

NUEVA ERA DEL DISEÑO EN INGENIERIA

*José Luis Ramírez H.¹
Luis Fernando Roldán G.²*

ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS

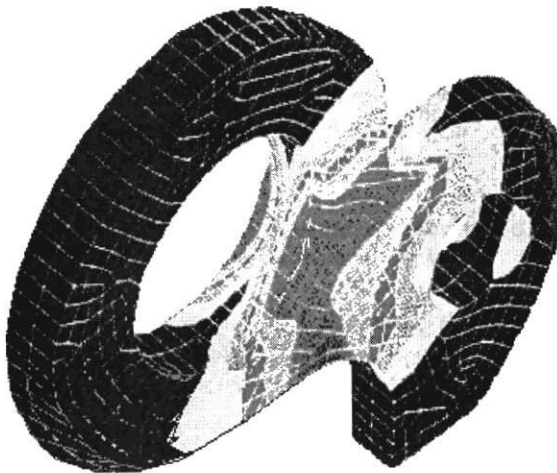
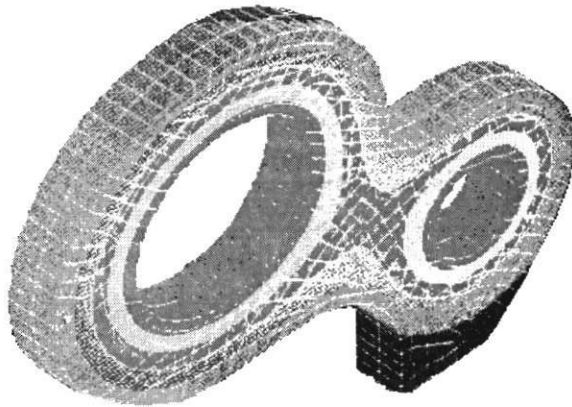
RESUMEN

El presente artículo pretende mostrar el análisis de elementos finitos como una herramienta de diseño para la ingeniería y las muchas bondades ofrecidas por los programas que abren las puertas para la solución de problemas de esfuerzos, flujo de fluidos, transferencia de calor, campos eléctricos, etc.

PRESENTACION

El proceso de modernización industrial en el que hoy está entrando la industria colombiana hace ver con optimismo el futuro de la ingeniería, la cual cuenta con nuevos recursos que potencian su capacidad. Los diseños en ingeniería exigen en la actualidad condiciones de operación más severas, que requieren métodos de cálculo más exactos y que involucren el mayor número de parámetros.

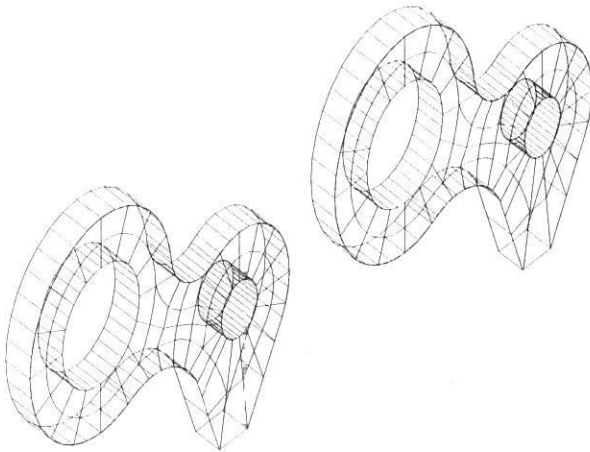
En los últimos años, el análisis por el método de los elementos finitos: **FINITE ELEMENT ANALYSIS (FEA)** se ha convertido en una herramienta de cálculo que se ha empleado en la solución de diversos tipos de problemas de ingeniería, debido a las múltiples ventajas que ofrece.



1. Ing. Mecánico. Profesor Politécnico Arzobispo Salazar y Herrera - Medellín
2. Ing. Mecánico. Profesor Universidad Nacional de Colombia - Medellín

HERRAMIENTAS MODERNAS DE ANALISIS EN INGENIERIA

Las altas exigencias impuestas a la ingeniería en las últimas décadas, acompañadas por los acelerados avances de la industria de los computadores, han permitido el desarrollo de modernas técnicas de análisis, capaces de resolver con gran exactitud complejos problemas físicos de diferente naturaleza, basados en desarrollos matemáticos muy elaborados y apoyados en métodos de análisis numérico de gran rendimiento.



Esta situación hace que los egresados de ingeniería, en especial de Ingeniería Mecánica, deban enfrentar cada vez más la utilización de este tipo de tecnologías para el diseño y optimización de los elementos de máquinas que día a día son más sofisticadas.

La necesidad de introducir en el computador la información geométrica que permitiera definir los problemas de una manera más rápida y precisa, impulsó el desarrollo de la computación gráfica, lo que permitió que se diseñaran paquetes computacionales de dibujo, orientados unos hacia la producción de dibujos (por ejemplo AUTOCAD) y otros hacia la generación de modelos matemáticos utilizables para el análisis de sistemas físicos. Entre éstos se encuentra EL

METODO DE ELEMENTOS FINITOS, que es quizás el más difundido por su amplio campo de acción, por su exactitud y por su versatilidad. La tendencia moderna en el diseño de este tipo de paquetes es la interacción entre la parte gráfica y el modelo matemático, y que cualquier cambio en el dibujo incida sobre el modelo matemático. Por lo tanto, se ha sentido la necesidad desarrollar este método como una buena herramienta en la Ingeniería Mecánica.

FUNDAMENTOS DEL METODO

El análisis de elementos finitos es ampliamente definido como "un grupo de métodos numéricos por aproximación de ecuaciones gobernantes de cualquier sistema continuo". El principio de los elementos finitos es una teoría matemática rigurosa basada en el cálculo de variaciones, teoremas de energía, principios de elasticidad y otras ecuaciones de física e ingeniería.

En general, el objetivo del análisis de elementos finitos es aproximar, con suficiente grado de precisión, los valores de las incógnitas de una ecuación diferencial gobernante en los puntos seleccionados, sobre el dominio de un sistema físico continuo o una estructura.

Matemáticamente el método de los elementos finitos se puede generalizar de la siguiente manera. Se trata de encontrar una incógnita U , función que debe cumplir con un conjunto de ecuaciones diferenciales del tipo:

$$A(u) = \begin{bmatrix} A_1(u) \\ A_2(u) \\ \dots \\ A_n(u) \end{bmatrix} = 0$$

en el interior del volumen V y sobre la frontera S se debe cumplir

$$B(u) = \begin{bmatrix} B_1(u) \\ B_2(u) \\ \dots \\ B_k(u) \end{bmatrix} = 0$$

la función buscada U puede ser una magnitud escalar o vectorial con varios grados de libertad, lo cual hace necesario la utilización de una notación matricial.

Esta función U se busca utilizando una función de aproximación de la forma.

$$U(x) = \langle N(x) \rangle \{u\}$$

En consecuencia, las ecuaciones integrales se transforman en:

$$\int_V G(u) dv + \int_S g(u) ds = \sum_1^m \left(\int_V G(u) dv + \int_S g(u) ds \right)$$

las que conducen, después de ciertas transformaciones, a un sistema de ecuaciones algebraicas de la forma:

$$[K] \{u\} = \{f\}$$

Donde,

$$[K] = K_{ij} = \sum_1^m K \quad \text{y} \quad \{f\} = f_i = \sum_1^m f_i$$

[K] : matriz característica del sistema
 {u} : vector de las variables desconocidas
 {f} : vector de sollicitaciones (conocidas)

La tarea fundamental de un análisis de elementos finitos es construir una variedad de matrices de rigidez de los elementos. Los productores para programas comerciales han seleccionado muchas teorías y proporcionan una generosa biblioteca de elementos, cada uno con una matriz de rigidez única. Las bibliotecas de elementos generalmente ofrecen opciones y ampliaciones para cada uno. La selección de un elemento ayuda a ensamblar un sistema o

una ecuación maestra. El montaje se construye insertando la matriz del elemento dentro de la fila y columna apropiadas de la matriz maestra. Los computadores simplifican el proceso de ensamble. Finalmente, la ecuación maestra se resuelve para la incógnita primaria, por ejemplo el vector de desplazamiento {d}, donde

$$\{d\} = [K]^{-1} \{F\}$$

La inversión de la matriz [K] resuelve simbólicamente la expresión. En la práctica, la mayoría de programas comerciales usan un esquema de eliminación Gaussiana.

La determinación o construcción de la matriz de rigidez (o matriz de conductividad, etc) es la clave de un exitoso análisis de elementos finitos. Una vez la matriz es determinada, el proceso que sigue es el mismo para todos los elementos así como para un rango de análisis de problemas.

Los avances recientes en el desarrollo de matrices de elementos han extendido el método de los elementos finitos a todos los problemas de campo. El análisis de elementos finitos se utiliza ahora intensamente en mecánica de cuerpos rígidos, mecánica de fluidos, electrostática, magnetismo, transferencia de calor, vibraciones, acústica, e incluso en mecánica de suelos. Las matrices de rigidez con frecuencia se determinan por medio de métodos directos, variacionales, y residuos ponderados. Cada uno tiene sus ventajas.

Los métodos directos para la determinación de matrices de rigidez de elementos son basados en el razonamiento físico. Usan principalmente la segunda ley de Newton. Están limitados a elementos muy simples, pero son ampliamente estudiados porque permiten una comprensión del método de

elementos finitos. El método directo es claramente el método más fácil e intuitivo disponible. Infortunadamente no tiene la capacidad de manejar elementos más complejos requeridos para problemas también más complejos.

Los métodos variacionales para análisis de esfuerzos fueron desarrollados usando los principios de energía. Este método calcula la energía potencial total de un elemento sumando la energía de deformación interna y la energía potencial de fuerzas externas.

Aplicando el principio de mínima energía potencial, todos los desplazamientos que satisfacen las condiciones de frontera de una estructura y los que satisfacen las ecuaciones de equilibrio son identificados con un valor fijo de energía potencial. El estado de equilibrio es estable cuando el valor fijo, llamado funcional, es mínimo. Pero los métodos de energía potencial únicamente trabajan para estructuras.

Las buenas noticias, sin embargo, son que en mecánica de sólidos, transferencia de calor, y electrostática, el método variacional produce matrices aproximadas de rigidez de elementos, aun cuando sus matemáticas no son triviales.

Una desventaja del método variacional es que no funciona para todos los problemas. Por ejemplo, no ha sido encontrado el variacional para problemas generales de flujo de fluidos. El método variacional puede ser usado cuando se hacen aproximaciones específicas y se ignoran ciertos términos. El método variacional aparentemente ha terminado su ciclo.

Los Residuos ponderados han mejorado donde los métodos previos se quedan a la vera. Problemas más nuevos y más

complejos se resuelven únicamente usando el método de los residuos ponderados. Mejor aún, el método tiene aplicaciones en las formulaciones de elementos para todas las disciplinas. El método de residuos ponderados es el caballo de batalla para las formulaciones de mecánica de fluidos.

Conceptualmente el método es simple y trabaja de esta manera: la ecuación diferencial parcial gobernante y las condiciones de frontera no esenciales de un problema físico son función de la incógnita primaria y son simbolizadas como:

$$\begin{aligned} Du - f &= 0 && \text{En el dominio } V \\ Bu - g &= 0 && \text{Sobre la frontera } S \text{ de } V \end{aligned}$$

Donde: u : variable(s) dependiente(s), por ejemplo, desplazamiento de un punto
 x : variable(s) independiente(s), por ejemplo, coordenadas de un punto
 f, g : funciones de x , o constantes, o cero
 D, B : operadores diferenciales

Idealmente, quisiéramos una solución exacta $U = U(x)$ pero la oportunidad de encontrar una es escasa. En vez de esto, buscamos una solución aproximada U^* , que generalmente es una polinomial que satisfaga las condiciones de frontera esenciales y contenga los coeficientes indeterminados a_1, a_2, \dots, a_n , de este modo $U^* = U^*(a, x)$. Para obtener una solución aproximada se debe determinar los valores de a_i tal es que U y U^* sean "cerradas". La solución aproximada es función tanto de la incógnita como de las coordenadas espaciales. Una función es más probable que converja a una respuesta exacta cuanto más se incremente el grado polinomial. Un polinomio de alto grado requiere más tiempo de computador. Un

método reciente del análisis de elementos finitos, llamado versión P, eleva el grado polinomial durante el análisis. La ventaja del método es que el modelo usualmente no necesita reenmallado. El análisis de elementos finitos tradicional, basado en el método h, requiere un enmallado más fino para incrementar la precisión de la solución. Sin embargo, una técnica reciente, llamada reenmallado adaptativo, aplica una malla más fina únicamente donde la precisión definida por el usuario es insuficiente. Usando el reenmallado adaptativo correctamente se proporciona la retroalimentación visual de donde se adicionan más elementos. Por lo tanto, cuando se usa dicha característica, los tiempos de solución del método h se emparejan con los de otros métodos.

Mientras el reenmallado adaptativo es un desarrollo importante, la determinación de una mejor solución a la ecuación diferencial parcial es más crítica. Únicamente una solución exacta produce un cero, una solución aproximada produce las funciones RD y RB, llamadas residuales, las cuales son funciones de x y de a_i :

$$R_D = R_D(a, x) = DU^* - f \quad (\text{residual interior})$$

$$R_B = R_B(a, x) = BU^* - g \quad (\text{residual de frontera})$$

En algunos problemas puede suceder que todas las condiciones de frontera son de tipo esencial, entonces RB se elimina y solamente RD es determinada.

La pregunta ahora es, cómo puede conducirse a R tan cerca a cero como sea posible? Hay varias formas. Formalmente, queremos minimizar el residuo sobre el dominio del elemento. Hay cuatro métodos que se utilizan ampliamente y cada uno produce una aproximación diferente: método de comparación, subdominio, mínimos cuadrados, y Galerkin. Cada uno

multiplica el residual por una función de ponderación, W. Galerkin, sin embargo, es el método más ampliamente usado. Éste utiliza una función de forma N, como función de asignación de peso. Integrando el residual por la función de forma, el método produce una matriz de rigidez, como se puede observar en la siguiente ecuación.

$$R_i = \int W_i(x) R_D(a, x) dV = 0 \quad \text{Para } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Lo que hace que el método Galerkin sea tan poderoso es que puede ser usado por cualquier disciplina que sea descrita por una ecuación diferencial. Se han creado elementos para transferencia de calor, electrostática, mecánica de fluidos usando este método. Casi todos los trabajos de investigación al corriente del día usan el método Galerkin, o variaciones de él.

El método de elementos finitos, partiendo de las ecuaciones diferenciales que definen el fenómeno y aplicando métodos de residuos ponderados o bien partiendo del planteamiento de funciones inherentes al fenómeno, obtiene ecuaciones integrales, las cuales mediante una discretización del dominio particular en estudio, son convertidas en sistemas de ecuaciones algebraicas simultáneas fácilmente solucionables con la ayuda del computador.

UNA VISION GENERAL DEL ANALISIS ESTRUCTURAL

El análisis estructural es probablemente la aplicación más común del método de elementos finitos. El término estructural implica no solamente estructuras como puentes y edificios, sino también componentes como pistones, elementos de máquinas, herramientas, etc.

Muchos tipos de análisis estructurales están disponibles en los programas de análisis de elementos finitos. La primera incógnita que se calcula en un análisis estructural son los desplazamientos. Otras magnitudes, como deformaciones, esfuerzos y fuerzas de reacción, son derivadas de los desplazamientos nodales.

Los siguientes tipos de análisis estructurales son posibles:

ANÁLISIS ESTÁTICO:

Las capacidades del análisis estructural se usan para determinar los desplazamientos, esfuerzos, deformaciones, y fuerzas que se presentan en una estructura o componente como resultado de las cargas aplicadas. El análisis estático es apropiado para resolver problemas en que los efectos dependientes del tiempo de inercia y de amortiguación no afectan significativamente la respuesta de la estructura.

La ecuación gobernante para análisis estático es:

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (1)$$

Son posibles los análisis estáticos lineal y no lineal. Entre las no linealidades que pueden ser incluidas están la plasticidad, rigidez de esfuerzos, deflexiones grandes, deformaciones grandes, hiperelasticidad, superficies de contacto, y "creep".

Las ecuaciones de equilibrio para un análisis estructural lineal son:

$$[K]\{u\} = \{F^a\} + \{F\} \quad (2)$$

Donde:

$[K]$ = matriz de rigidez total = $\sum_{e=1}^N [K_e]$
 $\{u\}$ = vector de desplazamiento nodal
 N = número de elementos

$[K_e]$ = matriz de rigidez del elemento

$\{F\}$ = vector de carga de reacción

$\{F^a\}$, el vector de carga aplicada total, está definido por:

$$\{F^a\} = \{F^{nd}\} + \{F^{ac}\} + \sum_{m=1}^N (\{F_e^{th}\} + \{F_e^{pr}\}) \quad (2')$$

Donde:

$\{F^{nd}\}$ = vector de carga nodal aplicada

$\{F^{ac}\} = -[M]\{a_c\}$ = vector de carga de aceleración

$[M]$ = Matriz de masa total = $\sum_{e=1}^N [M_e]$

$[M_e]$ = Matriz de masa del elemento

$\{a_c\}$ = vector de aceleración total

$\{F_e^{th}\}$ = vector de carga térmica del elemento

$\{F_e^{pr}\}$ = vector de carga de presión del elemento

ANÁLISIS DINÁMICO:

Análisis dinámico transiente.

Este tipo de análisis, también conocido como historia - tiempo, es válido si las condiciones iniciales son conocidas e incluye los efectos de Coriolis y todas las no linealidades. Por medio de este análisis se determina la respuesta de una estructura bajo cargas arbitrarias que varían con el tiempo. Ejemplos de tales cargas son:

- Fuerzas alternantes (maquinaria Rotativa)
- Fuerzas aplicadas súbitamente (impacto o explosión)
- Fuerzas aleatorias (sismos)
- Cualquier otra carga transitoria, como las cargas que se mueven sobre un puente.

La ecuación de dinámica transitoria gobernante para una estructura lineal es la siguiente:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F^a\} \quad (3)$$

Donde:

- [M]= Matriz de masa estructural
- [C]= Matriz de amortiguamiento estructural
- [K]= Matriz de rigidez estructural
- {Ü}= Vector de aceleración nodal
- {u}= Vector de velocidad nodal
- {U}= Vector de desplazamiento nodal
- {F^o}= Vector de carga aplicada

El procedimiento empleado para la solución de la ecuación lineal es el método de integración de tiempo de Newmark. El método de Newmark usa expansiones de diferencias finitas en el intervalo de tiempo DT, en el cual se supone que:

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + [(1-\delta)\{\ddot{u}_n\} + \delta\{\ddot{u}_{n+1}\}] \Delta t \quad (4)$$

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + \{\dot{u}_n\} \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \{\ddot{u}_n\} + \alpha \{\ddot{u}_{n+1}\} \right] \Delta t^2 \quad (5)$$

Donde:

$\alpha, \delta =$ Parámetros de integración Newmark

$$\Delta t = t_{n+1} - t_n$$

{ u_n } = Vector de desplazamiento nodal en el tiempo t_n

{ \dot{u}_n } = Vector de velocidad nodal en el tiempo t_n

{ \ddot{u}_n } = Vector de aceleración nodal en el tiempo t_n

{ u_{n+1} } = Vector de desplazamiento nodal en el tiempo t_{n+1}

{ \dot{u}_{n+1} } = Vector de velocidad nodal en el tiempo t_{n+1}

{ \ddot{u}_{n+1} } = Vector de aceleración nodal en el tiempo t_{n+1}

Puesto que el principal propósito es el cálculo de los desplazamientos { u_{n+1} }, la ecuación gobernante (3) es evaluada en el tiempo t_{n+1} como:

$$[M] \{\ddot{u}_{n+1}\} + [C] \{\dot{u}_{n+1}\} + [K] \{u_{n+1}\} = \{F^o\} \quad (6)$$

La solución para el desplazamiento en el tiempo t_{n+1} se obtiene primero reordenando las ecuaciones (4) y (5), tal como:

$$\{\ddot{u}_{n+1}\} = a_0 \left(\{u_{n+1}\} - \{u_n\} \right) - a_2 \{\dot{u}_n\} - a_3 \{\ddot{u}_n\} \quad (7)$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + a_6 \{\ddot{u}_n\} + a_7 \{\ddot{u}_{n+1}\} \quad (8)$$

Donde:

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t} \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1$$

$$a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \quad a_6 = \Delta t (1 - \delta) \quad a_7 = \delta \Delta t$$

Notando que { \ddot{u}_{n+1} } en la ecuación (7) puede ser sustituida en la ecuación (8), las ecuaciones para { \ddot{u}_{n+1} } y { \dot{u}_{n+1} } pueden ser expresadas únicamente en términos de la incógnita { u_{n+1} }. Las ecuaciones para { \ddot{u}_{n+1} } y { \dot{u}_{n+1} } se combinan con la ecuación (6) para formar:

$$(a_0[M] + a_1[C] + [K]) \{u_{n+1}\} = \{F^o\} +$$

$$[M](a_0 \{u_n\} + a_2 \{\dot{u}_n\} + a_3 \{\ddot{u}_n\}) +$$

$$[C] (a_1 \{u_n\} + a_4 \{\dot{u}_n\} + a_5 \{\ddot{u}_n\}) \quad (9)$$

Una vez se obtiene una solución para { u_{n+1} }, las velocidades y aceleraciones se actualizan como se describe en las ecuaciones (7) y (8). Como describe Zienkiewicz [ver ref], la solución de la ecuación (6) por medio de las ecuaciones de Newmark (4) y (5) es incondicionalmente estable para:

$$\alpha \geq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \delta \right)^2, \quad \delta \geq \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \delta + \alpha > 0 \quad (10)$$

En esta implementación, los valores seleccionados para los parámetros de Newmark son los siguientes:

$$\alpha = \frac{1}{4} (1 + \gamma)^2, \quad \delta = \frac{1}{2} + \gamma \quad (11)$$

Donde: γ = Factor de amplitud de decremento.

Alternativamente, los parámetros α y δ pueden ser entrados directamente. A través de la inspección de las ecuaciones (10) y (11), la estabilidad incondicional es alcanzada cuando $\gamma \geq 0$ y $\delta \geq \frac{1}{2}$. Por lo tanto todas las soluciones de la ecuación (6) son estables si $\gamma \geq 0$.

Generalmente el factor de amplitud de decremento (γ) en la ecuación (11) toma un valor pequeño (el predeterminado es 0.005). El método de Newmark se convierte en el método de constante promedio de aceleración cuando $\gamma = 0$, lo cual hace $\alpha = \frac{1}{4}$ y $\delta = \frac{1}{2}$. Los resultados del método de constante promedio de aceleración no muestran ningún amortiguamiento numérico en términos de errores de amplitud de desplazamiento. Si otras fuentes de amortiguamiento no están presentes, la necesidad de amortiguamiento numérico puede ser indeseable en que las más altas frecuencias de la estructura pueden producir inaceptables niveles de ruido numérico. Generalmente es deseable un cierto nivel de amortiguamiento numérico y se alcanza degradando la aproximación Newmark poniendo $\gamma \geq 0$.

Hay tres métodos disponibles para obtener una solución dinámica transiente: método dinámica transiente completa, método reducido, y superposición modal.

Análisis modal

El análisis modal se utiliza para extraer las frecuencias y formas modales de una estructura. El análisis modal es importante como predecesor de cualquier análisis dinámico debido a que el conocimiento de los modos y frecuencias fundamentales puede ayudar a caracterizar su respuesta dinámica. Los resultados también pueden ayudar a determinar el número de modos o el paso de integración del tiempo que se debe usar en un análisis dinámico transiente.

Para el análisis modal se supone vibración libre amortiguada o no amortiguada. La ecuación de movimiento para un sistema no amortiguado, expresado en notación matricial usando las suposiciones anteriores:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0$$

Para un sistema lineal, las vibraciones serán armónicas de la forma:

$$\{u\} = [\phi]_i \cos \omega_i t$$

Donde:

$[\phi]_i$ = valor propio que representa la forma de modo de la i -ésima frecuencia natural.

ω = i -ésima frecuencia natural circular (radianes por unidad de tiempo).

t = tiempo.

Por lo tanto la ecuación queda:

$$(-\omega_i^2 [M] + [K])\{\phi\}_i = \{0\}$$

Esta igualdad se satisface si $[\phi]$ es cero o si el determinante de $([K] - \omega^2 [M])$ es cero. La primera opción es la trivial, por lo que no es de interés. Pero en la segunda se tiene:

$$([K] - \omega^2 [M]) = 0$$

Este es un problema de valores propios que puede ser resuelto hasta por n valores de ω^2 y n vectores $[\phi]$, que satisfacen la ecuación, donde n es el número de grados de libertad.

En lugar de sacar las frecuencias naturales circulares (ω), se da salida a las frecuencias naturales (f):

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$$

Donde f_i = i -ésima frecuencia natural (en ciclos por unidad de tiempo)

El análisis modal es un análisis lineal. No se tiene en cuenta ninguna no linealidad tal como elementos de plasticidad y contacto. Puede escogerse uno entre cuatro métodos de extracción de modos - reducido, subespacio, asimétrico, y amortiguado. El método amortiguado puede incluir amortiguamiento en la estructura.

En los sistemas de ingeniería mecánica, la amortiguación constituye por lo general una fracción muy pequeña de la amortiguación crítica. No es despreciable, pero la amortiguación del sistema por encima de $\zeta = 0.2$ debe ser por diseño. La amortiguación natural de los materiales o estructuras reales de ingeniería es muy pequeña.

Existen cuatro métodos de extracción de valores propios disponibles para el análisis modal: reducido, completo, subespacio, asimétrico y amortiguado.

El análisis modal es útil para cualquier aplicación en la cual interesan las frecuencias naturales de la estructura.

Análisis armónico

Es una técnica que se usa para determinar la respuesta de estado estable de una estructura lineal a cargas que varían

sinusoidalmente (armónicamente) con el tiempo, tales como carcasas, ensambles y fundaciones de maquinaria rotativa. La idea es calcular la respuesta de la estructura a varias frecuencias y obtener un gráfico de alguna cantidad de respuesta (generalmente los desplazamientos) contra la frecuencia. Se identifican entonces las respuestas pico sobre el gráfico y se revisan los esfuerzos a esas frecuencias pico. Esta técnica de análisis calcula únicamente las vibraciones forzadas de estado estable de una estructura. La ecuación gobernante para el análisis de respuesta armónica es un caso especial de la ecuación general de movimiento, en la cual la función de fuerza $\{F(t)\}$ es una función de tiempo de variación sinusoidal con una amplitud conocida F_0 a una frecuencia conocida w (y un ángulo de fase, ϕ):

$$\{F(t)\} = \{F_0(\cos(wt + \phi) + i \sin(wt + \phi))\}$$

Los desplazamientos varían sinusoidalmente a la misma frecuencia w pero no necesariamente en fase con la función de fuerza. La carga puede estar en forma de fuerzas nodales o desplazamientos impuestos. La solución de desplazamiento puede obtenerse a frecuencias especificadas en términos ya sea de las amplitudes y ángulos de fase como de las partes real e imaginaria.

Hay tres métodos disponibles para hacer un análisis de respuesta armónica: Método completo, reducido y superposición modal.

Análisis espectral:

Un análisis espectral es aquel donde se usan los resultados de un análisis modal con un espectro conocido para calcular desplazamientos y esfuerzos en el modelo. Se utiliza en lugar de un análisis de historia - tiempo para determinar la respuesta de la estructura

a condiciones de carga aleatorias tales como sismos, cargas de viento, cargas de olas marinas, impulsores de jet, vibraciones del motor de un cohete, etc.

Los datos del espectro de respuesta se suministran como una función respuesta versus frecuencia. Se permiten cuatro tipos diferentes de espectros de respuesta: el espectro de desplazamiento, el espectro de velocidad, el espectro de aceleración, y el espectro de fuerza.

Análisis de pandeo:

Es una técnica que se usa para determinar las cargas de pandeo críticas a las cuales la estructura se vuelve inestable y las formas modales de pandeo características asociadas con una respuesta de pandeo de la estructura.

APLICACIONES:

Los campos de aplicación del método son casi ilimitados, ya que mediante el planteo y solución de un sistema de ecuaciones diferenciales, se puede modelar cualquier sistema físico.

Entre las aplicaciones más frecuentes en la ingeniería podemos citar:

Sistemas dinámicos:

Comportamiento en el tiempo de un sistema mecánico, cargas periódicas, valores propios.

Sistemas de transmisión de Calor:

Comportamiento de sistemas en régimen estacionario y régimen transitorio.

Problemas de equilibrio: Distribución de temperaturas.

Problemas de propagación: Flujo de calor transitorio en sólidos y fluidos.

Sistemas Hidráulicos:

Comportamiento de sistemas de canales, tuberías, presas, turbomáquinas.

Mecánica de sólidos:

El método de elementos finitos cubre un amplio campo en la Ingeniería Mecánica, como los problemas de equilibrio (análisis de vigas, placas y cascarones), análisis de estructuras complejas o híbridas, análisis de esfuerzos en dos y tres dimensiones, torsión de secciones prismáticas, problemas de vibraciones (estabilidad de estructuras, frecuencias naturales y modos de vibración de estructuras, viscoelasticidad lineal amortiguada), etc.

Optimización del Diseño Mecánico:

La facilidad de programación del lenguaje de diseño paramétrico permite la repetición de comandos y cálculos matemáticos complejos. Este lenguaje ofrece un amplio rango de posibilidades.

Otras aplicaciones:

Mantenimiento, fatiga, aerodinámica, etc.

CONCLUSIONES

La facilidad de predicción del comportamiento de sistemas físicos con gran precisión y rapidez, aun en pequeños computadores, cambia de una manera radical los procedimientos de cálculo y diseño de ingeniería. En el sistema convencional se centraba la atención en los aspectos de cálculo y quedaba poco tiempo para el estudio de alternativas de diseño.

Hoy en día es posible generar múltiples alternativas de diseño y simular su comportamiento, disminuyendo la necesidad

de construcción de prototipos costosos y permitiendo la obtención de diseños más funcionales y económicos.

Al poder presentar los resultados en sistemas gráficos en los que se permita cuantificar de

una manera aproximada el diseño mecánico al tener la posibilidad de generar múltiples alternativas de diseño y simular su comportamiento y al disminuir la necesidad de construcción de prototipos, se estaría realizando una verdadera labor de diseño.

BIBLIOGRAFIA

(ANSYS-93) ANSYS. "ANSYS/ED WORKBOOK". Swanson Analysis System.

(ANSYS-93) ANSYS. "MANUALES DE TEORÍA". Swanson Analysis System.

(BARAN-88) Baran, Nicolás M. "FINITE ELEMENT ANALYSIS ON MICROCOMPUTER". McGraw - Hill Company. 1.988.

(BAT-82) Bathe, K. J. "FINITE ELEMENT PROCEDURES IN ENGINEERING ANALYSIS". Prentice-Hall Civil Engineering. 1.982.

(FER-94) Mejía U., Fernando. "ELEMENTOS FINITOS". REVISTA AIMUN. 1994

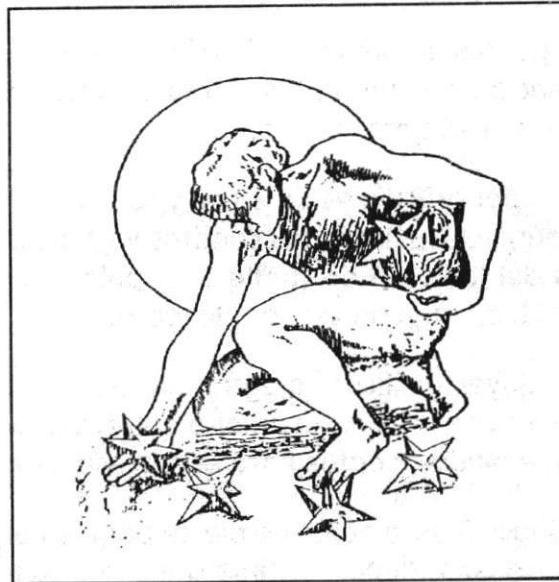
(PILK-94) Pilkey, Walter D. y Walter Wunderlich. "MECHANICS OF STRUCTURES - VARIATIONAL AND COMPUTATIONAL METHODS". Mc_Graw-Hill Company. 1994.

(ZIEN-94) Zienkiewicz O. C. y R. L. Taylor "EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS" Cuarta Edición. McGraw - Hill. 1.994.

NORMAS PARA LA PUBLICACION DE ARTICULOS

1. La presentación de un artículo al Comité Editorial de la revista exige del autor no someterlo a consideración de otras publicaciones similares.
2. La recepción de un trabajo no implica obligación para su publicación, ni compromiso con respecto a su fecha de aparición.
3. El Comité Editorial estudiará y seleccionará los artículos sometidos a su consideración por los colaboradores.
4. Los juicios emitidos por los autores en los artículos son de su entera responsabilidad ; en consecuencia no comprometen a la Universidad en general, ni a la facultad de ingeniería, ni al Comité Editorial.
5. La extensión máxima por artículo es de 30 páginas, a doble espacio, por un solo lado y en papel tamaño carta, incluidos cuadros y gráficos. Enviar una copia original acompañada del texto en disquette 3 ½ pulg. escrito en procesador de texto word o convertible a alguna versión de word.
6. Si en el artículo se incluyen gráficos, diagramas, planos, cuadros especiales, listados de computadores y similares, el autor o autores deberán suministrar originales suficientemente nítidos y aptos para el proceso de impresión.
7. Las referencias bibliográficas o notas de pie de página como la Bibliografía consultada al final del artículo, deben ceñirse a las normas establecidas para tal efecto en cuanto a su presentación. Comprende, entonces: Apellido y nombre por orden alfabético del autor, título, subtítulo, editor, casa editorial, lugar de edición, fecha y número de edición, número de páginas.
8. Los artículos deberán estar acompañados de una breve síntesis del contenido, listado de palabras claves y a pie de página, dar información de cada autor: profesión, último título y universidad que lo otorgó, cargo, institución donde labora, correo electrónico, si existiere, con el fin de que cualquier lector pueda publicar y comunicarse con el autor.
9. Los artículos deben enviarse a la Revista Facultad de Ingeniería - Universidad de Antioquia A .A 1226 Medellín o al Bloque 21 oficina 409.

ESPECIALIZACIONES EN:
ALTA GERENCIA CON
ENFASIS EN CALIDAD Y
FINANZAS PREPARACION Y
EVALUACION DE PROYECTOS



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Inscripciones: Octubre 1 a Octubre 31 de 1997

Iniciación de clases: Enero 19 de 1998

MAYOR INFORMACION

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Industrial

Bloque 21 Oficina 113 Tel: 210 55 80 210 55 81

Fax (94) 262 82 82 Apartado 1224 Medellín

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIPLOMAS EN EL ÁREA DE INFORMÁTICA

DIPLOMA EN GESTIÓN DE LA INFORMACIÓN

- Algoritmos y Estructuras de Datos
- Administración de la Información
- Gestión Tecnológica
- Administración de las Bases de Datos (ORACLE)

DURACIÓN: 160 horas

DIPLOMA EN INGENIERÍA DE SOFTWARE

- Definición de Sistemas
- Metodologías de Análisis y Diseño de Sistemas
- Ingeniería de Software
- Formulación y Evaluación de Proyectos
- Programación Orientada a Objetos

DURACIÓN: 165 horas

DIPLOMA EN PROGRAMACIÓN ORIENTADA OBJETOS

- Programación orientada a objetos
- Diseño de clases contenedoras (Algoritmos y Estructuras de Datos.
- Manejo de Estructuras de Datos bajo Windows
- Programación avanzada
Visual Basic - Visual C++

DURACIÓN: 160 HORAS

DIPLOMA EN BASES DE DATOS AVANZADAS

- Lógica
- Bases de Datos Relacionales
- Nuevas Tendencias en Bases de Datos
- Bases de Datos en ambientes distribuidos
- Data Warehouse

DURACIÓN: 210 horas

DIPLOMA EN GESTIÓN DE SISTEMAS ORIENTADOS A OBJETOS

- Programación orientada a objetos
- Algoritmos y Estructuras de Datos
- Ingeniería de Software
- Nuevas Tendencias en las Bases de Datos.

DURACIÓN: 210 horas

DIPLOMA EN OPTIMIZACIÓN DEL MANEJO DE LA INFORMACIÓN

- Algoritmos y Estructuras de Datos
- Modelación de Datos
- Sistemas Manejadores de Bases de Datos
- Administración de las Bases de Datos.

DURACIÓN: 160 horas

DIPLOMA EN NUEVAS TENDENCIAS EN BASES DE DATOS

- Lógica
- Bases de Datos Relacionales
- Bases de Datos Orientados a Objetos
- Bases de Datos Reductivas
- Sistemas de Información Geográfica

DURACIÓN: 180 horas

DIPLOMA EN GESTIÓN AVANZADA DE LA INFORMACIÓN

- Sistemas Manejadores de Bases de Datos
- Nuevas Tendencias en Bases de Datos
- Bases de Datos en un Ambiente Distribuido
- Data Warehouse.

DURACIÓN: 180 horas

INFORMES

CENTRO DE EXTENSIÓN ACADÉMICA

Bloque 21 Oficina 136

Teléfonos 2105515 - 2105517 Telefax 2105518

e-mail: ceset@nutibara.udea.edu.co

ESPECIALIZACIONES EN:
GESTION DE SISTEMAS Y BASES DE DATOS
TELEMATICA
AUTOMATIZACION INDUSTRIAL



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Inscripciones: Octubre 15 a diciembre 12 de 1997

Iniciación de clases: Enero 19 de 1998

MAYOR INFORMACION

Facultad de Ingeniería

Departamento de Electrónica y Sistemas

Bloque 21 Oficina 113 Tel: 210 55 80 210 55 81

Fax (94) 263 82 82 Apartado 1224 Medellín

CIA

CENTRO DE INVESTIGACIONES AMBIENTALES Y DE INGENIERÍA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

SERVICIOS EN INVESTIGACIÓN, ASESORÍA Y CONSULTORIA

- Control de Calidad de Aguas
- Estudios de suelos, Sedimentos, Lodos y desechos sólidos
- Estudios hidrológicos
- Control de calidad del aire en ambientes internos y externos
- Análisis en muestras biológicas y alimentos
- Estudios de declaración y evaluación de impacto ambiental
- Planificación y ordenación del territorio
- Planes de desarrollo
- Estudios de optimización de procesos, ahorro de energía y reutilización de desechos



CIUDAD UNIVERSITARIA

CALLE 67 No. 53 - 108,

Facultad de Ingeniería - Bloque 21 Oficina 103

Teléfonos: 210 55 10 - 210 55 09

CENTRO DE EXTENSIÓN ACADÉMICA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA FACULTAD DE INGENIERÍA

- ◆ Somos un centro especializado en educación continuada, actualización y capacitación en los diferentes temas relacionados con la ingeniería y sus áreas afines.
- ◆ Nos preocupamos por llevar a nuestro público programas de extensión, en la modalidad de cursos, seminarios, foros, talleres y eventos similares, dirigidos preferiblemente a personas con formación superior.
- ◆ Adelantamos programas de proyección de la Facultad de Ingeniería a través de convenios institucionales y de relaciones con el sector productivo.
- ◆ Organizamos seminarios, congresos, diplomados, y cursos de actualización según las necesidades de Empresas o Instituciones de la región o del país.

CURSOS PROGRAMADOS PARA EL SEGUNDO SEMESTRE DE 1997

- ◆ **SEMINARIO: INDUCCIÓN DE CORRIENTE ALTERNA**
21 al 25 de julio
Dirigido a funcionarios de EEPPM.
- ◆ **CURSO LA NUEVA CULTURA**
29 de julio a Septiembre 2
Dirigido al público en general
- ◆ **SEGUNDO CICLO DE CONFERENCIAS SOBRE IMPACTO Y GESTIÓN AMBIENTAL. "La Educación Ambiental como Pedagogía de la Cotidianidad"**
Julio 24 y 25
Dirigido al público en general
- ◆ **CURSO SOBRE SINCRONISMO**
29 de Julio a 26 de agosto
Dirigido a funcionarios de EEPPM.
- ◆ **CURSO INTENSIVO ELECTRICIDAD SOLAR**
21, 22, 23 de agosto y 4,5,6 de sept.
Dirigido al público en general
- ◆ **CURSO INTENSIVO: DISEÑO DIGITAL CON ARREGLOS LÓGICOS PROGRAMABLES**
3, 4 y 5 de septiembre
Dirigido al público en general

CENTRO DE EXTENSIÓN ACADÉMICA

Bloque 21 Oficina 136

Teléfonos 2105515 - 2105517 Telefax 2105518

e-mail: ceset@nutibara.udea.edu.co

REVISTA FACULTAD DE INGENIERIA

CUPON DE SUSCRIPCION

Suscripción y factura a nombre de: _____

Dirección de envío: _____

Tel. _____ Fax: _____

Residencia: _____ Oficina: _____

Ciudad: _____ País: _____

Suscripción a partir del número _____

Fecha: _____

Firma: _____

Cheque N° _____ Banco: _____ Ciudad: _____

Efectivo: _____

Valor de la suscripción (4 números):

- * Colombia \$ 14.000
- * Exterior US \$ 50

IMPORTANTE:

Todo pago se hace a nombre de: Universidad de Antioquia - CIA -, Centro de Costo 8703.

Para su comodidad, usted puede cancelar en cheque y enviarlo al A.A. 1226 o consignar el valor de la suscripción en la Cuenta Nacional N° 180-01077-9 del Banco Popular, en cualquier oficina del país, a nombre de la UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA -CIA-, Centro de Costo 8703.

Si usted paga por este sistema, debe sacar una fotocopia del recibo de consignación y enviarla junto con la suscripción.

NOTA: Los precios en dólares incluyen el valor del correo y la transferencia.