas técnicas de diseño crítico.

## REFERENCIAS

1. Mattos, R.J. y A. Valencia. 'Una breve introducción a la mecánica de la fractura'. **Revista Universidad Eafit**. No. 52. Diciembre 1983, p. 75.
2. Valencia, a. "Introducción al concepto de tenacidad a la fractura". **Revista de la Facultad de Ingeniería de la U. de A.** No. 2. 1984.
3. Ritchie, R. O. "Why ductile fracture mechanics". **J. Eng. Mat and Tech.** Vol 105. Jan 1983. p. 1
4. Liu, H. W. "On the fundamental basis of fracture mechanics" **Eng. Fract. Mech.** Vol 17. 1983, p. 425

5. Bilby, B. A. and J. D. Eshelby. "Dislocations and the theory of fracture". **Fracture**. Vol I. ed Liebowitz, Academic Press, N. Y. 1969.
6. Dugdale, D. S. "Yielding of steel sheets containing slits". **J. Mech. Phys. of solids**. Vol 8. 1960, p. 100
7. Broek, D. **Elementary Engineering Fracture Mechanics**. Noordhorf. The Netherlands, 1978.
8. Hahn, G. T. and A. R. Rosenfield. "Local yielding and extension of a crack under plane stress". **Acta metal**. Vol. 13. March 1965, p. 293.
9. Erdogan, F. "Stress Intensity Factors" **J. of Applied Mechanics**. Vol 50, Dec. 1983. P. 992
10. 1983 Annual Book of ASTM Standards, Designation E-399.
11. Sih, G. C. "Elastic-Plastic Fracture Mechanics". **Proceeds of an Intl. Conf. on Prospects of Fract Mech**. Delft-Noordhof Intl. Leyden, 1974, p. 613
12. Merkle, J. G. and Corten, H. T. "A J Integral Analysis of the Compact Specimen, Considering Axial Force as Well as Bending Effects". **J. Press. Vess. Tech**. Vol 96, No 1974, p 286.
13. 1983 Annual Book of ASTM Standards. Designation E-813.
14. Cherepanov, G. P. **Applied Mathematical Mechanics (PMM)**. Vol. 31, No 3, 1967, p.476
15. Rice, J. R. "A Path Independent Integral and the Aproximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks". **J. of Applied Mech**. Vol. 35, Jun. 1968.
16. Eshelby, J. D. **Solid State Physics**. Vol 3. Academic Press, N. Y. 1956, p. 79.
17. Nguyen-Duy. P. and S. Bayard. "Fracture Toughness of 4130 Quenched and Tempered Steel". **J. Eng. Mat. and Tech**. Vol. 103, Jan 1981. p. 55
18. Landes, J. D. and Begley, J. A. in **Fracture Toughness**. ASTM STP 514. American Society for Testing and Materials, 1972, p. 24
19. Landes, J. D. and Begley, J. A. in **Developments in Fracture Mechanics, Test Methods Standarization**. ASTM. STP 631, American Society for Testing and Materials. 1972, p. 51
20. Broberg, K. B. "Discussion on Intial and Subsequent Crack Growth". **Eng. Fract. Mech**. Vol 19, 1971 p. 1031.

21. Landes, J. D. and Begley, J. A. in **Fracture Analysis**. ASTM STP 560. American Society for Testing and Materials, 1974, p. 176.
22. Broberg, K. B. "Crack Growth Criteria and Non linear Fracture Mechanics". **J. Mech. Phys solids**. Vol 19, 1971, p. 407.
23. Simpson, L. S. "The Relationship between Stress Intensity Factor, Crack Opening Displacement and J-Integral in Zr-2.5 pct Nb". **J. Eng. Mat and Tech.** Vol. 102.- Jan 1980, p. 97.
24. Begley, J. A. et al. in **Fracture Analysis** ASTM STP 560. American Society for Testing and Materials. 1974, p.155.
25. Dowling, N. E. in **Cracks and Fracture**. ASTM STP 601. American Society for Testing and Materials, 1976, p.19.
26. Sakata, M. et al. "J-Integral Approach to Fracture of Rotating Disk". **J. Eng. Mat. and Tech.** Vol 100. Ap 1978, p. 128.
27. Taira, S. et al. "Applications of J-Integral to High Temperature Crack Propagation". **J. of Eng. Mat and Tech.** Vol 101, Ap. 1979, p.154.
28. Taira, S. et al. "Applications of J-Integral to High Temperature Crack Propagation". **J. of Eng. Mat. and Techn.** Vol 101, Ap. 1979, p. 161.
29. Tetelman, A. S. and A. J. McEvily Jr. **Fracture of Structural Materials**. John Wiley. N. Y. 1967.
30. Dieter, G. E. **Mechanical Metallurgy**. McGraw-Hill, N. Y. 1976.
31. Egan, C. R. "Compatibility of K<sub>IC</sub> and COD". **Eng. Fract. Mech.** Vol 5, 1973. p. 167.
32. Paranjpe, S. A. and S. Banerjee "Interrlations of COD and J-Integral". **Eng. Fract. Mech.** Vol 11, 1978, p. 43
33. Knott, J. F. **Fundamentals of Fracture Mechanics**. Halsted Press, Toronto, 1974.
34. Hutchinson, J. W. "Fundamentals of the Phenomenological Theory of Non Linear Fracture Mechanics". **J. of Appl. Mech.** Vol 50, Dec. 1983 p. 1042.
35. Chubb, J. P. "Fracture mechanics-a break for the metallurgist ?". **Metallurgia**. August, 1979. p. 493.