

METODOS ESTADISTICOS EN LA PROYECCION DE DEMANDA DE TRANSPORTE URBANO PARA EL TREN METROPOLITANO

**Luis Pérez G.
Carlos Mario Parra M.
Juan Delgado L.
Germán Urrego G.
Isaac Dyer
Carlos J. Noreña M.
Roberto Flórez R.**

RESUMEN

Dentro de un proyecto macro para establecer la demanda de transporte urbano para el Metro del Valle de Aburrá, es de particular interés mostrar la metodología estadística utilizada y las suposiciones prácticas necesarias para lograr una utilización adecuada de técnicas teóricas en un asunto práctico. Se presentan, además, algunos estimadores especiales creados para lograr los objetivos del estudio, los cuales, a su vez, pueden introducir interés teórico.

1. INTRODUCCION

El Nuevo Metro entrará operar por los años de 1990, cruzará linealmente el Valle del Aburrá y tendrá 24 estaciones para hacer más adecuado su servicio.

A solicitud de la Empresa de Transporte Masivo del Valle de Aburrá, el Centro de Servicios Técnicos (CESET) realizó un proyecto tendiente a pronosticar la demanda del Metro para los años 1990 y 2000, con especial interés en la determinación del flujo entre estaciones y carga en tramos. El proyecto abarcó, entre objetivos y actividades, la realización de una encuesta de orígenes y destinos; el desarrollo de un modelo para proyectar la demanda; la validación de las capacidades entre tramos y de las estaciones y la creación de facilidades e información para un planeamiento permanente del servicio y de las eventuales expansiones del sistema.

Para sustentar globalmente el proyecto, y específicamente cada uno de los puntos de interés, se hizo un trabajo estadístico y se seleccionaron los parámetros por estimar. De acuerdo con una confiabilidad deseada, se halló el tamaño muestral teórico y su distribución; se compararon los niveles de precisión teóricos y prácticos y se crearon estimadores para el total de viajes en transporte público colectivo, en días típicos en la población y por zonas. Esta clase de trabajo adquiere, además del eventual valor teórico y práctico, un valor pedagógico, pues permite conocer el uso de métodos estadísticos dentro de un proyecto macro nacional, lo cual no es común en nuestro medio.

2. DEFINICIONES PREVIAS

El número total de unidades de estudio para el proyecto fue de 1.773.956 personas de 5 o más años de edad residentes en el área de estudio, la cual fue definida por las áreas urbanas de Medellín (77.38% del total de la población), Bello (11.06%), Itagüí (6.51%), Envigado (4.13%) y Sabaneta (0.93%). La unidad de muestreo fue toda vivienda ubicada en el área de estudio. La información necesaria sobre las diversas características en cada unidad de estudio, se obtuvo por el diligenciamiento directo de la encuesta diseñada y sistematizada específicamente para el proyecto. La carga en tramos es la cantidad de pasajeros que transporta el Metro entre dos estaciones. Un corredor de transporte es una vía de relativa importancia con un volumen considerable de tráfico. Un viaje es un desplazamiento realizado con cierto propósito, desde un punto inicial (origen) hasta un final (destino)

Para la preparación del diseño muestral, se tuvieron en cuenta los siguientes factores: objetivos del estudio, distribución especial de las características de la población, tamaño de la población y su distribución, administración del trabajo de campo y algunos limitantes económicos y de tiempo máximo de duración del estudio.

Entre los objetivos principales, se destacan aquellos que permitan: hacer análisis detallados de la capacidad de carga entre estaciones; estudiar los viajes generados y atraídos por zonas definidas geográficamente; definir horas pico en los corredores principales y hallar la distribución de acuerdo con el modo de transporte empleado por los viajeros. El diseño seleccionado fue el Muestreo Aleatorio Estratificado, donde el estrato hace referencia a la división por zonas; cada zona fue determinada bajo los siguientes criterios:

- A. Que se pueda identificar el tamaño de la población con los datos existentes.
- B. Que se pueda asociar la zona a alguna de las estaciones para facilitar el estudio de flujo a estaciones y carga en tramos.
- C. Que toda zona quede completamente comprendida en un rango de distancia de 1200 mts. o más, de la línea del Metro.

De acuerdo con todo lo anterior, se dividió el área de estudio en 45 estratos y en 58 zonas, como puede verse en el cuadro 1.

CUADRO 1

MUNICIPIO	NUMERO DE ZONAS	NUMERO DE ESTRATOS
Medellín	41	41
Bello	5	1
Itagüí	6	1
Envigado	4	1
Sabaneta	2	1
Total	58	45

3. DISEÑO MUESTRAL

Para definir adecuadamente el diseño muestral, es necesario plantear, de una forma clara, los parámetros por estimar y el nivel de precisión para proceder a calcular el tamaño muestral y su distribución

3.1 Parámetros por Estimar

Aunque son muchas las variables que en la investigación se pretendieron analizar, no todas ellas son igualmente importantes en cuanto a la información requerida para tomar decisiones concernientes al Metro. Las variables más importantes por medir para la población fueron: número de viajes en el día, duración de cada viaje, número de viajes por hora pico, número de viajes a través del recorrido, etc.

Por lo poco práctico que resulta tomar cada una de las variables para el cálculo del tamaño muestral, se usó una que fuera lo suficientemente general, que a la vez pudiera explicar otras y que fuera también suficiente para los objetivos del estudio. Una variable con tales características, es el número de viajes en servicio público realizados en un día típico laborable (lunes-viernes) por unidad de estudio. Con esta variable están relacionadas otras, y se puede explicar la demanda del Metro hoy, en 1990, y en el año 2000.

Se define Y_i como el número de viajes en servicio público, realizados en un día típico laborable por la i ésima unidad de estudio; Y_i es una variable aleatoria que toma valores enteros positivos partiendo desde cero. Dado que N sea el número de unidades de estudio en la población, el número total de viajes en servicio público en un día típico laborable, está dado por la expresión.

$$\sum_{i=1}^N Y_i$$

Puesto que el promedio de viajes en servicio público se determina como:

$$\mu = \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{N},$$

Se deduce que la expresión matemática del parámetro por estimar es:

$$\sum_{i=1}^N Y_i = N\mu$$

3.2 Nivel de precisión deseada

Por la teoría de estimación se observa que $N\bar{X}$ es un buen estimador de N , donde \bar{X} indica el número promedio de viajes en servicio público en la muestra. La precisión en la estimación, se define en términos del error máximo que se está dispuesto a cometer en la estimación del parámetro, y de la probabilidad que el error calculado supere el fijado. Partiendo de la expresión:

$$P [|\hat{\theta} - \theta| > \epsilon] \leq \alpha$$

Donde θ es el parámetro por estimar, $\hat{\theta}$ el estimado de θ , ϵ el error máximo aceptable en la estimación y α la probabilidad de que el error sea superior al fijado.

De acuerdo con Tchevichev, ϵ se expresa como:

$$\epsilon = K \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta})}$$

Siendo $\text{Var}(\hat{\theta})$ la varianza del estimador, y K el coeficiente de confianza determinado de acuerdo con α y con la distribución de $(\hat{\theta})$.

Como ϵ y K son fijados, la precisión deseada de la investigación la constituye la varianza del estimador, que es:

$$\text{Var}(\hat{\theta}) = (\epsilon/K)^2.$$

Para el caso en estudio: θ es $N\mu$; θ es $N\bar{X}$; ϵ es el error máximo en la estimación del total de viajes en servicio público; $(1-\alpha)$ es el nivel de confiabilidad del estudio; y K es el coeficiente de confianza obtenido bajo el supuesto de que la distribución de $N\bar{X}$ es normal, lo cual es razonable de suponer, dado que el tamaño muestral es suficientemente grande (Teorema Central del Límite). Fijando el error máximo en 50.000 viajes, la confiabilidad en el 95%, y K en 1.96, se obtiene que la varianza deseada es:

$$\text{Var}(\hat{\theta}) = V = (25,510.2)^2$$

3.3 Tamaño muestral y su distribución

El tamaño muestral necesario para estimar el parámetro $N\mu$ con una varianza deseada V en el muestreo estratificado con afijación proporcional viene dado por:

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}}$$

$$n_0 = \frac{N^2}{V} \sum_{h=1}^{45} W_h S_h^2$$

Siendo: N el total de unidades de estudio en la población.

$W_h = N_h/N$, el peso del estrato h .

S_h^2 la varianza por elemento en el estrato h .

Al relacionar la varianza del estimador en muestreo estratificado de asignación proporcional con la obtenida en un muestreo irrestricto aleatorio, se encuentra que:

$$\sum_{h=1}^{45} W_h S_h^2 = p S^2,$$

Donde p denota la eficiencia del diseño y S^2 la varianza por elemento en toda la población.

En el peor de los casos p es 1, lo cual indicaría que ningún beneficio se obtuvo con la estratificación, y en el mejor de los casos, sería cero, lo cual denotaría una disminución total en la variabilidad del estimador. Por falta de conocimiento de p y para una mayor seguridad, se le dió el valor de 1 lo que permite concluir de la igualdad anterior, que en una muestra piloto un estimador de S^2 los será también de:

$$\sum_{h=1}^{45} W_h S_h^2.$$

Conociendo este valor se puede ya determinar el tamaño muestral. La muestra piloto produjo un S^2 de 2515 por lo que $n = 12162$ Esto es, se debe estudiar un mínimo de 12162 personas mayores de cinco años.

Obtenido n , el correspondiente para cada estrato n_h , de acuerdo con el criterio de afijación proporcional, será:

$$n_h = \frac{N_h}{N} n = N_h \frac{n}{N} = N_h \cdot f.$$

Observando los datos que se tienen:

$$f = \frac{12162}{1773956} = 6.85 \times 10^{-3}$$

Esto significa que cada elemento en la muestra, supuestamente representa en forma adecuada a $(1/f) = 145.86$ personas con cinco ó más años de edad en la población. Es éste el llamado "factor de expansión".

4. CONFRONTACION DEL NIVEL DE PRECISION

Teóricamente, con un tamaño muestral de 12162 personas y con un error máximo deseado de 50.000 viajes, existe una probabilidad del 95% de que dicho error no sea superado en la investigación. Mediante la afijación proporcional entre los estratos, se estudiaron 16036 personas de 5 ó más años. La asignación fue siempre superior a la teórica en todos los estratos, excepto en dos de ellos, por ser sectores de difícil acceso a particulares. Lo anterior indica que se estudiaron 3874 unidades adicionales, con lo cual se tiene un incremento del 31.9% respecto al tamaño muestral teórico.

El error estandar del estimador $N\bar{X}$ resultó ser:

$$\sqrt{\text{Var}(N\bar{X})} = 18443.32 \text{ viajes,}$$

con lo cual, al comparar con el deseado (25510.2 viajes), se observa una disminución del 28% en el error. Esto indica un aumento apreciable de precisión en la estimación del total de viajes en un día típico laborable. Manteniendo el mismo nivel de confiabilidad del 95%, el error calculado en la estimación resulta en 36149 viajes, por lo que el error prefijado de 50.000 se alcanza con una robusta confiabilidad. Similares mejorías se observan en las varianzas de los estratos.

5. ESTIMADORES ESPECIALES

Con los datos de las encuestas se establecieron frecuencias relativas, las cuales se usaron para obtener frecuencias absolutas multiplicando por el factor de expansión global. Los promedios se calcularon dividiendo conteo muestral por total muestral. Las desviaciones típicas y varianzas se consiguieron usando las fórmulas comúnmente conocidas.

Se usaron dos estimadores interesantes para el total de viajes en transporte colectivo (bus público, taxi colectivo) en la población por día típico (lunes- viernes) y por día laborable individual. La justificación teórica de cada una de estas dos alternativas, se mostrará a continuación.

5.1 Total de viajes por día típico

El total de viajes por día típico es $N\mu = T$ y su estimador es $\hat{T} = N\bar{X}$. Suponiendo que N_h y n_h son los tamaños de población y de la muestra en la zona h , se observa que:

$$N\mu = N \sum_{h=1}^{45} W_h \mu_h = N \sum_{h=1}^{45} \frac{N_h}{N} \mu_h = \sum_{h=1}^{45} T_h$$

Donde T_h es el total en el estrato h .
De igual forma:

$$N\bar{X} = \hat{T} = N \sum_{h=1}^{45} W_h \bar{X}_h = \sum_{h=1}^{45} \hat{T}_h,$$

Con \bar{X}_h como estimador de μ_h y \hat{T}_h de T_h
Específicamente:

$$\bar{X}_h = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} X_{hi}}{n_h}$$

Siendo n_h el número observado de elementos en el estrato h y X_{hi} la observación i en el estrato h . Con $F.E._h$ como factor de expansión del estrato h , se tiene el estimador deseado:

$$\hat{T} = N\bar{X} = \sum_{h=1}^{45} \frac{N_h}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} X_{hi} = \sum_{h=1}^{45} F.E._h \sum_{i=1}^{n_h} X_{hi}$$

5.2 Total de viajes por día laborable individual

Sea \hat{T}_{hk} la estimación del total de viajes en servicio público colectivo generados por las personas residentes en la zona h en el día k con $h = 1, 2, \dots, 58$ y $k = 1, 2, \dots, 5$. Sea además X_{hk} el total de viajes en la muestra del día k en servicio público colectivo en la zona h . Puesto que X_{hk} son totales muestrales obtenidos en números diferentes de personas estudiadas día a día, fue necesario ponderarlas para que las sumatorias de viajes pudieran ser comparadas y así obtener una buena estimación del total de viajes día por día. Tal ponderación se hace de la manera siguiente:

Se define V_{hk} como el total de personas estudiadas que viajan el día k en la zona h . Por otra parte, sea V_h total de personas estudiadas que viajan en la zona h ; esto es:

$$V_h = \sum_{k=1}^5 V_{hk}.$$

Por tanto, el total ponderado de viajes en servicio público colectivo en la zona h para el día k viene a ser:

$$\frac{V_h}{V_{hk}} X_{hk} .$$

De aquí:

$$\hat{T}_{hk} = \frac{N_h}{n_h} \cdot \frac{V_h}{V_{hk}} \cdot X_{hk} .$$

De acuerdo con lo anterior, se utilizó el estimado $\hat{T}_{.k}$ para representar el total de viajes en servicio público para el día k. Así:

$$\hat{T}_{.k} = \sum_{h=1}^{58} \hat{T}_{hk} .$$

Posteriormente se desarrolló un modelo de proyección de demanda para los años 1990 y 2000. La proyección se hizo utilizando el modelo gravitacional, algunas proyecciones poblacionales y de empleo obtenidas por otros grupos asesores, y algunos factores de expansión como podrá verse en una próxima publicación sobre el proyecto.

BIBLIOGRAFIA

CESET-ETMVA. Estudio de actualización de demanda del tren metropolitano memorias. Tomo I, II, III. 1985.

“Los autores del presente artículo son profesores de la Universidad Nacional y de la Universidad de Antioquia, y durante el tiempo que duró el proyecto, laboraron para el Centro de Servicios Técnicos (CESET)”.

Revista Facultad de Ingeniería

Universidad de Antioquia

NORMAS PARA LA PUBLICACION DE ARTICULOS

1. La Revista Facultad de Ingeniería, Universidad de Antioquia es una publicación orientada a la divulgación de los trabajos técnicos o científicos elaborados por ingenieros colombianos.
2. La Universidad de Antioquia no se identifica necesariamente con las ideas expresadas en los artículos. La responsabilidad de los mismos corresponde exclusivamente a sus autores.
3. El Comité de Redacción estudiará y seleccionará los artículos sometidos a su consideración por los colaboradores.
4. La recepción de un trabajo, no implica obligación para su publicación, ni compromiso con respecto a su fecha de aparición.
5. Los trabajos deben presentarse en original y copia, mecanografiados a doble espacio en papel tamaño carta.
6. Si el artículo incluye mapas, cuadros o gráficos éstos deberán ser originales.
7. Se recomienda una extensión máxima de 30 páginas.
8. Las colaboraciones deben enviarse a Revista Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia. Apartado Aéreo 1226. Medellín—Colombia.

PUBLICIDAD

Las entidades interesadas en hacer publicidad a través de esta publicación, favor dirigirse a: Comité de Redacción "Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia" apartado aéreo 1226 Medellín, o solicitar cualquier información sobre el particular al teléfono 233-86-11.





ESTUDIOS

- IMPACTO AMBIENTAL
- CALIDAD DE AGUA
- CALIDAD DE AIRE

DISEÑOS

- RELLENOS SANITARIOS
- SISTEMAS DE CONTROL DE CONTAMINACION
- ANALISIS DE LABORATORIO

FACULTAD DE
INGENIERIA

**CENTRO DE INVESTIGACIONES
AMBIENTALES**



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**



Productos Minerales Calcareos

PRODUCTORES DE:

- CAL PARA BLANQUEAR (Calidad Extra). El recubrimiento para interiores y exteriores de gran Belleza y Economía. Uselo y compárelo.
- AGROCAL-DO (Cal Agrícola). El acondicionador dolomítico de suelos ácidos técnicamente elaborado según normas del ICA, Licencia No. 478/74.
- CAL HIDRATADA, CAL APAGADA (CaOH_2). Para todos los usos, llena los requisitos del tipo "N" de la ASTM.
- CAL VIVA, CALIZA Y DOLOMITA en bruto y procesadas para usos industriales.

CONSULTENOS SUS NECESIDADES

FABRICA

Calle 86 x Autopista Sur No. 42-195 (Itagüí)

Teléfonos: 255 43 16 – 255 46 30

Apartado Aéreo 1412 - Medellín

Afiliado a Camacol



TINTAS
S.A.



TREN METROPOLITANO

Empresa de transporte masivo del Valle de Aburrá Ltda.

Carrera 43A No. 11A 80 4o. piso Apartado Aéreo 9128 Conmutador: 266 08 60 Medellín - Colombia



maya
Televisión

Todo en uno!

En impresión
En titulación
En composición de textos
En separación de colores
En edición de periódicos,
revistas, folletos,
afiches, libros,
plegables
e insertos



**PROMOTORA
DE EDICIONES Y
COMUNICACION
S.A.**

Calle 53 N°. 73-146 Teléfono: 2642800
A.A. 53874 Télex 65058 Medellín
Bogotá: Calle 78 N°. 9-57 Of. 803
Tels: 2112407 - 2556795
Nit. 90.921.126

AROTEC colombiana sa.

OFRECE A LA INDUSTRIA

- METROLOGIA
- METALOGRAFIA
- ULTRASONIDO
- MICROSCOPIOS
- RAYOS X INDUSTRIAL
- GAMMAGRAFIA
- DUROMETROS
- MAQUINAS DE ENSAYO
- ANALISIS EXPERIMENTAL DE TENSIONES
- HIGROMETROS
- TERMOMETROS
- ANEMOMETROS
- TACOMETROS
- DINAMOMETROS
- MEDICION Y ENSAYO DE RECUBRIMIENTOS
- EQUIPO DE VACIO
- MICROSCOPIOS ELECTRONICOS
- ESPECTROMETROS
- SERVICIO POSTVENTA Y MANTENIMIENTO

INSTRUMENTOS PARA CIENCIA Y TECNICA

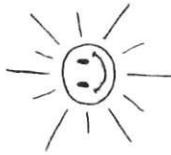
AROTEC

AROTEC colombiana sa.

CALLE 52 A No. 18-78 Tels.: 249 64 56 - 249 58 94
APDO. AEREO 050862 - BOGOTA, D.E.

Cuervo
y
Cuervo

M O D A S P O R T



**POR CUERVO Y CUERVO S.A.
A.A. 095 305 MEDELLIN**



telaraña

¡ALFOMBRAMOS CON MAESTRIA!

VENTAS

Av. Las Vegas, 200 mts antes
del Exito de Envigado

Calle 32 Sur No.48-39
Tels: 270 07 43 - 276 96 65

FABRICA

Cra. 52 No. 5Sur-147
Tel: 255 01 00

Revista
Facultad de Ingeniería

Universidad de Antioquia

SUSCRIPCION

Ciudad

Fecha

Señor Director
CESET
Universidad de Antioquia
Apartado Aéreo 1226
Medellín

Adjunto cheque cruzado* a favor de CESET – Universidad de Antioquia, para suscripción de la Revista Facultad de Ingeniería.

4 números \$ 1.500

Número inicial

Vol

No.

Datos personales:

Nombre

Dirección Teléfono

Ciudad Departamento

Profesión

Institución

**Para suscripciones fuera de Medellín envíe cheque de gerencia con cargo a esta plaza.*

Revista
Facultad de Ingeniería

Universidad de Antioquia

VOLUMEN 4 No.1 1987

Algunos de los artículos del próximo número serán:

Plantas Piloto: Paso previo para verificar la explotación de los recursos locales a través de la tecnología más apropiada.

Planta de desalinización de agua de mar alimentada con paneles fotovoltaicos para San Andrés (Colombia).

Evaluación del potencial de aplicaciones mini hidráulicas.

Energía Eólica: Evaluación del potencial y aplicación de la tecnología.

Planta electrogeneradora alimentada por gasificación de la leña para Puerto Inírida (Colombia).

Sobre políticas de admisión.