



Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia

ISSN: 0120-6230

revista.ingenieria@udea.edu.co

Universidad de Antioquia

Colombia

Velásquez, Juan Esteban; Chejne, Farid; Hill, Alan F. J.  
Producción de frío a partir de campos magnéticos. Parte 2: Análisis termodinámico  
Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia, núm. 30, diciembre, 2003, pp. 71-77  
Universidad de Antioquia  
Medellín, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=43003007>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

## **Producción de frío a partir de campos magnéticos. Parte 2: Análisis termodinámico**

*Juan Esteban Velásquez\**, *Farid Chejne\*\** y *Alan F. J. Hill\**

(Recibido el 11 de septiembre de 2002. Aceptado el 8 de mayo de 2003)

### **Resumen**

En la refrigeración magnética se emplea un material magnético, el cual experimenta cambios de temperatura o intercambios de calor con los alrededores cuando se somete a un campo magnético intenso.

En este artículo se analiza un ciclo convencional de refrigeración magnética. Se obtienen expresiones para el calor liberado y absorbido y los cambios de temperaturas en las diferentes etapas del ciclo partiendo de la primera ley de la termodinámica. Así mismo, con el empleo de la segunda ley de la termodinámica, se obtienen ecuaciones para el trabajo consumido, el cambio de entropía y el coeficiente ideal de operación del ciclo en función de las temperaturas y de propiedades del material magnético.

----- *Palabras clave:* refrigeración magnética, ciclo de refrigeración, trabajo magnético.

## **Cold production from magnetic fields. Part II: Thermodynamic analysis**

### **Abstract**

In magnetic refrigeration a magnetic material undergoes temperature changes or heat interchanges with the environment when it is placed in a strong magnetic field. In this paper, a conventional cycle for magnetic refrigeration is analyzed. Expressions for the released and absorbed heat and the temperature changes at the different stages of the cycle are obtained from the first law of thermodynamics. Also, by means of the second law of the thermodynamics, equations for the work done, entropy change and ideal performance coefficient are obtained as a function of temperatures and magnetic material properties.

----- *Key words:* magnetic refrigeration, refrigeration cycle, magnetic work.

---

\* Instituto de Energía y Termodinámica. Universidad Pontificia Bolivariana. Medellín. [juanesv@epm.net.co](mailto:juanesv@epm.net.co).

\*\* Facultad de Minas. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. [fchejne@perseus.unalmed.edu.co](mailto:fchejne@perseus.unalmed.edu.co).

### Introducción

La refrigeración magnética es una técnica que se fundamenta en el efecto magnetocalórico, según el cual, algunos materiales cambian de temperatura cuando se magnetizan o se desmagnetizan [1].

Los materiales más frecuentemente empleados han sido los paramagnéticos y los ferromagnéticos. Con la aplicación de grandes campos magnéticos sobre dichos materiales, se ha logrado alcanzar temperaturas tan bajas como 1  $\mu$ K y el empleo de estos refrigeradores ha cubierto prácticamente todo el rango de temperaturas.

Las principales ventajas de esta técnica, radican en su alto rendimiento termodinámico, su seguridad para el ambiente, su versatilidad y los bajos costos de operación. Debido a estas ventajas este sistema de refrigeración ha sido empleado exitosamente en procesos de licuefacción de gases, refrigeración criogénica y en sistemas de refrigeración con altos consumos energéticos.

Actualmente, los esfuerzos se concentran en la optimización de los ciclos refrigeración, con objeto de que se puedan emplear en sistemas de refrigeración de baja capacidad.

El ciclo de refrigeración magnética consta de los siguientes pasos (ver figura 1):

Proceso 1→2: El material magnético se somete a un campo magnético fuerte, produciéndose una liberación de energía, la cual es absorbida por el fluido de intercambio, manteniéndose la temperatura constante.

Proceso 2→3: Se reduce el campo magnético aplicado al material, produciéndose una disminución de la temperatura del material magnético, el cual se encuentra aislado térmicamente.

Proceso 3→4: Se produce un intercambio de calor entre la fuente de calor y el material magnético (refrigeración). Además, simultáneamente, se elimina por completo el campo magnético aplicado. La temperatura permanece constante durante el proceso.

Proceso 4→1: El material magnético se aísla térmicamente y el campo magnético se incrementa, produciéndose un aumento en la temperatura del sistema.

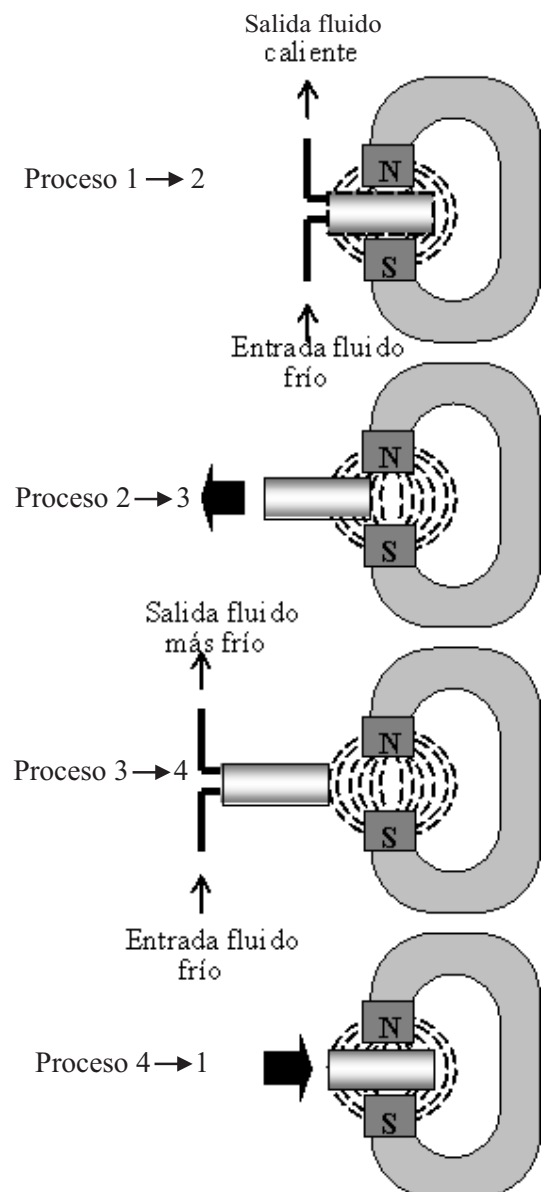


Figura 1 Esquema de un ciclo de refrigeración magnética

La configuración típica de los materiales en un sistema de refrigeración magnética es la rueda regeneradora, la cual consiste en la rotación del material entre una zona de alto campo magnético y otra de bajo campo, mientras un fluido de intercambio absorbe o libera calor desde el material.

### Aplicación de la primera ley de la termodinámica

Para encontrar los flujos de calor y las diferencias de temperatura para las diferentes etapas del ciclo, se puede aplicar la primera ley de la termodinámica para un sistema cerrado

$$\delta Q - \delta W = dU + dE_c + dE_p \quad (1)$$

Donde:

$Q$ : Calor [J]

$W$ : Trabajo [J]

$U$ : Energía interna [J]

$E_c$ : Energía cinética [J]

$E_p$ : Energía potencial [J]

En el ciclo de refrigeración, se asume que los cambios de energía cinética y potencial son despreciables, así que

$$\begin{aligned} dE_c &= 0 \\ dE_p &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Asumiendo que todo el trabajo realizado en el sistema es reversible, se cumple que

$$\delta W = \sum_i L_i dl_i \quad (3)$$

Donde  $L_i$  es el coeficiente de trabajo conjugado con carácter intensivo, como la presión (negativa), la fuerza, la tensión interfacial, la intensidad del campo eléctrico o magnético, etc., mientras que  $l_i$  es la coordenada de trabajo, como el volumen, la longitud, el área superficial, la polarización eléctrica o magnética, etc.

Para el caso del refrigerador magnético, se cumple que

$$L_i = -H, \quad l_i = \mathfrak{V} \quad (4)$$

$$\delta W = -H d(\mathfrak{V}) \quad (5)$$

Donde  $H$  es la intensidad de campo magnético y  $\mathfrak{V}$  es el producto entre la polarización magnética y el volumen.

De otro lado, se cumple que

$$-H d(\mathfrak{V}) = -d(H\mathfrak{V}) + \mathfrak{V} dH \quad (6)$$

Sustituyendo las expresiones (5) y (6) en la ecuación (1), se obtiene

$$\delta Q - \mathfrak{V} dH = dU - d(H\mathfrak{V}) \quad (7)$$

Si se define la entalpía generalizada se define como

$$H = U + \sum_i L_i l_i = U - H\mathfrak{V} \quad (8)$$

La ecuación (7) se transforma en

$$\delta Q - \mathfrak{V} dH = dH \quad (9)$$

Con

$H$ : Entalpía [J].

$H$ : Intensidad de campo magnético [=] A/m

De otro lado,

$$dH = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_{\mathfrak{H}} dT + \left( \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{H}} \right) d\mathfrak{H} \quad (10)$$

Donde  $T$ : Temperatura absoluta [K].

Se define el calor específico a intensidad de campo magnético constante como [2]

$$C_H = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_{\mathfrak{H}} \quad (11)$$

$C_H$  se puede interpretar como el calor requerido para incrementar la temperatura del sistema en  $\Delta T$ , mientras se mantiene  $H$  constante

$$C_H = \left( \frac{\Delta Q}{\Delta T} \right) \Big|_H = \left( \frac{\Delta U - H \Delta(\mathfrak{S}V)}{\Delta T} \right) \Big|_H = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right) \Big|_H \quad (12)$$

Para encontrar una expresión de  $(\partial H / \partial H)$  se requieren algunas definiciones adicionales.

Para este caso, la ecuación de Gibbs generalizada está dada por

$$dU = TdS - \sum_i L_i dl_i = TdS + Hd(\mathfrak{S}V) \quad (13)$$

Donde  $S$ : Entropía [J/K].

De otro lado, a partir de las ecuaciones (8) y (13), se encuentra la expresión

$$dH = TdS - \mathfrak{S}VdH \quad (14)$$

y por lo tanto,

$$\left( \frac{\partial H}{\partial H} \right) \Big|_T = T \left( \frac{\partial S}{\partial H} \right) \Big|_T - \mathfrak{S}V \quad (15)$$

La energía de Gibbs, está dada por

$$G = H - TS \quad (16)$$

y por esto,

$$dG = -SdT - \mathfrak{S}VdH \quad (17)$$

De la ecuación (13), se deduce la relación de Maxwell

$$\left( \frac{\partial S}{\partial H} \right) \Big|_T = \left( \frac{\partial(\mathfrak{S}V)}{\partial T} \right) \Big|_H \quad (18)$$

A partir de las ecuaciones (10), (11), (15) y (18) se encuentra que

$$dH = C_H dT + T \left( \frac{\partial(\mathfrak{S}V)}{\partial T} \right) \Big|_H dH - \mathfrak{S}VdH \quad (19)$$

Por esto, la primera ley de la termodinámica se puede expresar así

$$\delta Q = C_H dT + T \left( \frac{\partial(\mathfrak{S}V)}{\partial T} \right) \Big|_H dH \quad (20)$$

La polarización magnética está relacionada con la magnetización por medio de la permeabilidad en el vacío  $\mu_o$ , así

$$\mathfrak{S} = \mu_o M \quad (21)$$

donde  $M$  es la magnetización.

Además, para el caso de los materiales paramagnéticos se cumple una relación lineal entre la magnetización y la intensidad del campo magnético

$$M = \chi_m H \quad (22)$$

donde  $\chi_m$  es la susceptibilidad magnética.

A partir de las ecuaciones (21) y (22), la ecuación (20) se transforma en

$$\delta Q = C_H dT + \mu_o T \left( \frac{\partial(\chi_m V)}{\partial T} \right) \Big|_H H dH \quad (23)$$

Una ecuación para expresar la dependencia de la susceptibilidad magnética con respecto a la temperatura, es la ley de Curie-Weiss, la cual es válida para materiales paramagnéticos y ferromagnéticos en ciertos intervalos de temperatura [19].

$$\chi_m = \frac{C}{T - \theta} \quad (24)$$

donde  $\theta$  es llamado el punto de Curie paramagnético.

Con la expresión (24), la ecuación (23) se transforma en

$$\delta Q = C_H dT - \mu_o \frac{CT}{(T - \theta)^2} V H dH + \mu_o \frac{CT}{T - \theta} \beta V H dH \quad (25)$$

donde  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica a presión constante.

Para los materiales sólidos  $\beta$  es muy pequeño, así que el último término de la ecuación (25) se puede despreciar.

Aplicando las ecuaciones (20) y (25) para describir cada etapa el ciclo, se obtiene:

Proceso 1→2

El proceso 1→2 es isotérmico, así que

$$dT = 0$$

y de la expresión (20), se deduce que

$$Q = \int_{H_1}^{H_2} T \left( \frac{\partial(\mathcal{S}V)}{\partial T} \right) \Big|_H dH \quad (26)$$

Para materiales paramagnéticos, que cumplen con la ley de Curie-Weiss, la ecuación se puede escribir así

$$Q = \frac{1}{2} \mu_o \frac{CTV}{(T-\theta)^2} (H_1^2 - H_2^2) \quad (27)$$

Proceso 2→3

El proceso 2→3 es adiabático, por tanto

$$\delta Q = 0$$

y de la ecuación (20), se obtiene que

$$\ln \left( \frac{T_3}{T_2} \right) = - \frac{1}{C_H} \int_{H_2}^{H_3} \left( \frac{\partial(\mathcal{S}V)}{\partial T} \right) \Big|_H dH \quad (28)$$

Para materiales paramagnéticos, que cumplen la ley de Curie-Weiss, la ecuación se transforma en

$$\left( \frac{T^2}{2} - 2\theta T + \theta^2 \ln T \right) \Big|_{T_2}^{T_3} = \frac{\mu_o CV}{2C_H} (H_3^2 - H_2^2) \quad (29)$$

Proceso 3→4

El proceso 3→4 es isotérmico, así que

$$dT = 0$$

y a partir de la ecuación (20), se tiene que

$$Q = \int_{H_3}^{H_4} T \left( \frac{\partial(\mathcal{S}V)}{\partial T} \right) \Big|_H dH \quad (30)$$

Para materiales paramagnéticos, que cumplen la ley de Curie-Weiss, la ecuación se reduce a

$$Q = \frac{1}{2} \mu_o \frac{CTV}{(T-\theta)^2} H_3^2 \quad (31)$$

Proceso 4→1

El proceso es 4→1 es adiabático, por tanto

$$\delta Q = 0$$

y de la expresión (20), se obtiene que

$$\ln \left( \frac{T_1}{T_4} \right) = - \frac{1}{C_H} \int_{H_4}^{H_1} \left( \frac{\partial(\mathcal{S}V)}{\partial T} \right) \Big|_H dH \quad (32)$$

Para materiales paramagnéticos, que cumplen la ley de Curie-Weiss, la ecuación se reduce a

$$\left( \frac{T^2}{2} - 2\theta T + \theta^2 \ln T \right) \Big|_{T_4}^{T_1} = - \frac{\mu_o CV}{2C_H} H_1^2 \quad (33)$$

A partir de las ecuaciones (26) a (33), se nota que el proceso termodinámico se puede describir completamente, determinando la capacidad calorífica a intensidad de campo magnético constante y la dependencia de la polarización magnética (o de la susceptibilidad magnética) con respecto a la temperatura.

En la tabla 1 se presentan los resultados obtenidos al calcular el calor máximo absorbido por el gadolinio (Gd) cuando se suspende la aplicación de un campo magnético de 5 T en el material. Las constantes  $C$  y  $\theta$  del material se obtuvieron en [3].

**Tabla 1** Valores obtenidos en el cálculo del calor en Gd

Variable	Valor
C (K)	3,76E-01
$\theta$ (K)	302
T (K)	305
$X_m$	0,1253
$\mu_o$ (H/m)	1,26E-06
$\mu_o$ (H/m)	1,41401E-06
B (T)	5
H (A/m)	3,54E+06
V (m <sup>3</sup> )	0,001
Q (kJ)	100,05

### Aplicación de la segunda ley de la termodinámica

Para un sistema cerrado, sometido a un proceso reversible, se cumple que

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} \quad (34)$$

Para un material paramagnético, que cumple la ley de Curie-Weiss, se puede emplear la ecuación (25) para encontrar una expresión para el cambio de entropía. Si se asume que el proceso es isotérmico, se puede deducir la siguiente ecuación

$$\Delta S = -\frac{1}{2} \mu_o \frac{CV}{(T-\theta)^2} H^2 \quad (35)$$

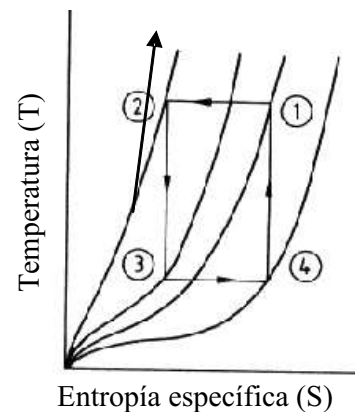
la cual permite calcular el cambio de entropía que experimenta un material magnético cuando se somete a un campo magnético de intensidad H a una temperatura constante T.

Para los materiales en los cuales se cumple la ley de Curie, es  $\theta$  cero.

En la ecuación (35) se nota que el cambio de entropía depende proporcionalmente de la mag-

nitud del campo magnético aplicado al cuadrado y por tanto, el efecto magnetocalórico es más pronunciado a medida que el campo aplicado es mayor. Así mismo, se nota que a medida que aumenta la temperatura, el cambio de entropía es menor y el efecto es menos evidente.

En la figura 2 [4] se presenta un diagrama de temperatura contra entropía específica para un ciclo de refrigeración magnética.



**Figura 2** Diagrama de temperatura contra entropía específica en un ciclo de refrigeración magnética

La gráfica presenta varias líneas paramétricas para diferentes valores de densidad de flujo magnético B. La densidad de flujo magnético se relaciona con la intensidad de campo magnético H según la expresión

$$B = \mu_o ( H + M ) \quad (36)$$

y para medios lineales e isotrópicos,

$$B = \mu_o ( 1 + \chi_m ) \quad (37)$$

Coefficiente de operación del ciclo de refrigeración

La energía absorbida como calor desde la región de baja temperatura en el caso ideal es:

$$Q_L = mT_3 (s_4 - s_3) \quad (38)$$

Donde  $s$  es la entropía específica y  $m$  es la masa del material magnético.

El calor liberado a la fuente de alta temperatura está dado idealmente por la expresión

$$Q_H = mT_1(s_2 - s_1) = -mT_1(s_4 - s_3) \quad (39)$$

El trabajo magnético neto realizado en el material magnético es igual al flujo neto de calor para un ciclo

$$W_{neto} = m(T_1 - T_3)(s_4 - s_3) \quad (40)$$

De las ecuaciones (38) a (40) se puede demostrar que el coeficiente de operación COP de un refrigerador magnético es el mismo que el de un ciclo de Carnot.

$$COP = \frac{Q_L}{W_{neto}} = \frac{T_3}{T_1 - T_3} = \frac{1}{T_H/T_L - 1} \quad (41)$$

Los refrigeradores magnéticos normalmente operan con una eficiencia entre el 50 y el 90% de la eficiencia de Carnot.

## Conclusión

A partir de la primera y segunda leyes de la termodinámica se han obtenido expresiones que permiten describir el ciclo de refrigeración magnética. Para calcular las diferencias de temperatura, la magnitud del calor y el trabajo involucrados en el ciclo, se requiere determinar experimentalmente, la dependencia de la susceptibilidad magnética con respecto a la temperatura y la capacidad calorífica a intensidad de campo magnético constante. Las expresiones obtenidas permiten evaluar la posibilidad de emplear un material magnético en un ciclo de refrigeración.

Nomenclatura

$B$ : Densidad de flujo magnético [T (o Wb/m<sup>2</sup>)]

$C$ : Constante [K]

$C_H$ : Capacidad calorífica a intensidad de campo magnético constante [J/K]

$E_c$ : Energía cinética [J]

$E_p$ : Energía potencial [J]

$G$ : Energía de Gibbs [J]

$H$ : Entalpía [J]

$H$ : Intensidad de campo magnético [A/m]

$L_i$ : Coeficiente de trabajo

$l_i$ : Coordenada de trabajo

$M$ : Magnetización [A/m]

$Q$ : Calor [J]

$S$ : Entropía [J/K]

$s$ : Entropía específica [J/kg K]

$T$ : Temperatura absoluta [K]

$U$ : Energía interna [J]

$W$ : Trabajo [J]

Símbolos griegos

$\chi_m$ : Susceptibilidad magnética [1]

$\mu$ : Permeabilidad magnética [H/m]

$\mu_o$ : Permeabilidad magnética en el vacío [H/m]

$\theta$ : Punto de Curie paramagnética [K]

## Referencias

1. Velásquez, Juan E. *et al.* "Producción de frío a partir de campos magnéticos. Parte I: Conceptos Básicos". En: *Revista Facultad de Ingeniería*. No. 29. 2003.
2. Karsjen, Steve. "Magnetic Refrigeration Makes a Cool Debut". En: *Advanced Materials & Processes*. Vol. 152. Jul., 1997.
3. Wu, Corina. "Magnetic Materials Keep Fridges Cool". En: *News*. Vol. 153. No. 123. Mar, 1998.
4. Asimov, Isaac. *Cronología de los Descubrimientos*. Barcelona. Ariel. 1997. p. 600, 635.
5. *American Institute of Physics Handbook*. New York. McGraw-Hill. 1957.