

Modelación de la renovación de la carga en motores cuatro tiempos. Una revisión

*John Ramiro Agudelo**, *Carlos A. Sánchez***, *Alejandro Valencia***

(Recibido el 10 de octubre de 2002)

Resumen

Este artículo presenta una revisión bibliográfica sobre las modelaciones matemáticas para el proceso de renovación de la carga en motores de combustión interna alternativos (MCIA) de cuatro tiempos, el cual se constituye en una herramienta básica para lograr minimizar el trabajo que el motor realiza sobre los flujos entrante y saliente, ya que los elementos físicos propios de la admisión y del escape son los responsables de la eficiencia del proceso y, con ello, de la potencia obtenible.

La renovación de la carga se aborda por medio de modelos de flujo de aire, los cuales se clasifican, en su orden de complejidad y precisión, en cuasiestacionarios, de llenado y vaciado, y de acción de ondas (MAO). En la actualidad el interés se centra en los fenómenos transitorios y tridimensionales, aunque en la literatura predomina el análisis estable de preferencia unidimensional. De esta manera puede conocerse acertadamente la influencia de cada uno de los elementos físicos que componen el sistema de renovación de la carga.

Las técnicas de diferencias finitas son las más usadas para solucionar los sistemas de ecuaciones resultantes. Lo anterior está soportado en una sólida herramienta computacional que permite, cada vez más, que los ingenieros no tengan que ocuparse del manejo matemático y convergencia de los modelos, lo cual hasta hace unos años fue incluso abordado gráficamente.

----- *Palabras clave:* modelado, renovación de la carga, métodos numéricos, ecuaciones, estable y transitorio.

Modelling of the gas exchange process in four stroke engines. A review

Abstract

This paper shows a bibliographic review of gas exchange process mathematical modelling in 4 stroke Internal Combustion Engines (MCIA), a basic tool to minimize the engine work on the incoming and outgoing charge, since the

* Ingeniero Mecánico. Doctor en Ciencias Térmicas. Miembro del Grupo de Ciencia y Tecnología del Gas y Uso Racional de la Energía de la Universidad de Antioquia. radian@udea.edu.co.

** Estudiantes de Ingeniería Mecánica. Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. casl@epm.net.co, vaecha@hotmail.com.

physical elements in the intake and exhaust manifolds are responsible for the process efficiency and, therefore, for the obtainable power.

Airflow models are used to study the gas exchange process. These models are classified, following a complexity and precision order, as quasi-steady, filling and emptying, and wave action models. Present interest centers on transient and three-dimensional phenomena, although in literature steady analysis prevails, favoring one-dimensional studies. Therefore, it is possible to find out, in an accurate way, which is the influence of each physical element composing the gas exchange system.

Finite difference techniques are the most used to solve resultant equation systems. A solid computational tool supports this process, allowing engineers to avoid mathematical operations and model convergence, which even had been graphically approached till few years ago.

----- *Key words:* modelling, gas exchange process, numerical methods, equations, steady state and transient state.

Introducción

El impacto producido por la combustión de hidrocarburos, en MCIA particularmente, ha impulsado la realización de investigaciones para disminuir la liberación al ambiente de emisiones de CO_2 , CO , NO_x , HC , SO_x y material particulado. Como resultado de éstas, existen ahora combustibles alternativos, sistemas de ahorro de combustible, dispositivos para la oxidación-reducción en el escape y, en general, todo un manejo integral fomentado a través de regulaciones gubernamentales para la protección del medio ambiente y la salud. Además, la necesidad de utilizar eficientemente la energía—siempre derivada de los recursos naturales a través de una cadena de transformaciones— para la conservación de los recursos, demanda un profundo conocimiento de los procesos y transformaciones que ocurren en MCIA. El adecuado manejo de las variables inherentes a dichos procesos posibilita diseños optimizados para reducir el impacto generado por estas máquinas térmicas.

El estudio de MCIA puede ser abordado de manera teórica o experimental y se ve favorecida la primera, al compararla con la metodología experimental, debido al actual desarrollo informático y a los reducidos costos. Los modelos matemáticos, entendidos como el conjunto de ecuaciones que gobiernan el comportamiento termo-fluidodinámico del fluido que atraviesa el motor, se convierten en la herramienta básica para emprender tal estudio. “Los resultados obtenidos dan bases para una experimentación más racional, predecir el comportamiento del motor en un intervalo de variables de operación e innovaciones de diseño” [1]. Los primeros estudios se enfocaron a la parte cerrada del ciclo en el motor (compresión, combustión, expansión), que ha evolucionado desde los ciclos ideales en el decenio de 1950 a simulaciones simples para optimizar componentes en el decenio de 1960; y progresó luego a modelos termodinámicos completos en la década de 1970 y finalmente de combustión multizona y multidimensionales en los decenios de 1980 y 1990 [2]. En la actualidad la

versatilidad y flexibilidad de los modelos permite acoplar aquellos de carácter termodinámico con los de tipo dinámico [3]. Chow y Wyszynski han realizado una revisión bibliográfica sobre las principales modelaciones de los diferentes sistemas del motor y las herramientas computacionales derivadas de estos trabajos [2].

No obstante, la validación de una simulación requiere mediciones experimentales sobre las mismas variables (o sobre aquellas estrechamente relacionadas) las cuales deben evaluarse teóricamente. Por ejemplo, Woschni encontró que el supuesto buen resultado de aislar térmicamente las paredes de la cámara de combustión, según los resultados de las simulaciones, sólo pudo objetarse después de efectuar las mediciones respectivas, las cuales demostraron que, a medida que disminuye la diferencia de temperaturas entre el gas y las paredes del cilindro, el coeficiente de transferencia de calor entre los mismos crece [4]. Sin embargo la confiabilidad de una validación depende de la tecnología involucrada para medir las variables propias del fenómeno [5, 6].

De los procesos que ocurren en MCIA, la renovación de la carga (admisión y escape) tiene por función evacuar los gases quemados del cilindro después de la combustión y llenar posteriormente el mismo con mezcla fresca. “Esta acción la realiza fundamentalmente el propio movimiento del pistón, cuando viaja del punto muerto inferior al superior en el escape y de nuevo al punto muerto inferior en la admisión, respectivamente” [7]. La renovación de la carga implica un trabajo que el pistón debe realizar sobre el fluido en operación, restando energía al motor, lo cual afecta la potencia obtenible y el rendimiento total del motor. El modelado se convierte, entonces, en un instrumento para el diseño o modificación de motores bajo las especificaciones deseadas, a la vez que impone los límites dentro de los cuales se puede concebir un dispositivo real.

A continuación se presenta una revisión bibliográfica de los trabajos más representativos rea-

lizados en modelaciones de renovación de la carga en MCIA.

La modelación en MCIA

El funcionamiento de los motores, en especial los turboalimentados,¹ se clasifica esencialmente a través de dos procesos, cada uno de los cuales ocurre en un punto del motor diferente: el primero de ellos en el transporte de la carga aire-combustible y ocurre afuera del cilindro; y el segundo, la liberación de energía durante la combustión ocurre dentro. El interés particular se centra sobre el primero, denominado alternativamente como “renovación de la carga” o “procesos al exterior del cilindro” (aunque la compresión al interior en ocasiones también se incluya). Los modelos matemáticos que lo describen se denominan de flujo de aire [8].

Modelos de flujo de aire

Las técnicas disponibles para analizar los motores pueden ser clasificadas de la siguiente manera, en orden ascendente de complejidad: método cuasiestacionario, método de llenado y vaciado y método de acción de ondas.

Método cuasiestacionario

Siendo éste el más simple de los modelos, considera el motor y el turbocompresor como elementos interconectados en serie. El comportamiento de cada uno de estos elementos es representado por sus respectivas características de estado estable, generalmente obtenidas en forma experimental. Se considera que los elementos no pueden almacenar masa.

Las ecuaciones usadas son de relación de compresión, potencia, rendimiento (volumétrico, de transformación de combustible, isentrópico en el turbogruppo y mecánico), presión media efectiva (PME), temperatura obtenida de suposiciones adiabáticas y reversibles en turbina y compre-

sor, además de información obtenida a partir de las formulaciones de ciclos de trabajo ideales conocidos (presión constante, volumen constante o combinado). Estas ecuaciones ofrecen la posibilidad de relacionar las variables entre sí para obtener gráficas de comportamiento, las cuales son de hecho la información de interés entregada por un modelo cuasiestacionario.

Horlock y Winterbone desarrollan diferentes modelos cuasiestacionarios, entre los que se encuentra el desarrollado por E. Wallace y F. J. Chatterton [8]. En éste, el sistema completo (motor diesel turboalimentado) se divide en cilindros, turbina y compresor (con postenfriador) para los cuales se muestran las principales ecuaciones (ver figura 1):

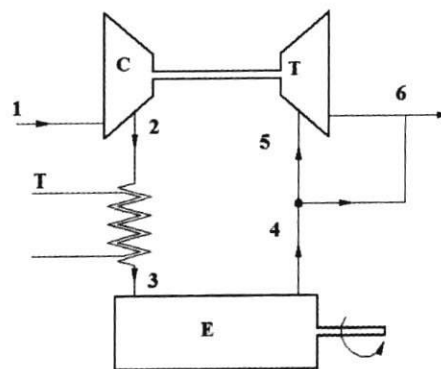


Figura 1 Modelo cuasiestacionario en un motor diesel turboalimentado con postenfriador

$$\dot{m} = \frac{\lambda \sigma \eta_v \rho_3 V_s N_f}{(1-1/r)60}$$

$$bmep = \eta_m \eta_d \eta_v \sigma \left(1 - \left(\frac{1}{r} \right)^{\kappa-1} \right) \frac{\rho_3 V_s N_f Q'_v}{(1-1/r)60 \epsilon_{tr}}$$

$$\Delta T_E = \frac{Q'_p \left(1 - \eta_i - \frac{\dot{Q}_{loss}}{\dot{m}_f Q'_p} \right)}{C_{p3} (\lambda \epsilon_{tr} + 1)}$$

¹ Generalmente las modelaciones que estudian el comportamiento del MCIA durante el ciclo completo, se refieren a motores turboalimentados. Configuraciones diferentes a esta, tienen interés únicamente en ciertas fases del ciclo, bien sea motores dos o cuatro tiempos.

Donde \dot{m} es flujo másico de aire, λ la relación entre el flujo de aire total que pasa a través del motor y el flujo verdaderamente atrapado para un ciclo de potencia (término debido al cruce de válvulas), η_v rendimiento volumétrico, ρ densidad (el subíndice indica el punto de interés en el sistema), V_s volumen total, N_f velocidad del motor, ρ relación de compresión.

En ello, bme_p es la PME, η_m rendimiento mecánico, η_d diagrama del factor que relaciona las potencias indicada y efectiva, σ la relación entre volúmenes efectivo y total (debida al cierre tardío de la válvula de admisión), κ la relación de calores específicos, Q'_v poder calorífico inferior a volumen constante, ϵ_{tr} la relación aire combustible de la mezcla atrapada.

A su vez, ΔT_E es la elevación de temperatura en el motor, Q'_p poder calorífico inferior a presión constante, η_i rendimiento térmico indicado, Q_{loss} pérdidas por transferencia de calor, \dot{m}_f masa de combustible y C_p calor específico a presión constante.

Turbina:

$$P_T = \eta_T \dot{m}_5 C_{p5} T_5 (1 - (p_6 / p_5)^{\kappa-1})$$

$$T_5 = \frac{C_{p2}}{C_{p5}} T_2 \left(1 - \left(\frac{1}{\dot{m}_1 / \dot{m}} \right) \right) + \frac{C_{p3}}{C_{p5}} \frac{1}{\dot{m}_1 / \dot{m}} (T_3 + \Delta T_E)$$

Donde P_T es la potencia de la turbina, η_T el rendimiento de turbina, T la temperatura y p las presiones.

Compresor:

$$P_C = \frac{\dot{m}_1 C_{p1} T_1}{\eta_C} \left((p_2 / p_1)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right)$$

$$T_2 = T_1 \left(1 + 1/\eta_C \left((p_2 / p_1)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \right)$$

Donde P_C es la potencia del compresor y η_C el rendimiento del mismo.

El sistema completo es análogo a un circuito eléctrico, considerando los componentes como resistencias no lineales, por lo que las ecuaciones resultantes del modelo son algebraicas, excepto en el caso de modelos transitorios, en donde el motor y el turbocompresor se representan por ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden [7].

Este modelo ofrece rapidez de cálculo e inversión económica relativamente baja, pero es extremadamente dependiente del conocimiento empírico del motor particular que se analiza.

Método de llenado y vaciado

Este método se caracteriza porque el múltiple de unión entre el motor y el turbogruppo se representa por volúmenes finitos, implicando que el primero está en capacidad de almacenar fluido. Es modelado por ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) de primer orden no lineales, que definen las condiciones en el cilindro y los múltiples de admisión y escape. La forma más común bajo la cual se plantea un modelo de este tipo es con las ecuaciones de la primera ley de la termodinámica, del gas ideal y de la relación geométrica en el cilindro, cada una de ellas desarrollada en forma diferencial (ver figura 2):

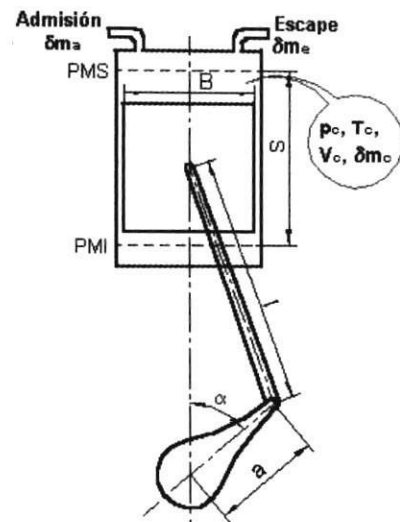


Figura 2 Modelo de llenado y vaciado para los cilindros

$$dQ - dW = d(m_c(C_{p_c} - R)T_c) + h_e dm_e - h_a dm_a$$

$$\frac{dp_c}{p_c} + \frac{dV_c}{V_c} = \frac{dm_c}{m_c} + \frac{dT_c}{T_c}$$

$$\frac{dV_c}{d\alpha} = \frac{\pi B^2 a \sin \alpha}{4\sqrt{l^2 - a^2 \sin^2 \alpha}} \left[\sqrt{l^2 - a^2 \sin^2 \alpha} + a \cos \alpha \right]$$

Donde Q es el calor liberado, W el trabajo de flujo (normalmente indicado como $p_c dV_c$), m la masa (según el subíndice puede ser del cilindro, admisión o escape), R la constante del gas, h las entalpías totales para los flujos de salida o entrada al cilindro. El desarrollo de cada término adquiere grados de rigor diferentes cuando se trabaja con valores constantes o variables, ya que en el segundo caso se introducen relaciones adicionales o información experimental que aumentan la precisión del modelo.

Las tres ecuaciones más las condiciones iniciales (como la presión y temperatura al inicio del escape en el soplado) forman lo que se denomina un problema de valor inicial, con EDO no lineales solucionables por métodos iterativos como Euler, Runge Kutta o predictores-correctores. La solución permite conocer los valores medios de p_c , T_c y V_c para cada intervalo de tiempo, definido por el tamaño de $d\alpha$ durante las fases de soplado, barrido, cruce de válvulas, admisión y compresión. Para condiciones transitorias se requieren también la velocidad del motor y el turbogrupo, además de un balance de potencia entre la turbina y el compresor.

Este modelo se usa ampliamente para el diseño de motores, múltiples y para el correcto acoplado del turbogrupo. El modelo de llenado y vaciado es más preciso que el cuasiestacionario, necesita menos datos experimentales, pero demanda mayor tiempo en la solución de sus ecuaciones.

2 Los modelos pueden clasificarse según: a) cambios espaciales en no dimensionales, cuasidimensionales (algunos aspectos geométricos específicos son tenidos en cuenta), unidimensionales y multidimensionales; b) cambios temporales en estacionarios, cuasiestacionarios (los cambios espaciales son mayores que los temporales) y no estacionarios, y c) según irreversibilidades en isentrópicos y no isentrópicos [7].

Método de acción de ondas

Este método permite obtener los campos de velocidad y presión en los colectores de admisión y escape. Debido a esto, se tiene que resolver un sistema de ecuaciones diferenciales parciales (EDP) hiperbólicas no lineales, que describen las perturbaciones en un medio compresible. Las ecuaciones usadas son por lo general limitadas a una sola dimensión,² aquella correspondiente a la longitud de los conductos. Tal unidimensionalidad, como supuesto, implica que: a) el área de la sección transversal cambia poco con la coordenada longitudinal, b) el radio de curvatura del eje del conducto es grande comparado con su diámetro y c) la forma de los perfiles de velocidad y temperatura cambia poco de sección a sección.

Para la renovación de la carga se usan las ecuaciones generales de conservación, teniendo en cuenta los efectos de turbulencia, con la simple inclusión de un factor de fricción. Es decir, las ecuaciones de conservación de especies (para flujos reactivos y no-homogéneos) y de flujo turbulento (propias de modelos de combustión) no intervienen en el análisis. Después de algunas sustituciones, las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía quedan así:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\tau}{1/2 \rho u^2} \frac{u^2}{2|u|D} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} - a^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) - (\gamma - 1) \rho (\dot{q} + uG) = 0$$

Siendo x la dimensión principal, ρ la densidad, u la velocidad, F el área de la sección transversal,

τ el esfuerzo cortante debido a la fricción con las paredes, D el diámetro de la sección, p la presión, a la velocidad de propagación del sonido en el medio, γ la relación de calores específicos, \dot{q} el flujo de calor específico y G el término de fricción en la ecuación de cantidad de movimiento.

Este modelo es indispensable para el correcto desempeño de motores dos tiempos (donde el diseño del sistema de renovación de la carga es esencial para obtener un buen rendimiento) y de motores multicilindros con pipas de gran longitud e interferencia entre las uniones de tales ductos. Puede aplicarse a motores de aspiración natural y turboalimentados. Además actualmente se usa en componentes individuales como turbina, compresor, carburador, juntas de pipas, catalizador y válvula de recirculación de gases de escape (EGR), donde el supuesto de unidimensionalidad mencionado pierde validez.

Modelo de estado estable

Corberan *et al.* dan un procedimiento de optimización de un motor que permite identificar rápidamente las variables esenciales en los múltiples, para obtener un comportamiento aceptable de los sistemas involucrados en la renovación de la carga en una fase de diseño previa [9]. Igualmente Vorum hace un estudio para el diseño de múltiples cortos en motores cuatro tiempos mono o policilíndricos, denominado modelo modal discreto, donde con la teoría de resonador de Helmholtz (resultante de la interacción entre una pipa y un reservorio, usando la teoría de ondas acústicas) es posible obtener condiciones óptimas en los colectores de admisión y escape [10]. Inclusive recientemente Bartlett *et al.* modela el proceso de la renovación de la carga para un motor con un sistema de escape de geometría variable [11].

La complejidad de los eventos en los ductos, como los involucrados en la renovación de la carga, demanda en ocasiones, estudios particulares en bancos de prueba para analizar lo que sucede en las ramificaciones de tales ductos.

Bajura *et al.* hacen un estudio general no aplicado a motores directamente para modelar la distribución del flujo en cuatro tipos de múltiples [12]. En motores propiamente, Payri *et al.* investigan experimentalmente el comportamiento del flujo de los gases de escape en una junta en "Y", y encuentra características importantes en las ondas reflejadas y transmitidas [13]. Este resultado se adiciona a un modelo unidimensional de ondas mejorando sustancialmente las predicciones.

Jameson y Hodgins usan la teoría de sintonización de Helmholtz para múltiples de admisión, a fin de elevar un 12% el torque en los regímenes medios de un motor pequeño de alta velocidad [14]. Así también, Hedrick *et al.* emplean las variables inherentes a la admisión y escape (ángulo de la mariposa, avance de chispa, flujo de combustible y flujo en la válvula EGR) para conocer el torque medio al freno [15]. Marathe *et al.* utilizan un código computacional denominado CARE para conocer el comportamiento del barrido y el flujo de la mezcla, según la variación de las presiones en los múltiples de admisión y escape de motores dos tiempos turbocargados [16].

El efecto del arranque en frío sobre la termodinámica en el cilindro y la transferencia de calor en el múltiple de escape es estudiada por Chan *et al.* [17]. La investigación hace énfasis en la influencia de los altos valores de retardo para la ignición, con el fin de mejorar el funcionamiento del catalizador bajo estas condiciones. En esta investigación al exterior del cilindro se modela la conducción, convección y radiación en el puerto, pipa y convertidor en el escape, implicando la solución numérica de EDP hiperbólicas y parabólicas acopladas.

La conjunción de un modelo unidimensional para ductos, uno tridimensional para geometrías complejas y un método numérico llamado *lumped parameter scheme* (esquema de parámetros agrupados) para el cilindro, o cualquier otro volumen, lo propone Chiavola como un nuevo método para conocer el comportamiento en la admisión y escape [18].

Modelo cuasiestacionario

Como se mencionó, el modelo cuasiestacionario ha sido usado frecuentemente por los constructores de vehículos para acoplar nuevos turbogrupos a los motores existentes, sin embargo la documentación de esta cantidad de trabajo experimental es reducida y además almacenada sin publicar por las correspondientes empresas. Como prueba de la aplicabilidad que puede tenerse con esta clase de modelos, Trengrouse emplea uno bidimensional para conocer el comportamiento de las ondas de presión cuando pasan a través de un silenciador del tipo resonador de Helmholtz, determinando que, para minimizar la amplitud de la onda transmitida, el área total del agujero en la periferia del cuerpo debe ser lo más grande posible [19].

Modelo de llenado y vaciado

En la actualidad se trabaja considerablemente en los modelos empleados en el procesamiento de automóviles comerciales, cuya función principal es el control, aunque también se incluya el diagnóstico a bordo (*on board diagnosis*). Los denominados *Mean Value Engine Modelling* (Modelado de Motores de Valor Promedio) deben ser sencillos para reducir el tiempo de cómputo, pero suficientemente precisos para ofrecer la confiabilidad requerida. Karlsson emplea dos modelos de este tipo para la admisión de un motor encendido por compresión (MEC) con EGR y turbina de geometría variable [20]. Si se utilizan como estados, masa y presión en el primero y presión con temperatura en el segundo, se obtienen buenos resultados excepto durante la operación de la EGR.

Chesse, Bartrand y Willis y Gambino se basan en modelos de llenado y vaciado no sólo para la admisión y el escape sino también para la compresión, y tienen en cuenta los mapas del turbogruppo del fabricante para incluirlos en la simulación [21, 22, 23]. De otro lado, Jankovic *et al.* usan el modelo en cuestión básicamente para determinar la cantidad y tasa de alimentación del combustible a la mezcla fresca para un

desempeño óptimo del catalizador de tres vías (TWC) [24].

Modelo de acción de ondas

A pesar de ser de mayor complejidad por el tipo de ecuaciones que lo rigen, este modelo ha sido estudiado hace muchos años inclusive sin las ayudas computacionales del presente. Horlock y Winterbone muestran una breve historia sobre cómo se desarrolló [8]. A principios del siglo XX, Rayleigh investiga los fundamentos del problema de flujo de ondas finitas [25]. Earshaw propone una solución para ondas finitas viajando en una sola dirección, permitiendo que varios procesos pudieran ser analizados [26].

Bannister *et al.* desarrollan la teoría de ondas finitas de Earshaw y la aplican al flujo que abandona el cilindro y más tarde a situaciones particulares en el motor [27]. Posteriormente Wallace y Nassif y Wallace y Boxer desarrollan técnicas analíticas para el estudio de pipas acopladas con el motor [28, 29]. Estos fueron reemplazados por métodos gráficos de solución como el método de las características, el cual demandaba gran cantidad de tiempo para solucionar las ecuaciones. Éste fue empleado hasta 1964, cuando Benson *et al.* usaron métodos computacionales para resolver dichas ecuaciones [30].

Modelos de ondas acústicas

Bajo la suposición de flujo homoentrópico (definido posteriormente), además de considerar que la velocidad del fluido es despreciable comparada con la del sonido en el medio, y haciendo sustituciones sobre las ecuaciones originales, Payri *et al.* concluyen que el proceso en los colectores puede explicarse con una expresión matemática de uso frecuente en diversos campos de la física donde existan fenómenos ondulatorios; “dicha expresión es la ecuación de onda, la cual permite aplicar el principio de superposición por ser linealizada”:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Dichos autores explican los modelos de ondas acústicas, incluyendo sus características, hipótesis, ecuaciones, simplificaciones, aplicaciones al análisis acústico de colectores, diseño de geometrías óptimas y ejemplos [7]. Con el fin de establecer las ventajas que implica usar modelos más sencillos a cambio de reducción en la precisión, Payri *et al.* hacen un estudio comparativo entre la teoría acústica y la no lineal [31]. Benajes *et al.* presentan un modelo de ondas acústicas para el prediseño de múltiples de admisión y escape en MCIA capaz de calcular sus dimensiones generales, mostrando la simpleza del método con ejemplos aplicados [32, 33].

Como es sabido la gran mayoría de estudios en MCIA consideran los gases como ideales y obtienen buenos resultados a cambio de la sencillez en el manejo de las ecuaciones. Sin embargo, Pearson *et al.* describen una solución a la ecuación de onda mediante diferencias finitas, en el cual el fluido no es considerado un gas perfecto, las propiedades como energía interna y entalpía son determinadas dependiendo de la composición de la mezcla, mediante la ley de Gibbs-Dalton, y la temperatura por medio de expresiones polinomiales [34].

Flujo homentrópico³

Según Payri *et al.* al suponer que la evolución del fluido se realiza sin fricción y que el proceso es adiabático, el flujo es homentrópico, lo cual es una solución aceptable para los conductos de admisión [7]. Las ecuaciones de conservación se vuelven más sencillas (inclusive la de cantidad de movimiento y energía se hacen iguales):

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \rho \frac{Du}{Dt} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

Bajo flujo homentrópico, Woollatt, Ouenou-Gamo *et al.* y Challen estudian el comportamiento

no lineal de motores diesel turboalimentados [35, 36, 37]. La utilización combinada de programas especializados (NARMAZ y GMDII) es propuesta por Rachid *et al.*, para solucionar las ecuaciones que representan el sistema de una manera simple y con recursos no costosos [38].

Flujo no homentrópico

Payri *et al.* presentan las características, hipótesis, ecuaciones y simplificaciones del MAO, tanto para flujo homentrópico como para no homentrópico [7]. Para flujo no homentrópico se adiciona una ecuación, además de las usadas en flujo homentrópico, que describe la entropía en el fluido, lo cual permite tener en cuenta la fricción, transferencia de calor y otros factores.

Técnicas de discretización y métodos numéricos de solución

Solución a la ecuación de onda

Payri *et al.* muestran brevemente la solución a la ecuación de onda, mientras que Pearson y Winterbone emplean dicha ecuación para evaluar diferentes configuraciones de múltiples de admisión, encontrándose que este método es 220 veces más rápido que un modelo basado en el método de las características [7, 39, 40].

“Las ecuaciones de ondas acústicas pueden ser manipuladas en varias formas para dar diferentes tipos de solución” [41]. La forma más sencilla es resolviendo para obtener la frecuencia natural del sistema solamente. Esto se puede hacer igualando la presión a infinito cuando el flujo de masa es diferente de cero. De otro lado, resolviendo paso a paso las ecuaciones se obtiene un método alternativo con capacidad de entregar mayor información sobre el fenómeno.

Benajes *et al.* muestran un parámetro de evaluación Q para el diseño de múltiples de admisión sintonizados:

3 Un flujo en el cual la entropía de cada partícula de fluido permanece constante, se denomina flujo isentrópico. Además, si cada partícula tiene la misma entropía que el resto del flujo, se denomina homentrópico [34].

$$Q = \frac{f_{sist.admisión}}{f_{motor}}$$

En el caso de motores 4-1, donde las pipas salientes de los cuatro cilindros se acoplan en una, puede conformarse un sistema de veinte ecuaciones considerando las interacciones que hay entre las cinco pipas, la junta entre estas (volumen de unión ente la pipa entrante y las cuatro salientes), los tres extremos cerrados y el extremo abierto [32]. El parámetro de frecuencia que en este caso es $Q = 30a/LN$, es una herramienta adicional para las veintiuna incógnitas por determinar. La expresión resultante de agrupar estas ecuaciones es:

$$4 \tan \frac{\omega L_1}{a} = \frac{A_2}{A_1} \cot \frac{\omega L_2}{a} - \frac{\omega V}{aA_1}$$

Donde ω es la velocidad angular, L_1 y A_1 la longitud y el área del ducto entrante al cilindro, L_2 y A_2 la longitud y el área del ducto entrante en la junta y V el volumen.

De investigaciones anteriores como la de Capetti, se conoce que un adecuado valor para Q es 4, aunque hay formas de calcularlo en función de la velocidad a la cual se desea tener el motor sintonizado. De esta forma pueden encontrarse, entonces, el diámetro y la longitud de los ductos que componen el sistema de admisión a través de cálculos iterativos en esta ecuación implícita [42].

Método de las características

El método de las características no es de hecho un método numérico, sino una forma de convertir las EDP ya mostradas en EDO. Tal transformación fue desarrollada por el matemático B. Riemann en 1885. Sin embargo, Weaving menciona que el método en cuestión puede clasificarse como una técnica de diferencias finitas que tiene en cuenta la naturaleza ondulatoria del flujo [41]. Las técnicas de solución normales resuelven para parámetros de flujo sin imponer el fenómeno propagatorio existente.

Como se ha visto, las ecuaciones de conservación aplicadas a MCIA dependen de la coordenada principal x y del tiempo. “La solución de estas ecuaciones estará representada en el espacio tridimensional por 2 funciones $a = a(x,t)$ y $u = u(x,t)$ ” [43]. Al proyectar dicha curva sobre el plano $x-t$, habrá algunos puntos que cumplan que su pendiente dx/dt sea igual a la altura desde este plano hasta la curva original. La unión de tales puntos forma las denominadas curvas características, sobre las cuales se busca ahora la solución exacta a una EDO originada de una EDP inicialmente.

El turbocargado de motores cuatro cilindros se puede hacer de dos formas: a presión constante y a pulsos. En 1980 no se había investigado lo suficiente sobre sistemas de turbocargado de presión constante en MEC marinos dos tiempos, caracterizados por su eficiencia térmica para presiones medias efectivas altas. Mediante el modelado unidimensional y posterior solución por el método de las características, Azuma *et al.* logró un acercamiento preliminar al fenómeno pulsátil de las ondas de presión generadas durante el soplado, que son reflejadas posteriormente [44]. Para 1998, conociendo ambos sistemas ampliamente, Bizjan *et al.* realizan un estudio comparativo donde, para condiciones de torque máximo, el sistema de dos pulsos produce mejor eficiencia térmica del turbogruppo, pérdidas de bombeo moderadas (más altas que el sistema de presión constante), menor interacción negativa ente cilindros, menores temperaturas en el escape y mayor aire de alimentación [45]. En 1999 Zhang *et al.* comparan ambos sistemas con los convertidores de pulso modular que combinan las ventajas de los anteriores [46].

Bulaty y Widenhorn, Pearson *et al.* [48] e Hirayama y Morimune [49] abordan el problema de las juntas en múltiples [47, 48, 49]. Particularmente en este último se trata el escape de un MEC cuatro tiempos turbocargado. Normalmente hay uniones entre las pipas, de forma que la turbina tiene sólo una o dos entradas habiendo

más juntas al aumentar el número de cilindros. El modelado de estas juntas puede hacerse bien sea con modelos como los de: a) presión constante, b) *momentum*, c) simplificado o d) de un modelo exacto desarrollado en esta investigación, el cual ha sido resuelto con el método de las características y validado con datos de presión, temperatura y flujo másico.

Kouremenos *et al.* simulan los sistemas de admisión y escape de un MEC marino cuatro tiempos (seis cilindros, turboalimentado, postenfriado, inyección indirecta y velocidad media-alta) solucionando las EDP por el método de las características, obteniendo criterios de prediseño específicos [50]. La validación experimental incluye medidas del consumo de aire, temperatura, energía en el sistema de escape e intensidad de las ondas de presión de varios cilindros. Además Winterbone *et al.* usan el mismo método numérico para un MAO no lineal comparando con datos de presión y flujo másico reales a diferentes velocidades del motor [51].

Los elementos propios de un múltiple de escape en un motor dos tiempos turbocargado son divididos por Woollatt en sistemas de presión constante y sistemas a pulsos con flujo homoentrópico, donde al aplicar el método de las características se encuentra que, para los últimos, los resultados son bastante precisos al ser comparados con mediciones. En los sistemas a presión constante la precisión es reducida [35].

Técnica de diferencias finitas

La técnica de diferencias finitas es ampliamente expuesta por Ledger y da especial interés a un método denominado de diferencias centradas (las variables están centradas en espacio y tiempo), el cual se usa para modelar con flujo homoentrópico el múltiple de escape de un MEC turbocargado (región entre válvula de escape y turbina) y obtiene resultados bastante similares a aquellos derivados de una solución por el método de las características [52].

El mismo método de solución es usado por Park *et al.* para simular el flujo en el múltiple de escape y en el catalizador y encuentran la influencia que tiene el soplado al final de la carrera de expansión en el desarrollo de las ondas de presión [53]. Su validación se realiza con técnicas de anemometría láser-doppler (LDA) para medición de velocidad. Para el múltiple de admisión Zhao *et al.* usan un modelo tridimensional de Navier-Stokes solucionado por el método de volúmenes finitos [54].

Técnica de Lax-Wendroff

De acuerdo con Weaving, entre las técnicas de Lax-Wendroff las más usadas en MCIA son las de uno y dos pasos [41]. Ambas tienen precisión de segundo orden y son basadas en series de Taylor. Sin embargo, ésta y cualquier otra técnica de diferencias finitas sólo pueden aplicarse a los nodos en el interior de las pipas, pues el método de las características es el único capacitado para incorporar las condiciones de frontera.

Bajo esta técnica Van y Bulaty *et al.* tratan con el flujo de estado estable en las ramificaciones de un múltiple, el último, se aplica particularmente a un múltiple de escape [55, 56]. Después de una breve revisión de los modelos existentes para uniones entre conductos, los autores seleccionan el método de pérdidas de presión por entregar buenos resultados con un mínimo esfuerzo computacional y de validación. La investigación ha permitido hacer la generalización del modelo de tres ductos a n-ductos, para ser usado en los cálculos de flujo unidimensional transitorio de sistemas de escape sofisticados.

Técnica de Runge-Kutta

Combinando el método de Runge-Kutta de cuarto orden con el de dos pasos de Lax-Wendroff (4RK/2LW), Chung *et al.* estudia la dinámica de gases en los múltiples de admisión de dos generadores de gas, uno de combustión continua y otro intermitente, superalimentados y postenfria-

dos [57]. Las ecuaciones usadas corresponden a un modelo no dimensional (zero-dimensional).

Técnicas de diferencias finitas en general

Baert *et al.* comparan los diferentes algoritmos numéricos usados en códigos comerciales para analizar múltiples de MCIA [58]. Mediante la presentación de dos casos reales: a) apertura de la válvula de escape y la consecuente liberación de una onda de presión en el múltiple de escape "shock tube" (denominado problema de Sod) y b) variación gradual de la sección transversal de las pipas; se confrontan: el método de las características, diferentes esquemas de Lax-Wendroff, esquemas denominados *First Order Upwind* y el más reciente método conocido, denominado *Total Variation Diminishing TVD* (disminución de variación total). Ninguna de las técnicas es completamente satisfactoria, ya que presentan muchos picos (primer caso) y errores de discretización locales (segundo caso), a excepción de la última de ellas. Una investigación más reciente permitió que Dick *et al.* validaran el nuevo método mencionado (TVD), contra ondas de presión medidas en la admisión y el escape de un motor monocilíndrico [59]. Las comparaciones son hechas bajo motor arrastrado y en funcionamiento normal con dos sistemas de mezcla de combustible, uno para gasolina y otro para metano, evidenciando la influencia de la configuración del múltiple sobre la formación de las ondas de presión. Los esquemas TVD son una extensión de los *First Order Upwind* que emplean técnicas no lineales para obtener precisión de segundo orden.

Las técnicas de volúmenes finitos (FVM) y elementos finitos (FEM) también son empleadas por Lowe y Morel para la renovación de la carga [60]. La primera de ellas es utilizada por Assanis *et al.* para conocer la dinámica de gases en ambos múltiples de motores de encendido provocado (MEP) y MEC monocilíndricos con la ayuda del *software* MATLAB-SIMULINK [61]. La validación se realiza contra el método de las ca-

racterísticas para flujos a través de las válvulas, bajo motor arrastrado y posteriormente con mediciones, con buenos resultados. Así también, Ohtani *et al.* [62] estudian la conducción térmica en múltiples de escape de geometría compleja, aplicando el FVM para la región de fluido y el FEM para la región sólida.

En la actualidad la variedad de métodos numéricos existentes para el estudio de la renovación de la carga, y su combinación con los diversos modelos, llevan a investigaciones adicionales donde estos se confrontan y se dilucidan las características bajo las cuales es mejor usar cada uno de ellos. Wallace *et al.* comparan la precisión y eficiencia computacional de los métodos de: a) llenado y vaciado, siendo el más rápido y preciso en casos de bajo requerimiento de optimización de la renovación de la carga; b) ondas acústicas, mostrando la más rápida aproximación de la forma de las ondas de presión pero sobreprediciendo el rendimiento volumétrico; c) dos estados diferentes de Lax-Wendroff, identificado por ser el más lento de los estudiados, y d) aguas arriba de Harten-Lax, evidenciando buena precisión para sistemas detallados [63].

Modelos de estado transitorio

El modelo termodinámico cuasiestacionario diseñado inicialmente por Poulos y Heywood es modificado por Kuo *et al.* para estudiar los efectos de los eventos de las válvulas en el desempeño de un motor [64]. De la modelación de flujo compresible unidimensional y transitorio se determina que modificar el tiempo de cierre de la válvula de admisión es la mejor forma para elevar el rendimiento volumétrico.

La respuesta de un motor de inyección indirecta y aspiración natural, ante cambios repentinos en la carga, es también estudiada por Giakoumis *et al.* mediante un modelo transitorio de llenado y vaciado para la renovación de la carga, más uno de combustión de una zona [65]. El efecto producido por la falta de un inyector para un cilin-

dro, aporta información sobre la operación no óptima de un motor.

Desde comienzos del nuevo milenio, el empleo de MEC marinos turbocargados secuencialmente ha cobrado interés y, con ello, también la modelación del estado transitorio, especialmente para la fase de conmutación al inicio de la operación simultánea de los turbocargadores. Chese *et al.* modifican el código SELENDIA, un modelo de llenado y vaciado de estado estable para motores diesel marinos, para responder al carácter transitorio de la fase mencionada [21].

De los convertidores de pulso modular ya mencionados, con alta eficiencia de turbina y recuperación de energía a baja carga, los más conocidos son el convertidor a pulsos de tres vías, el compacto y el multipulsos. Mediante un sencillo modelo de llenado y vaciado transitorio resuelto por el método de las características, Flamang *et al.* obtienen buena concordancia con medidas experimentales en un motor, al comparar los coeficientes de pérdida de presión [66].

Con el fin de conocer la influencia que tiene la fracción de combustible líquido depositado en las paredes del múltiple sobre la carga y el torque, Gambino *et al.* realizan una simulación de estado transitorio sobre un motor de inyección multipunto demostrando una gran dependencia entre estas variables [67]. Relacionado con ello, basados en el control de la relación aire combustible, Cipollone *et al.* desarrollan un modelo que representa los fenómenos transitorios que ocurren en un múltiple, bien sea de admisión o escape [68]. El modelo se discretiza bajo el *Lumped Parameter Scheme LPS* (esquema de parámetros agrupados), pero tiene en cuenta el fenómeno propagatorio de una manera simple y físicamente consistente. De la misma forma Reitz *et al.* lo hacen para un modelo unidimensional buscando conocer la fracción de gases residuales, dando a conocer, además, información para la modelación de flujos en ductos divergentes y el tratamiento de condiciones de contorno, dentro de los que se encuentra el uso de una correla-

ción para resistencia al flujo que describe el flujo en curvaturas [69]. La validación ha sido realizada en un MEC de trabajo pesado, donde se ha predicho satisfactoriamente el proceso de renovación de la carga, el soplado en el escape y los niveles de recirculación de gases de escape EGR.

Checkel *et al.* estudian el comportamiento de estado estable y transitorio de un convertidor catalítico, bajo un modelo de elementos finitos unidimensional y obtienen una diferencia máxima en niveles de emisión del 10% al compararse con resultados experimentales [70]. Así mismo Chan *et al.* presentan un modelo capaz de predecir las temperaturas tanto espacial como temporalmente a lo largo del múltiple de escape y al interior de un TWC para el arranque en frío, enfrentando fenómenos de transferencia de calor asociados con la condensación del agua y su evaporación en las paredes del múltiple [71].

El carácter transitorio del flujo de aire en la admisión es descrito por Kong y Woods, como una forma de analizar las ondas de presión en el motor de combustión [72]. Con este modelo se obtienen respuestas en frecuencia y estado transitorio para optimizar el prediseño de un múltiple de admisión. Este desarrollo matemático asume un gas perfecto que fluye unidireccionalmente e incorpora cálculos de fricción en las paredes y ratas transitorias de transferencia de calor, área y entropía variables, además de considerar calores específicos dependientes de la temperatura. Las ecuaciones hiperbólicas gobernantes se transforman mediante el método de las características tal como lo hacen Kouremenos *et al.* [73].

Conclusiones

El desarrollo computacional contemporáneo ha permitido modelaciones que reproducen cada vez más fielmente aquellos procesos en los MCIA y se ha encontrado inadmisibles la construcción de prototipos sin una fase de simulación previa. En el decenio de los 90 se ha tomado en mayor consideración el carácter no unidimensional y transitorio que imponen algunos elementos com-

prometidos en la renovación de la carga y se obtienen criterios de diseño y modificación para aquellos sistemas que anteriormente se optimizaron con base en modelos más sencillos. Los métodos numéricos asociados a tales modelos son también objeto de evolución constante y en la actualidad tienen muchas opciones posibles para abordar la solución del problema planteado. Por esta razón, es común encontrar investigaciones donde se ha dado solución al modelo por más de un método numérico, donde el tiempo transcurrido para llegar a una respuesta de buena convergencia se evalúa comparativamente.

Sin embargo, la dependencia de las herramientas computacionales para afrontar la complejidad de los procesos modelados exige, además de robustas máquinas, el planteamiento claro de los límites del problema por abordar. El paso de modelos de flujo incompresible a compresible, estacionario a transitorio, laminar a turbulento, o el aumento de una dimensión más en las características del problema, requiere mayor inversión en tiempo de estudio y en procesamiento por parte de los medios computarizados (la convergencia de las ecuaciones es cada vez más difícil de alcanzar y en ocasiones es innecesaria).

Particularmente, en la renovación de la carga existen elementos que demandan mayor investigación para conocer su interacción y forma de conjugar efectivamente con el proceso, como son el turbogrupo, las válvulas, el catalizador y las juntas entre pipas. El funcionamiento en los motores aún es conocido parcialmente, la complejidad fenomenológica de las reacciones dependientes de la posición y el tiempo, como de la variación de propiedades a medida que avanza el ciclo, hace que las investigaciones hasta ahora realizadas, sean apenas un esbozo de lo que realmente falta por conocer y con ello lo que resta por mejorar.

Referencias

- Heywood, J. B. *Internal Combustion Engine Fundamentals*. McGraw-Hill. 1988.
- Chow, A. y Wyszynski, M. L. *Thermodynamic Modelling of Complete Engine Systems-A Review*. Imech. 1999.
- Filipi, Z. S. y D. N. Assanis. "A Nonlinear, Transient, Single-Cylinder Diesel Engine Simulation for Predictions of Instantaneous Engine Speed and Torque". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 123. ASME. 2001. pp. 951-959.
- Woschni, G. y W. Spindler. "Heat Transfer with Insulated Combustion Chamber Walls and its Influence on the Performance of Diesel Engines". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 110. ASME. 1988. pp. 482-502.
- Choi, W. y Y. Guezennec. "Experimental Investigation to Study Convective Mixing, Spatial Uniformity, and Cycle-to-Cycle Variation During the Intake Stroke in an ICE". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 122. ASME. 2000. pp. 493-501.
- Antonini, A. et al. "Numerical Simulation of Two Stroke Compression Ignition Engines and Comparison with Experiments". En: *Proceedings-Society of Automotive Engineers*. SAE. Warrendale, PA, USA. 1990. pp. 415-421.
- Payri, F. y J. Benajes. *Modelado de la Renovación de la Carga en Motores de Combustión Interna Alternativos*. Master en Ingeniería de los Vehículos Automóviles. Universidad Politécnica de Valencia, España. 1995.
- Horlock, J. H. y D. E. Winterbone. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engine*. Vol. II. Clarendon Press. Oxford. 1986.
- Corberan, J. et al. "I.C. Engine Intake and Exhaust Manifold Design Procedure". En: *Proceedings-Society of Automotive Engineers*. SAE. Warrendale, PA, USA. 1990. pp. 873-879.
- Vorum, P. C. "Short Pipe Manifold Design for Four-Stroke Engines: Part II". En: *Journal of Engineering for Power*. Vol. 102. ASME. 1980. pp. 836-841.
- Bartlett, H. y R. Whalley. "Modelling and Analysis of Variable Geometry Exhaust Gas Systems". En: *Applied Mathematical Modelling*. Vol. 22. No. 8. 1998. pp. 545-567.
- Bajura, R. A. y E. H. Jones. "Flow Distribution Manifolds". En: *Journal of Fluids Engineering*. Diciembre, 1976. pp. 654-666.
- Payri, F. et al. "Analysis and Modelling of the Fluid-Dynamic Effects in Branched Exhaust Junctions of ICE". En: *American Society of Mechanical Engineers. Internal Combustion Engine Division (Publication) ICE*. Vol. 32. No. 1. 1999. pp. 57-64.

14. Jameson, R. T. y P. A. Hodgins. "Improvement of the Torque Characteristics of a Small, High-Speed Engine Through the Design of Helmholtz-Tuned Manifolding". SAE paper 900680.
15. Moskwa, J. J. y J. K. Hedrick. "Modelling and Validation of Automotive Engines for Control Algorithm Development". En: *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. Transactions of the ASME. Vol. 114. 1992. pp. 278-285.
16. Ravi, M. R. y A. G. Marathe. "Effect of Inlet and Exhaust Pressures on the Scavenging Characteristics of a Carbureted Uniflow Scavenged Engine". SAE Paper 920840.
17. Chan, S. H. *et al.* "Modelling of Engine In-Cylinder Thermodynamics and Exhaust Heat Transfer at Engine Cold Start". En: *Journal of the Institute of Energy*. Vol. 72. No. 490. 1999. pp. 20-31.
18. Chiavola, O. "Integrated Modelling of Internal Combustion Engine Intake and Exhaust Systems". En: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*. Vol. 215. 2001. pp. 495-506.
19. Trengrouse, G. H. "The Effect of Silencers of the Helmholtz-Resonator Type on Pressure Waves of Finite Amplitude: Single Pressure Pulses". En: *IMEchE*. Vol. 16. 1974. pp. 268-275.
20. Karlsson, F. "Modelling the Intake Manifold Dynamics in a Diesel Engine". En: *Vehicular Systems*. Departamento de Ingeniería Eléctrica. Universidad de Linköping. URL: www.vehicular.isy.liu.se. Abril. 2001.
21. Chesse, P. *et al.* "Performance Simulation of Sequentially Turbocharged Marine Diesel Engines With Applications to Compressor Surge". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 122. ASME. 2000. pp. 562-569.
22. Bartrand, T. A. y E. A. Willis. "Rotary Engine Performance Limits Predicted by a Zero-Dimensional Model". SAE paper 920301.
23. Gambino, M. *et al.* "Experimental Validation of a Dynamic Model for Mixture Formation in a Multi-Point Injection SI Engine". En: *Analysis, Synthesis, and Applications. Petroleum Division*. Vol. 64. ASME. 1994. pp. 489-502.
24. Jankovic, M. y S. W. Magner. "Air-Charge Estimation and Prediction in Spark Ignition Internal Combustion Engines". En: *Proceedings of the American Control Conference*. Vol. 1. IEEE. 1999. pp. 217-221.
25. Rayleigh, L. "Axial Plane Waves of Finite Amplitude". 1910. Extractado de Horlock, J. H. y Winterbone, D. E. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engine*. Vol. II. Clarendon Press. Oxford. 1986.
26. Earnshaw, S. "On the Mathematical Theory of Sound". 1910. Extractado de Horlock, J. H. y Winterbone, D. E. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engine*. Vol. II. Clarendon Press. Oxford. 1986.
27. Bannister, F. y G. Mucklow. "Wave Action Following Sudden Release of Compressed gas From a Cylinder". 1948. Extractado de Horlock, J. H. y Winterbone, D. E. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engine*. Vol. II. Clarendon Press. Oxford. 1986.
28. Wallace, F. y M. Nassif. "Air Flow in a Naturally Aspirated Two-Stroke Engine". 1954. Extractado de Horlock, J. H. y Winterbone, D. E. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engine*. Vol. II. Clarendon Press. Oxford. 1986.
29. Wallace, F. y G. Boxer. "Wave Action in Difusers for Exhaust Pipe System with Special Reference to the Scavenging of Two-Stroke Engines". IMechE. 1956. Extractado de Horlock, J. H. y Winterbone, D. E. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engine*. Vol. II. Clarendon Press. Oxford. 1986.
30. Benson, R. S. *et al.* "A Numerical Solution of Unsteady Flow Problems". En: *IMEchE*. 1964. Extractado de Horlock, J. H. y Winterbone, D. E. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engine*. Vol. II. Clarendon Press. Oxford. 1986.
31. Payri, F. *et al.* "Evaluation Through Pressure and Mass Velocity Distributions of the Linear Acoustical Description of ICE Exhaust Systems". En: *Applied Acoustics*. Vol. 60. 2000. pp. 489-504.
32. Benajes, J. *et al.* "Predesign Model for Intake Manifolds in Internal Combustion Engines". SAE paper 970055.
33. Benajes, J. *et al.* "Predesign Criteria for Exhaust Manifolds in IC Automotive Engines. Modelling of SI and Diesel Engines". *SAE Special Publications*. 980783.
34. Winterbone, D. E. y R.J. Pearson, "Solutions of the Wave Equations Using Real Gases". En: *International Journal of Mechanical Sciences*. Vol. 34. 1992. pp. 917-932.
35. Woollatt, D. "The Application of Unsteady Gas-Dynamic Theories to the Exhaust System of Turbocharged 2-Stroke Engines". En: *Journal of Engineering for Power*. January. ASME. 1966. pp. 31-39.

36. Ouenou-Gamo, S. *et al.* "Air Admission Theoretical Model for a Turbocharged Diesel Engine Unsteady Flows". En: *Fluids Engineering Division*. Vol. 7. ASME. 1997.
37. Challen, B. J. "Modern Modelling for ICE Intake and Exhaust System Design". En: *Acoustics Bulletin*. Vol. 23. 1998. pp. 5-9.
38. Rachid, A. *et al.* "Nonlinear Modelling of a Turbocharged Diesel Engine". Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications. Vol. 1 IEEE. 1994. pp. 133-136.
39. Pearson, R. J. y D. E. Winterbone. "Wave Action Simulation Technique for Intake Manifold Design". SAE paper 900676.
40. Pearson, R. J. y D. E. Winterbone. "Rapid Synthesis Technique for Intake Manifold Design". En: *International Journal of Vehicle Design*. Vol. 10. 1989. pp. 659-686.
41. Weaving, J. H. *Internal Combustion Engineering. Science and Technology*. Londres, Inglaterra. Elsevier Applied Science. 1990. pp. 450-499.
42. Capetti, A. "Effect of the Intake Pipe on the Volumetric Efficiency of an Internal Combustion Engine". Trans. NACA-TM, 501. 1929.
43. Benson, R. S. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal-Combustion Engines*. Vol. I. Editado por J. H. Horlock y D. E. Winterbone. Oxford University Press. 1982. p. 76.
44. Azuma, T. *et al.* "Characteristics of Exhaust Gas Pulsation of Constant Pressure Turbo-Charged Diesel Engines". En: *Journal of Engineering for Power*. Vol. 102. ASME. 1980. pp. 827-835.
45. Bizjan, F. *et al.* "Influence of the Exhaust System on Performance of a 4-Cylinder Supercharged Engine". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 120. ASME. 1998. pp. 855-860.
46. Zhang, H. *et al.* "Characteristics of Single Constant-Pressure and MPC Exhaust Manifolds for Applications of Locomotive Engines". En: *American Society of Mechanical Engineers, Internal Combustion Engine*. Vol. 32. 1999. pp. 13-27.
47. Bulaty, T. y M. Widenhorn. "Unsteady Flow Calculation of Sophisticated Exhaust Systems Using a Multibranch Junction Model". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 115. 1993. pp. 756-760.
48. Pearson, R. *et al.* "Two-Dimensional Simulation of Wave Propagation in a Three-Pipe Junction". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 122. ASME. 2000. pp. 549-555.
49. Hirayama, N. y T. Morimune. "The Matching of Diesel Engine to Exhaust Turbocharger. Improved Calculation Model at T-Junction". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 110. ASME. 1998. pp. 547-551.
50. Kouremenos, D. *et al.* "Theoretical and Experimental Investigation of the Wave Action in the Exhaust System of a Multi-Cylinder Turbocharged Marine IDI Diesel Engine". En: *Thermodynamics and the Design, Analysis, and Improvement of Energy Systems*. Vol. 30. 1993. pp. 337-354.
51. Winterbone, D. *et al.* "Accuracy of Calculating Wave Action in Engine Intake Manifolds". SAE paper 900677.
52. Ledger, J. "A Finite-Difference Approach for Solving the Gas Dynamics in an Engine Exhaust". En: *IMEchE*. Vol. 17. 1975. pp. 125-132.
53. Park, S. *et al.* "Experimental and Computational Study of Flow Characteristics in Exhaust Manifold and CCC (Close-Coupled Catalyst)". En: *Advances in Multi-Dimensional Modelling SAE Special Publications*. Vol. 1329. SAE. pp. 27-39.
54. Zhao, Y. y D. Winterbone. "Study of multi-dimensional gas flow in engine manifolds". En: *Journal of Automobile Engineering*. Vol. 208. 1994. pp. 139-145.
55. Van, L. "Numerical Model of a High Performance Two-Stroke Engine". En: *Numerical Mathematics*. Vol. 27. 1998. pp. 83-108.
56. Bulaty, T. y M. Widenhorn. "Unsteady Flow Calculation of Sophisticated Exhaust Systems Using a Multibranch Junction Model". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 115. ASME. 1993. pp. 756-760.
57. Chung, Ch. y L. Wang. "Tuned Intake Manifold and Its Effects on the Performance of Gas Generator Engines". En: *Alternate Fuels, Engine Performance and Emissions*. Vol. 20. ASME. 1993. pp. 187-193.
58. Baert, R. *et al.* "Comparison of Algorithms for Unsteady Flow Calculations in Inlet and Exhaust Systems of IC Engines". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 122. ASME. 2000. pp. 541-548.
59. Dick, E. *et al.* "Validation of a New TVD Scheme Against Measured Pressure Waves in the Inlet and Exhaust System of a Single Cylinder Engine". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 122. ASME. 2000. pp. 533-540.

60. Lowe, A. y T. Morel, "New Generation of Tools for Accurate Thermo-Mechanical Finite Element Analyses of Engine Components. SAE paper 920681.
61. Assanis, D. y G. Zhang, "Manifold Gas Dynamics Modelling and its Coupling with Single Cylinder Engine Models Using Simulink". En: *Advanced Engine Simulations*. Vol. 28-1. ASME. 1997. pp.51-60.
62. Ohtani, M. y T. Shimizu. "Numerical Simulation of Heat Transfer and Fluid Flow Applied to Exhaust Manifold". En: *JSAE Review*. Vol. 17. 1996. pp. 17-23.
63. Wallace, F. *et al.* "Comparison between Alternative Methods for Gas Flow and Performance Prediction of Internal Combustion Engines". SAE paper 921734.
64. Kuo, T. y D. Reuss. "Multidimensional Port-and-Cylinder Flow Calculations for the Transparent-Combustion-Chamber Engine". En: *Engine Modelling*. Vol. 23. ASME. 1995. pp. 19-29.
65. Giakoumis, E. y C. Rakopoulos. "Simulation and Analysis of a Naturally Aspirated IDI Diesel Engine Under Transient Conditions Comprising the Effect of Various Dynamic and Thermodynamic Parameters". En: *Energy Conversion and Management*. Vol. 39. 1998. pp. 465-484.
66. Flamang, P. y R. Sierens. "Study of the Nonsteady Flow in a Multipulse Converter". En: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. Vol. 113. ASME. 1991. pp. 413-418.
67. Gambino, M. *et al.* "Identification of a Dynamic Model for Transient Mixture Formation in a Multipoint Spark Ignition Engine". En: *Transportation Systems*. DSC54 ASME. 1994. pp. 189-204.
68. Cipollone, R. y A. Sciarretta. "New Modelling for the Air and Gas Dynamics in ICE Manifolds Oriented to Air-Fuel Ratio Control". En: *Internal Combustion Engine Division*. Vol. 32. ASME. 1999. pp. 103-112.
69. Reitz, R. y Y. Zhu. "1D Gas Dynamics Code for Subsonic and Supersonic Flows Applied to Predict EGR Levels in a Heavy-Duty Diesel Engine". En: *International Journal of Vehicle Design*. Vol. 22. 1999. pp. 227-252.
70. Checkel, M. *et al.* "Transient Simulation of a Catalytic Converter for a Dual Fuel Engine". En: *Canadian Journal of Chemical Engineering*. Vol. 78. 2000. pp. 557-568.
71. Chan, S. *et al.* "Heat Transfer and Chemical Kinetics in the Exhaust System of a Cold-Start Engine Fitted with a Three-Way Catalytic Converter". En: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D. Journal of Automobile Engineering*. Vol. 214. 2000. pp. 765-777.
72. Kong, H. y R. Woods. "Tuning of Intake Manifold of an Internal Combustion Engine Using Fluid Transmission Line Dynamics". SAE paper 920685.
73. Kouremenos, D. *et al.* "Simulation Analysis of the Unsteady Gas Flow in the Inlet and Exhaust Manifolds of a Multi-Cylinder Piston Internal Combustion Engine". En: *Thermodynamics and the Design, Analysis, and Improvement of Energy Systems*. Vol. 27. ASME. 1992. pp. 253-270.