

Hidrodinámica en tanques agitados con turbinas de disco con paletas planas

D. García-Cortés, U. Jáuregui-Haza*

Departamento de Desarrollo Tecnológico. Centro de Química Farmacéutica (CQF). 200 y 21 Atabey, PB 16042, 11600 Habana, Cuba.

(Recibido el 24 de febrero de 2005. Aceptado el 15 de mayo de 2006)

Resumen

Las turbinas de disco con paletas planas son los impelentes de flujo radial más ampliamente utilizados en la industria por constituir el impelente que forma parte de la configuración geométrica estándar para obtener este patrón de flujo en los tanques agitados. El estudio detallado de la hidrodinámica en este sistema de agitación es fundamental para continuar obteniendo conocimientos básicos imprescindibles para la síntesis y la modelación matemática de diferentes procesos complejos que se llevan a cabo en los tanques agitados, por ejemplo, la cristalización esférica. El propósito de este artículo es hacer una revisión de la información publicada sobre la hidrodinámica y la modelación matemática de la dinámica de fluidos en los tanques agitados con turbinas de disco con paletas planas y señalar los avances logrados en cada uno de los aspectos abordados y aquellos en los cuales es necesario seguir investigando.

----- *Palabras clave:* hidrodinámica, turbinas de disco, tanques agitados, modelación matemática.

Hydrodynamics in stirred vessels with flat-bladed disk-style turbine

Abstract

The flat-bladed disk-style turbines are the radial flow impellers more widely used in industry because they can be implemented to obtain this flow pattern in the in the standard geometric configuration of stirred tanks. The detailed study of the hydrodynamics in this agitation system is very important in order to obtain the basic knowledge required both for the operation and mathematical modelling of different complex processes carried out in the stirred tanks, such as the spherical crystallization. The aim of this paper is to review the

* Autor de correspondencia. Teléfono: +5+37+ 271 50 79, fax: +5+37+ 273 64 71, correo electrónico: danielayax.garcia@cqf.sld.cu (D. García C.).

published information on hydrodynamics and mathematical modelling of the fluid dynamics in stirred tanks by flat-bladed disk-style turbines, pointing out the advances as well as the topics that need further research.

----- *Key words:* hydrodynamics, disk style turbines, stirred tanks, mathematical modelling.

Introducción

La agitación es una operación utilizada para acelerar los procesos de transferencia de calor y de masa. Mediante esta operación se consigue la introducción de energía en el volumen del fluido, o sea, que la energía cinética que posee el impelente se transfiere al fluido provocando su movimiento. Los impelentes utilizados con este objetivo pueden ser clasificados por el flujo que inducen en el tanque agitado como impelentes de flujo axial y de flujo radial. Entre los impelentes de flujo radial el más utilizado industrialmente es la turbina de disco con paletas planas, por lo cual, a pesar de haber sido ampliamente estudiado, continúa siendo objeto de investigación.

Los tanques agitados, por su parte, han sido utilizados históricamente en la industria alimenticia, la química y la biotecnológica, constituyendo el tipo de reactor utilizado por excelencia. Este hecho constituye la causa fundamental de que en la actualidad se continúen las investigaciones básicas sobre la hidrodinámica en este tipo de reactor.

En este trabajo se abordan una serie de conceptos básicos sobre la hidrodinámica y la modelación matemática de la dinámica de fluidos en los tanques agitados con turbinas de disco con paletas planas, necesarios para profundizar en el análisis de los fenómenos que tienen lugar en ellos. Además se señalan los avances logrados en cada uno de los aspectos abordados y aquellos en los cuales es necesario seguir investigando.

Reactores tipo tanque agitado

La hidrodinámica de los fluidos y la configuración geométrica de los reactores son claves para entender los fenómenos de mezclado. La configuración geométrica es tan importante que los procesos pueden ser considerados de geometría específica. Por ejemplo, la suspensión de sólidos depende mucho más de la forma del fondo del tanque; la dispersión gas-líquido y líquido-líquido depende de la geometría del impelente, y el mezclado depende del tamaño relativo entre el tanque y el impelente [1].

Los tanques de mezclado y los impelentes han sido producidos históricamente de varios tipos y tamaños [2]. Sin embargo, en el período comprendido desde finales de los años 40 hasta principios de los 60 se definió una configuración geométrica estándar para los equipos de agitación en sistemas monofásicos turbulentos con dos impelentes diferentes: el impelente de cuatro paletas inclinadas para los sistemas de flujo axial y la turbina de disco con seis paletas planas para los sistemas de agitación de flujo radial (figura 1). Esta configuración se desarrolló a partir de los estudios de consumo de potencia desarrollados por Rushton y colaboradores [1], y debe ser considerada como una configuración geométrica de referencia para comenzar cualquier estudio de agitación o mezclado en flujos turbulentos [1]. No obstante, la mejor configuración geométrica depende del proceso a llevar a cabo, o sea, que la configuración geométrica estándar no es óptima para todos los tipos de procesos que puedan realizarse en un tanque agitado [3, 4]. En muchos aspectos la estandarización de una configuración geométrica ha limitado las investigaciones en este campo, teniendo en cuenta que ha sido asumida esta configuración de los equipos de agitación y mezclado como una configuración geométrica óptima [1, 5].

El flujo generado por una turbina de disco en una vasija con deflectores ha sido ampliamente estudiado. Ranade y Joshi [6] realizaron una revisión bibliográfica sobre este tema y detectaron que, hasta finales de los años 80, el mayor énfasis realizado por los investigadores estuvo en las mediciones del flujo en la corriente de descarga del impelente, mientras que los estudios sobre las características del flujo en las restantes partes de la vasija eran muy escasos. En los últimos 15 años se continuaron estos estudios abarcando todo el volumen de la vasija [7-11], extendiendo las mediciones a las tres dimensiones [12-14] y utilizando fluidos viscosos [15, 16]. Se puso énfasis en el análisis de las características de la turbulencia del flujo generado por la turbina [4, 17-21] y de la distribución de la velocidad de disipación de la energía cinética turbulenta [3, 22, 23]. También se le ha prestado atención a la

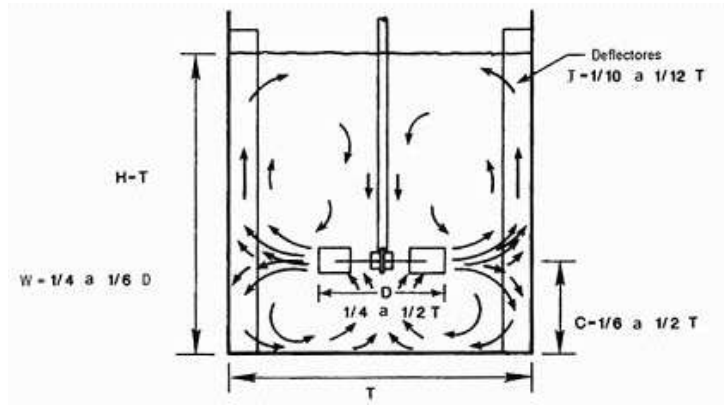


Figura 1 Configuración geométrica estándar para sistemas monofásicos en régimen turbulento con el impelente de flujo radial

caracterización de la inestabilidad del macro-mezclado [24-28]. El estudio de este fenómeno es importante para el análisis preciso del campo de velocidades y de turbulencia, para la medición del tiempo de mezclado y de la distribución de sólidos, y para mejorar la comprensión del meso-mezclado [24].

Por otra parte, en la industria se utilizan frecuentemente los tanques agitados provistos de más de un impelente para garantizar una mejor distribución de la potencia introducida en el volumen del líquido. En el caso de la industria biotecnológica, los tanques agitados estándares con un solo impelente son criticados por la desigual distribución del cizallamiento en su interior, lo cual es peligroso para algunos microorganismos [29]. Si comparamos un tanque agitado con múltiples impelentes con otro con un solo impelente en los cuales se disipa la misma cantidad de energía, la velocidad de rotación del impelente será inferior en el caso de un sistema con múltiples impelentes, dando como resultado valores inferiores del cizallamiento máximo. De esta forma, los sistemas con múltiples impelentes son preferidos en aquellos sistemas de agitación donde la sensibilidad hacia el cizallamiento sea un criterio importante para el diseño. Los tipos de impelentes utilizados en el caso de los sistemas con múltiples impelentes se han restringido, fundamentalmente al uso de las turbinas Rushton,

las turbinas de paletas inclinadas con flujo hacia abajo o hacia arriba y varias combinaciones de estos impelentes [2].

Patrones de flujo en el volumen del tanque agitado

En la década pasada se realizaron varios estudios de los patrones de flujo en tanques agitados por medio de las mediciones realizadas con el velocímetro láser de efecto *Doppler* (LDV, del inglés *Laser Doppler Velocimeter*) en sistemas con un solo impelente [10, 16, 30-32] y con doble impelente [33-36]. Recientemente Galleti y colaboradores estudiaron la transición del patrón de flujo de un doble lazo (figura 1) a un solo lazo, pasando por un estado transitorio, en dependencia de la claridad de la turbina con respecto al fondo de la vasija (C), en el sistema con un solo impelente. En el estado transitorio, el flujo varía entre los dos patrones de flujo de una forma periódica, con una frecuencia relacionada de forma lineal con la velocidad de rotación del impelente [37].

Las características hidrodinámicas de los sistemas de agitación con doble turbina Rushton donde la altura del líquido es igual al diámetro del tanque ($H = T$) fueron estudiadas por Rutherford y colaboradores [35] con ayuda del LDV en una configuración estándar del tanque. Los autores detectaron cuatro patrones de flujo inestables y

tres patrones de flujo estables nombrados patrón de flujos paralelos, mezclados y divergentes (figura 2). El patrón de flujos paralelos se mantiene estable cuando la claridad es mayor que 0,2 T y la claridad entre los impelentes (IC) mayor

que 0,385 T ; para mantener el patrón de flujos mezclados C tiene que ser mayor que 0,17 T e IC menor que 0,385 T ; y, por último, para mantener el patrón de flujos divergentes C tiene que ser menor que 0,15 T e IC mayor que 0,385 T .

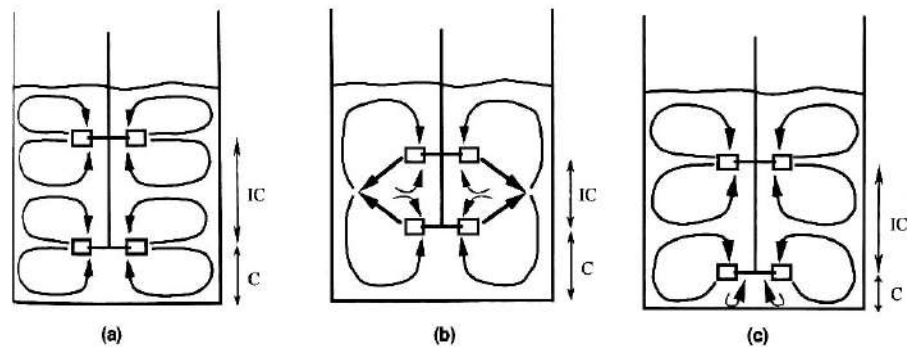


Figura 2 Patrones de flujo en el sistema de agitación con dos turbinas de disco. a) Patrón de flujos paralelos; b) patrón de flujos mezclados; c) patrón de flujos divergentes

Estos autores también constataron que con el patrón de flujos mezclados se obtiene un tiempo de mezclado un 20% menor que con los otros patrones de flujo, por lo que recomendaron este patrón de flujo para operaciones de mezclado [35]. Además, demostraron que la estructura de los torbellinos producidos por las turbinas Rushton disminuye significativamente en la región que se encuentra alrededor del centro de la vasija, entre los dos impelentes, hasta un diámetro de 1,2 diámetros del impelente (D). A partir de las mediciones de las tres componentes de la velocidad turbulenta con el LDV, establecieron que la turbulencia en esta región es mayormente anisotrópica, mientras que en el flujo del volumen de la vasija, la turbulencia podría ser considerada mayormente isotrópica.

Consumo de potencia en tanques agitados

El consumo de potencia de un fluido durante el proceso de agitación no es más que la disipación de la energía mecánica proveniente del impelente en el fluido por medio de la fricción entre las capas del fluido [1]. En el estado estacionario del

proceso de agitación, la potencia suministrada por el impelente es igual a la potencia consumida por el fluido.

El consumo de potencia de un impelente en un tanque agitado con un líquido newtoniano se puede predecir con bastante exactitud a partir del número de potencia [38]. Este número adimensional forma parte de las correlaciones que describen la hidrodinámica de un sistema de agitación, las cuales, de forma general, se expresan con la siguiente correlación [39]:

$$N_p = f(Fr, Re, \text{“relaciones geométricas simples”}) \tag{1}$$

N_p : Número de potencia.

Fr : Número de Fraude.

Re : Número de Reynolds.

En esta correlación la influencia de la fuerza gravitatoria sobre la hidrodinámica del sistema puede ser despreciada si el sistema tiene suficientes deflectores. Hay que señalar que los factores geométricos que componen la ecuación pueden ser divididas en dos grupos: el primero,

representado por las relaciones geométricas simples que describen los cambios geométricos del impelente, y el segundo, integrado por los que caracterizan los cambios en la geometría del resto del sistema de agitación. Los factores geométricos que componen el segundo grupo tienen una influencia indirecta sobre las variaciones en el consumo de potencia y su efecto se expresa, fundamentalmente, en la caída de presión del líquido que recircula en la vasija [40].

En estudios realizados sobre la dependencia del N_p con respecto al Re ha sido reportado que en el régimen turbulento, para valores de $Re > 2 \times 10^4$, el N_p se mantiene constante y que su valor depende del tipo de sistema de agitación [39]. Sin embargo, Bujalski y colaboradores demostraron experimentalmente que en el caso específico de la turbina de disco con paletas planas el N_p , a partir del valor antes señalado, se incrementa con el aumento del Re y en el intervalo de valores entre $2 \times 10^4 \leq Re \leq 2 Re_{SA}$ (Re_{SA} : número de Reynolds al cual comienza la aireación superficial), alcanza un máximo, aunque este incremento nunca es mayor que el 10% de ese valor máximo alcanzado por el N_p [41].

Hasta la fecha en la bibliografía podemos encontrar varios estudios que reportan la influencia de diferentes factores geométricos sobre el consumo de potencia en tanques agitados con turbinas Rushton. Aunque todos los resultados no siempre son coincidentes, sí es posible evaluar cualitativamente la influencia de cada uno de estos factores sobre el N_p , por ejemplo: Bates y colaboradores estudiaron el efecto de la claridad entre el impelente y el fondo de la vasija sobre N_p y concluyeron que el N_p decrece cuando la claridad se reduce en el intervalo entre 0,17-1,1 C/D [42]. Ellos además señalaron que un incremento de esta claridad mayor que 1,1 C/D no causa ninguna variación del N_p . Sin embargo, Oldshue corroboró que con la turbina Rushton se obtiene un máximo de N_p cuando el impelente es localizado con una claridad de 3D [43]. Él también apuntó que el consumo de potencia alcanza un máximo cuando el nivel del líquido

por encima del impelente (CV) alcanza el valor de 2D. A partir de este último planteamiento podemos llegar a la conclusión que el uso de la altura del líquido adimensional (H/D) en las correlaciones para estimar el número de potencia es menos representativo que el uso de CV/D ya que la magnitud que tiene influencia sobre el N_p es la posición relativa del impelente con respecto al fondo de la vasija y la superficie del líquido, de esta forma, una misma altura de líquido, a una C/D del impelente puede tener influencia sobre el N_p y a otro C/D no, en dependencia del valor de CV/D.

Nienow y Miles estudiaron la influencia de T/D sobre N_p obteniendo que N_p toma valores inferiores a medida que aumenta la relación T/D, o sea que disminuye el diámetro del impelente [44], y que esto era particularmente notable cuando el grosor del disco de la turbina era mayor con relación al ancho de la paleta del impelente. Por otro lado, Bujalski y colaboradores, cuando estudiaron la influencia de la variación del grosor del disco de la turbina y de la disminución del diámetro del impelente en un mismo reactor, llegaron a la conclusión que N_p puede considerarse constante en el intervalo de variación de $1,4 \leq T/D \leq 4$ [41]. Sin embargo, en otro estudio Rutherford y colaboradores obtuvieron que un aumento de T/D de 2,5 a 3 provocaba una disminución del N_p del 2,5% en todo el intervalo de Re estudiado [8]. Teniendo en cuenta estos últimos estudios podemos llegar a la conclusión que aunque la disminución de los valores del N_p observados por Nienow y Miles al aumentar la relación T/D fue provocada fundamentalmente por el incremento relativo de la relación geométrica grosor del disco/diámetro del impelente ($X1/D$), sí existe una pequeña influencia de la reducción del diámetro del impelente sobre la disminución del consumo de potencia.

La influencia sobre el N_p de la utilización de deflectores de menor longitud que la altura del líquido en la vasija ha sido estudiada por Karcz y Major [45]. En ese trabajo ellos propusieron dos correlaciones para estimar la disminución del N_p en función de la disminución de la altura

de los deflectores con relación a la altura del líquido. Por otro lado, la influencia del tamaño del tanque sobre el N_p fue estudiada tanto por Strek y colaboradores [46] como por Bujalski y colaboradores [41]. Estos investigadores determinaron que al aumentar la escala entre dos tanques agitados con similitud geométrica, el N_p aumenta ligeramente, y propusieron correlaciones que tienen en cuenta esta influencia. Sin embargo, tanto las relaciones geométricas X/D y T/T_0 (diámetro adimensional del tanque, donde T_0 es un diámetro

de referencia igual a 1 m) como el largo de los deflectores son parámetros que hasta el momento no han sido considerados en las correlaciones generales que tienen en cuenta la influencia de los factores geométricos simples para estimar el N_p como se puede observar a continuación.

Entre las pocas correlaciones generales que tienen en cuenta la influencia de los factores geométricos para estimar el número de potencia se encuentra la propuesta por Rushton y colaboradores [47]:

$$N_p = 6,3 \left(4L/D\right)^{1,5} \left(\frac{10}{3} J/D\right)^{0,3} \left(n_L/6\right)^{0,8} \left(n_B/4\right)^{0,4} \quad (2)$$

Esta correlación es válida en los intervalos de las variables que se muestran debajo:

$$L/W = 1,25; 0,18 \leq L/D \leq 3; 2 \leq T/D \leq 7; 0,7 \leq C/D \leq 1,6; C/T = 0,333$$

$$3 \leq n_L \leq 6; 2 \leq H/D \leq 4; 2 \leq n_B \leq 4; 0,1 \leq J/D \leq 0,5; 0,22 \leq T \leq 2,44$$

L: largo de las paletas del impelente.

W: ancho de las paletas del impelente.

J: ancho de los deflectores.

T: diámetro de la vasija.

n_L : número de paletas en la turbina.

n_B : número de deflectores en la vasija.

La propuesta por Calderbank y Moo-Young[48] solamente considera las dimensiones del impelente:

$$N_p = 160WL(D-L)/D^3 \quad (3)$$

con el siguiente intervalo de validez para los factores geométricos:

$$0,57 \leq L/W \leq 1,33; 2 \leq D/W \leq 6; 1,5 \leq T/D \leq 3; 0,6 \leq C/D \leq 1,6; 2 \leq n_L \leq 8$$

$$0,67 \leq H/T \leq 1,33; n_B = 4; J/T = 0,1; 0,003 \leq V_L \leq 9 \text{ m}^3$$

V_L : volumen del líquido en el reactor.

Finalmente, la correlación propuesta por Roman y colaboradores [49] válida para sistemas de agitación con doble impelente:

$$N_p = 6 \left(T/D\right)^{1,3} \left(H/T\right)^{0,3} \left(L/D\right)^{0,37} \left(W/D\right)^{0,35} \left(J/T\right)^{0,15} \left(IC/T\right)^{-0,262} \left(3C/T\right)^{1,31} \left(n_L/6\right)^{0,71} \left(n_B/4\right)^{-1,05} \quad (4)$$

La cual permite estimar el N_p en sistemas cuyos factores geométricos varían dentro de los intervalos:

$$2 \leq T/D \leq 3; 1 \leq H/T \leq 3; 0,2 \leq L/D \leq 0,4; 0,1 \leq W/D \leq 0,4; 0,1 \leq J/T \leq 0,15$$

$$0,6 \leq IC/T \leq 0,9; 0,2 \leq C/T \leq 0,5; 1 \leq n_L \leq 4; 0,25 \leq n_B/4 \leq 1; (IC/T = 1 \text{ if } IC = 0)$$

Otros parámetros que caracterizan la hidrodinámica en tanques agitados

La hidrodinámica en un tanque agitado puede ser caracterizada con los siguientes parámetros: la capacidad de bombeo, el flujo de circulación, el tiempo de renovación, el tiempo de circulación, el índice de agitación, el índice de turbulencia, el índice de bombeo y la eficiencia energética.

La capacidad de bombeo de un impelente (Q_p) se corresponde con el caudal de líquido que sale del volumen de revolución del impelente. No obstante, debido a la imposibilidad de medir los perfiles de velocidad en el perímetro exacto del volumen de revolución del impelente, se utiliza un volu-

men de revolución de un diámetro equivalente a $D + 2s$, donde s es la distancia adicional al radio del impelente necesaria para poder hacer las mediciones con el LDV. De esta forma, la fórmula general para calcular la capacidad de bombeo tiene en cuenta tanto el flujo radial como el axial [50]:

$$Q_p = \pi(D + 2s) \int_{z_1^+}^{z_2^+} V_r(z)_{(r=D/2+s)} dz + 2\pi \int_{r_1^-}^{r_2^-} V_z(r)_{(z=z_1)} r dr + 2\pi \int_{r_1^+}^{r_2^+} V_z(r)_{(z=z_2)} r dr \quad (5)$$

V_r : velocidad promedio radial.

V_z : velocidad promedio axial.

r : coordenada radial.

z : coordenada axial.

z^+ : coordenadas axiales en las cuales el valor de la velocidad radial es positivo.

r^- : coordenadas radiales en las cuales el valor de la velocidad axial es negativo

r^+ : coordenadas radiales en las cuales el valor de la velocidad axial es positivo.

Donde la primera integral representa el flujo de descarga en el plano radial del impelente, la segunda integral el flujo de descarga en el plano inferior del impelente y la tercera integral el flujo de descarga por el plano superior.

El flujo de circulación (Q_c) es el caudal de fluido arrastrado por los lazos de circulación generados por el impelente. En el caso de un agitador radial que induce dos lazos de circulación, el caudal de circulación global es la suma de los dos caudales de circulación respectivos [51].

$$Q_{cu} = \int_{r_a}^{r_{ou}} 2\pi r V_z(r) dr \quad (6)$$

$$Q_{cl} = \int_{r_a}^{r_{ol}} 2\pi r V_z(r) dr \quad (7)$$

$$Q_c = Q_{cu} + Q_{cl} \quad (8)$$

Q_{cu} : flujo de circulación superior.

Q_{cl} : flujo de circulación inferior.

r_a : radio del eje del agitador.

r_{ou} : radio del centro de circulación superior.

r_{ol} : radio del centro de circulación inferior.

Los principales parámetros que pueden afectar la capacidad de bombeo y el flujo de circulación son la velocidad de agitación, el diámetro del impelente, el diámetro del tanque y la presencia de deflectores [1]. Con el fin de comparar el desempeño de diferentes agitadores y de establecer reglas de extrapolación, se han determinado números característicos a partir del análisis dimensional [51]:

$$N_{Q_p} = \frac{Q_p}{ND^3} \quad (9)$$

$$N_{Q_c} = \frac{Q_c}{ND^3} \quad (10)$$

N_{Q_p} : número de descarga de flujo.

N_{Q_c} : número de circulación de flujo.

N : velocidad de agitación.

Por otra parte, el tiempo de renovación (t_R) es el tiempo que demora todo el contenido de la vasija en pasar por el impelente, mientras que el tiempo de circulación (t_c) es el tiempo que demora todo el volumen de líquido del reactor (V_L) en

recorrer la trayectoria de los lazos de circulación correspondientes al patrón de flujo del impelente. Los valores adimensionales de los tiempos antes mencionados (t_R^* y t_c^*) se obtienen multiplicándolos por la velocidad de agitación [51]:

$$t_R = \frac{V_L}{Q_p} \quad (11)$$

$$t_R^* = Nt_R \quad (12)$$

$$t_c = \frac{V_L}{Q_c} \quad (13)$$

$$t_c^* = Nt_c \quad (14)$$

Mavros y Baudou [12] definieron el índice de agitación como la suma de las velocidades ponderadas por fracciones del volumen del fluido. Ellos postularon que cada una de las velocidades bidimensionales medias locales (U_{ij}) calculada (ec. 15) para cada punto del enrejado de medición, se corresponde a un volumen de líquido (V_{Lij}) el cual está relacionado con las dimensiones de la vasija y las coordenadas del punto de medición. Los volúmenes correspondientes a todo el enrejado de medición son sumados de forma tal que se obtiene una velocidad promedio ponderada al volumen \hat{U} :

$$U_{ij} = \left(\sum_k V_{ij,k}^2 \right)^{1/2}, \quad k = r, z \quad (15)$$

V_{ij} : velocidades promedio en un punto del enrejado de medición.

$$\hat{U} = \frac{\sum_i \sum_j V_{Lij} U_{ij}}{\sum_i \sum_j V_{Lij}} \quad (16)$$

En esta última ecuación el denominador corresponde al volumen de la vasija menos el volumen de revolución de los impelentes. Dividiendo esta

velocidad promedio del volumen de líquido por la velocidad de la punta del impelente U_{tip} se obtiene el antes mencionado índice de agitación (I_g), que representa una medida global de la velocidad media expresada como un porcentaje de la velocidad de la punta del impelente:

$$I_g = \frac{\hat{U}}{U_{tip}} 100 [\%] \quad (17)$$

Estos autores explicaron que era posible encontrar sistemas con igual índice de agitación y diferente distribución velocidad-volumen de líquido [12]. En tales casos, el agitador óptimo sería aquel cuya mayor fracción del volumen de líquido estuviese desplazado hacia los valores de las altas velocidades. Este índice caracteriza el flujo convectivo global dentro de la vasija y puede ser usado para seleccionar el tipo de impelentes, la posición e inclusive el número de impelentes para obtener una agitación óptima en la vasija.

Recientemente, García-Cortés [36] propuso un nuevo índice, el índice de turbulencia, con el objetivo de poder cuantificar el nivel global de turbulencia en un sistema de agitación a través de un parámetro. Para ello se calculan las velocidades fluctuantes medias bidimensionales (U^*) para cada punto (i, j) del enrejado de medición:

$$U^*_{ij} = \left(\sum_k V'^2_{ij,k} \right)^{1/2}, \quad k = r, z \quad (18)$$

V'_{ij} : velocidad fluctuante media en un punto del enrejado de medición.

La velocidad fluctuante promedio ponderada para todo el volumen del reactor \hat{U}^* :

$$\hat{U}^* = \frac{\sum_i \sum_j V_{Lij} U^*_{ij}}{\sum_i \sum_j V_{Lij}} \quad (19)$$

Y por último, el índice de turbulencia (I_t), que no es más que el porcentaje que representa la velocidad fluctuante promedio ponderada para

todo el volumen del reactor, de la velocidad de la punta del impelente.

$$I_t = \frac{\hat{U}^*}{U_{tip}} 100 [\%] \quad (20)$$

Este índice nos da una medida global de la intensidad de la turbulencia en todo el volumen del reactor, a diferencia del parámetro intensidad de turbulencia utilizado en la actualidad, que es un parámetro local que da una medida relativa de las fluctuaciones de la velocidad local.

El índice de bombeo (η_p), por su parte, sirve para valorar la cantidad de flujo convectivo producido por unidad de potencia consumida, mientras que la eficiencia energética del sistema de impelentes (E_p), propuesta por Medek y Fort [52], expresa la demanda de potencia de un sistema de agitación para garantizar un caudal de bombeo dado.

$$\eta_p = \frac{N_{Q_p}}{N_p} 100 \quad (21)$$

$$E_p = \frac{N_{Q_p}^3}{N_p} \quad (22)$$

Modelación de la hidrodinámica en reactores tipo tanque agitado

Hasta el presente se conocen tres grupos de modelos para la descripción de la hidrodinámica en tanques agitados. El primer tipo es una combinación de reactores ideales; el segundo está basado en una red de zonas con intercambio entre las celdas y el tercero se basa en la implementación de la dinámica de fluidos numérica (CFD, del inglés *Computational Fluid Dynamics*), la cual implica que las propiedades locales del flujo son calculadas numéricamente. Todas ellas dividen el reactor en unidades básicas (pero con diferentes escalas longitudinales) y usan diferentes modelos para predecir el ambiente físico.

Los modelos de compartimientos consisten en una adecuada combinación de tanques ideales basados

en un patrón de flujo macroscópico estacionario bidimensional [53-58]. Estos modelos han sido utilizados para simular el macromezclado en reactores industriales de varias configuraciones [54, 59], reportando buena concordancia con los resultados provenientes de experimentos con trazadores, fundamentalmente. Los resultados reportados por los autores anteriores demuestran lo poderoso que pueden ser estos modelos para tan baja demanda de potencia de cómputo. Este enfoque, sin embargo, está limitado por el hecho de que las unidades perfectamente mezcladas son grandes y de igual tamaño. Una mayor resolución espacial se puede obtener usando el enfoque de las red de zonas o el de la dinámica de fluidos numérica.

En el caso de la dinámica de fluidos numérica se calcula el flujo tridimensional dentro de los reactores agitados resolviendo las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de continuidad en cada una de las celdas en que se divide el volumen de reacción, mientras que las ecuaciones de transporte de masa y de calor son incluidas cuando son necesarias para la simulación. La descomposición de Reynolds se implementa sobre las ecuaciones no lineales y se cierra el sistema de ecuaciones con los modelos de turbulencia. Una revisión sobre los modelos de turbulencia más importantes lo podemos encontrar en la bibliografía [60, 61]. Como conclusión sobre el empleo del enfoque CFD podemos señalar que, teniendo en cuenta el nivel de desarrollo del conocimiento en la modelación de la hidrodinámica en tanques agitados, la modelación CFD es la que presenta mayores perspectivas, luego que sean superadas las dificultades que persisten con la exactitud de algunos submodelos.

Como alternativa a estos dos enfoques tenemos el modelo de red de zonas, el cual constituye una solución intermedia al ampliarse la resolución espacial con respecto a los modelos de compartimientos y, a la vez, mantener su simplicidad con respecto al enfoque CFD.

Modelo de la red de zonas aplicado a tanques agitados

El concepto de red de zonas fue primeramente propuesto por Patterson y Brodkey [62] para

reactores continuos y más tarde aplicado por Mann para la simulación de un seguidor de flujo [63] y del mezclado de trazadores inertes [64, 65] y reactivos en sistemas con una turbina Rushton y con múltiples turbinas Rushton [66]. Este modelo también ha sido utilizado para predecir la dispersión de gas [67, 68]; los gradientes radiales y axiales de concentración de suspensión de sólidos en vasijas con una turbina Rushton [69] y con múltiples turbinas Rushton [70], para analizar la interacción entre el flujo, la turbulencia y las reacciones químicas en sistemas de reacción sensibles a la calidad del mezclado [71-76] y para analizar el desempeño de biorreactores industriales [77-79]. Por otra parte, el enfoque inicial bidimensional con celdas toroidales de la red de zonas (figura 3) fue extendido años más tardes a las tres dimensiones [80-83] con lo que se ampliaron las posibilidades de simular la adición (asimétrica) de reaccionantes en cualquier punto dentro del reactor.

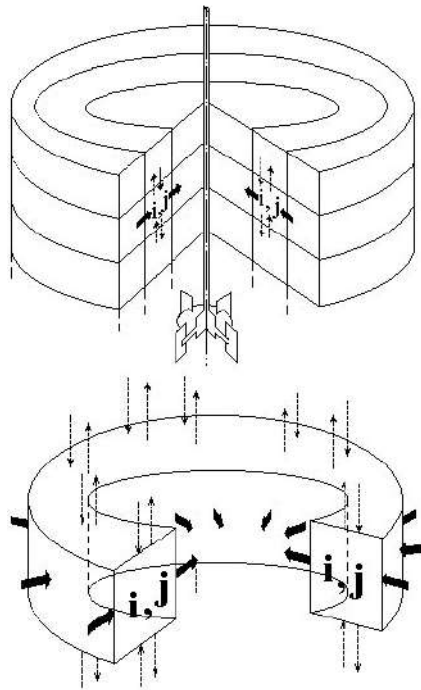


Figura 3 Esquema isométrico de una celda bidimensional en el modelo de la red de zonas. El flujo principal está señalado con la flecha gruesa y el flujo difusional con la flecha discontinua

El enfoque de la red de zonas consiste en dividir todo el volumen del reactor en celdas de pequeño volumen, perfectamente mezcladas, y conectar cada celda con su vecina por un flujo convectivo, de acuerdo a una estructura del patrón de flujo establecida, y un flujo difusional adicional [67]. Esto constituye en su forma más simple en un modelo de dos parámetros: el número de celdas y el coeficiente de intercambio turbulento (β). Este último coeficiente representa la razón entre el flujo de intercambio con las celdas adyacentes y el flujo principal a través de la zona. Mann y colaboradores [65] señalaron que al aumentar la turbulencia del sistema a modelar los flujos dentro del reactor se encuentran más mezclados y, por tanto, se puede reducir la cantidad de celdas y a la vez aumentar el valor del coeficiente de intercambio turbulento. Hay que señalar que en el modelo también se asume que el flujo principal en cada celda es unidireccional (axial o radial).

En la mayoría de los reportes sobre la implementación del modelo de la red de zonas en tanques agitados con impelentes de flujo radial se han utilizado redes de $2 \times (n_c \times n_c)$ celdas por impelente (n_c : número de celdas) [64, 71, 79]. En los casos en que el impelente ha estado desplazado del centro del reactor hasta un tercio de la altura del líquido, entonces se han conformado dos lazos, el inferior de $n_c \times n_c$ celdas y el superior de $n_c \times 2n_c$ celdas [73]. Por otro lado, los valores del parámetro n_c más usados son 10 [64, 79] y 20. Este último valor en los casos en que se ha deseado refinar el perfil de concentraciones [66, 72]. Hay que destacar que un aumento del n_c implica un incremento del número de ecuaciones a resolver, por lo que la mayoría de los autores se han limitado a tomar de la bibliografía el número de celdas mínimo con el cual se han reportado resultados satisfactorios.

En aras de simplificar el modelo de red de zonas, en la mayoría de los reportes de implementación del mismo se ha tomado un valor del coeficiente de intercambio turbulento constante para todo el reactor [64, 71, 78] o uno para el volumen del reactor β_{vol} y otro para la zona del flujo de descarga del impelente β_{imp} [73, 74]. En relación

con esto último tenemos una de las limitaciones de este modelo que consiste en la no existencia de un modelo físico para estimar dicho coeficiente [84], por lo que una vía disponible en estos momentos para superar esta dificultad es estimar este coeficiente para diferentes sistemas de agitación a partir de datos experimentales obtenidos a través de mediciones con el LDV [72, 84]. Se plantea en el desarrollo futuro de este modelo la utilización de los valores de β obtenidos mediante una solución detallada de las ecuaciones de Navier-Stokes teniendo en cuenta la posición espacial de cada celda, con vista a simular aquellos casos en que la combinación de las reacciones químicas con una mecánica de fluidos detallada sea prohibitiva desde el punto de vista del esfuerzo de cómputo [72].

En cuanto a la magnitud de los coeficientes de intercambio turbulento para sistemas de agitación con turbinas Rushton estándar, los valores más usados son 0,2 para el volumen del reactor [71, 78] y 10 para el flujo de descarga del impelente [73, 74].

Por otra parte, en la bibliografía se pueden encontrar diferentes variantes a la hora de asumir el flujo convectivo que recorre los diferentes lazos de la red, así como diferentes formas en la estructura de la misma. Los primeros modelos publicados asumen el valor de los flujos de las celdas inmediatas al impelente, iguales al flujo determinado a partir de la capacidad de bombeo del mismo, mientras que en la estructura de la red proponen la unión de varios lazos en uno, en algunos puntos, y la división de un lazo en varios, en otros puntos, lo cual tiene como resultado el desplazamiento del centro de circulación hacia un extremo del volumen [64].

Los modelos más recientes poseen lazos concéntricos, que desde el punto de vista matemático tienen algunas facilidades como es permitir el uso de iguales flujos en cada lazo, lo cual, a su vez, permite igualar los flujos de intercambio turbulento entre las celdas [65, 72]. Esto al mismo tiempo que simplifica el modelo, está respaldado por el sentido físico que tienen las velocidades

fluctuantes o r. m. s. (valor promediado de las diferencias entre la velocidad media y la instantánea), las cuales representan, para un punto dado, un vector que con una frecuencia determinada cambia su dirección y tiene igual módulo. En este caso el flujo de circulación en cada lazo se puede estimar a partir del flujo total de circulación adimensional característico de la configuración del sistema de agitación.

Como conclusión podemos afirmar que el modelo de la red de zonas constituye una alternativa para la modelación de tanques agitados si tenemos en cuenta que la capacidad de cómputo necesaria para implementar este tipo de simulación es razonable producto de la simplificación del mecanismo de turbulencia lograda con la introducción del coeficiente de intercambio turbulento (β) [84] y, por otro lado, se pone de manifiesto la necesidad de estimar este coeficiente para otros sistemas de agitación diferentes a los reportados hasta el momento, con vistas a poder ampliar su aplicación.

Conclusiones

1. Existe una gran diversidad de posibles configuraciones geométricas a implementar en los reactores tipo tanque agitado, teniendo en cuenta que la geometría óptima del reactor para implementar un proceso determinado en el mismo depende del proceso que se va a llevar a cabo.
2. Hasta la fecha no se ha reportado ninguna correlación general para estimar el N_p que tenga en cuenta la influencia del grosor de la turbina de disco, el diámetro de la vasija y la longitud de los deflectores con respecto a la altura del líquido, lo cual ampliaría sus posibilidades de uso.
3. En los últimos años se han propuesto nuevos parámetros como el índice de agitación y el índice de turbulencia que permiten caracterizar de forma global los flujos tanto convectivos como turbulentos y que pueden ser usados para comparar diferentes configuraciones de los impelentes o diferentes impelentes.

4. Para la modelación de la hidrodinámica en reactores tipo tanque agitado se encuentran disponibles tres tipos de modelos: los modelos de compartimientos, el modelo de la red de zonas y el enfoque de la dinámica de fluidos numérica. De estos tres modelos, el modelo de la red de zonas constituye una solución intermedia entre los modelos de compartimientos y el CFD, en el cual se amplía la resolución espacial y se mantiene la simplicidad con respecto al enfoque CFD. No obstante, es necesario continuar trabajando en la estimación del coeficiente de intercambio turbulento a partir de datos experimentales para diferentes sistemas de agitación con el fin de ampliar sus posibilidades de aplicación con éxito en los trabajos de simulación de procesos.

Nomenclatura

C :	distancia entre el impulsor y el fondo del recipiente, m.	N_p :	número de potencia, adimensional.
CV :	altura de líquido desde el centro del impelente hasta la superficie en reposo, m.	N_{Qc} :	número de circulación de flujo, adimensional.
D :	diámetro del impulsor, m.	N_{Qp} :	número de descarga de flujo o coeficiente de bombeo, adimensional.
E_p :	eficiencia energética del sistema de impulsores, adimensional.	P :	consumo de potencia en un tanque agitado, W.
Fr :	número de Froude, adimensional.	Q_c :	flujo de circulación, $m^3 s^{-1}$.
G :	aceleración de la gravedad, $m s^{-2}$.	Q_{ci} :	flujo de circulación en el lazo inferior, $m^3 s^{-1}$.
H :	altura del líquido en el recipiente, m.	Q_{cu} :	flujo de circulación en el lazo superior, $m^3 s^{-1}$.
IC :	distancia medida desde el centro de un impelente hasta el centro de otro impelente en tanques agitados con múltiples impulsores, m.	Q_p :	capacidad de bombeo del impulsor, $m^3 s^{-1}$.
I_g :	índice de agitación, %.	R :	coordenada radial, m.
I_t :	índice de turbulencia, %.	r :	coordenadas radiales en las cuales el valor de la velocidad axial es negativo, m.
J :	ancho de los deflectores, m.	R^+ :	coordenadas radiales en las cuales el valor de la velocidad axial es positivo, m.
L :	largo de las paletas del impulsor, m.	r_a :	radio del eje del agitador, m.
N :	velocidad de rotación del impelente, s^{-1} .	Re :	número de Reynolds, adimensional.
n_B :	número de deflectores en el recipiente, adimensional.	Re_{SA} :	número de Reynolds al cual comienza la aireación superficial, adimensional.
n_c :	número de celda, adimensional.	r_{ol} :	posición radial del centro de circulación del lazo inferior, m.
n_L :	número de paletas en la turbina, adimensional.	r_{ou} :	posición radial del centro de circulación del lazo superior, m.
		S :	distancia entre el punto de medición de la velocidad local y el extremo de la paleta del agitador, m.
		T :	diámetro interior del recipiente, m.
		t_C :	tiempo de circulación, s.
		t_C^* :	tiempo de circulación adimensional, adimensional.
		T_o :	diámetro de referencia igual a 1 m.
		t_R :	tiempo de renovación, s.
		t_R^* :	tiempo de renovación adimensional, adimensional.
		\hat{U} :	velocidad media ponderada para todo el volumen del reactor, $m s^{-1}$.
		U_{ij} :	velocidad media local bidimensional, $m s^{-1}$.

U_{ij}^* :	velocidad fluctuante media bidimensional para cada punto del enrejado de medición, $m\ s^{-1}$.
Ω^* :	velocidad fluctuante media ponderada para todo el volumen, $m\ s^{-1}$.
U_{imp} :	velocidad de la punta del impulsor, $m\ s^{-1}$.
V'_{ij} :	velocidad fluctuante media en un punto del enrejado de medición, $m\ s^{-1}$.
V_{ij} :	- velocidad media en un punto del enrejado de medición, $m\ s^{-1}$.
V_L :	volumen de líquido en el recipiente, m^3 .
V_{Lij} :	volumen de una porción de líquido, m^3 .
V_r :	velocidad media radial, $m\ s^{-1}$.
V_z :	velocidad media axial, $m\ s^{-1}$.
W :	ancho de las paletas del impulsor, m.
XI :	grosor del disco de la turbina Rushton, m.
Z :	coordenada vertical, m.
Z^+ :	coordenadas axiales en las cuales el valor de la velocidad radial es positivo, m.

Letras griegas

β :	coeficiente de intercambio turbulento, adimensional.
β_{imp} :	coeficiente de intercambio turbulento para el volumen del tanque, adimensional.
β_{vol} :	coeficiente de intercambio turbulento para la zona del flujo de descarga del impulsor, adimensional.
ρ :	densidad del fluido, $kg\ m^{-3}$.
μ :	viscosidad dinámica del fluido, $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$.
η_p :	índice de bombeo, adimensional.

Referencias

- G.B. Tatterson. "Fluid mixing and gas dispersion in agitated tanks". Ed McGraw-Hill. New York. 1991.
- P.R. Gogate, A.A.C.M. Beenackers, A.B. Pandit. "Multiple-impeller systems with a special emphasis on bioreactors: a critical review". *Biochem. Eng. J.* Vol. 6. 2000. pp. 109-144.
- S. M. Kresta, G. Zhou. "Impact of tank geometry on the maximum turbulence energy dissipation rate for impellers". *AIChE J.* Vol. 42. 1996. pp. 2476-2490.
- E.S. Wernersson, C. Trägårdh. "Turbulence characteristics in turbine-agitated tanks of different sizes and geometrics". *Chem. Eng. J.* Vol. 72. 1999. pp. 97-107.
- J. Bertrand, C. Xuereb. "Some aspects of CFD on mixing: Industrial applications". *Proc. 3rd. Int. Symp. on Mixing in Industrial Processes.* Soc. Chem. Eng. Japan. Tokyo. 1999. pp. 1-12.
- V.V. Ranade, J.B. Joshi. "Flow generated by disk turbine: Parte I Experimental". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 68. 1990. pp. 19-33.
- A. Bakker, H.E.A. van den Akker. "Single-Phase flow in stirred reactors". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 72. 1994. pp. 583-593.
- K. Rutherford, K.C. Lee, S.M.S. Mahomoudi, M. Yianneskis. "The influence of Rushton Impeller blade and disk thickness on the mixing characteristics of stirred vessels". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 74. Part A. 1996. pp. 369-378.
- K.C. Lee, M. Yianneskis. "The extent of periodicity of the flow in vessels stirred by Rushton impellers". *AIChE Symposium series.* Vol. 90. 1994. pp. 5-18.
- M. Schafer, M. Hofken, F. Durst. "Detailed LDV measurements for visualization of the flow field within a stirred-tank reactor equipped with a Rushton Turbine". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 75. 1997. pp. 729-736.
- V.P. Mishra, J.B. Joshi. "Flow generated by a disc turbine: Part III: Effect of impeller diameter, impeller location and comparison with other radial flow turbine". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 71. 1993. pp. 563-573.
- P. Mavros, P. Baudou. "Quantification of the performance of agitators in stirred vessels: Definition and use of an agitation index". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 75. 1997. pp. 737-745.
- J.J. Derksen, J. H. Stockmann, H.E.A. van den Akker. "Three-dimensional laser Doppler anemometry in a stirred tank". *Récents Prog. Génie Procédés.* Vol. 11. 1997. pp. 81-88.
- P. Mavros, C. Xuereb, J. Bertrand. "Determination of 3-D flow fields in agitated vessels by laser-doppler velocimetry: Use and interpretation for RMS velocities". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 76. 1998. pp. 223-233.
- P. Mavros, C. Xuereb, J. Bertrand. "Determination of 3-D flow fields in agitated vessels by laser-Doppler velocimetry: Effect of impeller type and liquid viscosity on liquid flow patterns". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 74. 1996. pp. 658-668.

16. K.N. Dyster, E. Koutsakos, Z. Jaworski, A.W. Nienow. "An LDA study of the radial discharge velocities generated by a Rushton turbine: Newtonian Fluids, $Re \geq 5$ ". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 71. 1993. pp. 11-23.
17. R. Escudié, A. Liné, M. Roustan. "Turbulent macroscale in the impeller stream of a Rushton turbine". Proc. 10th Europ. Conf. on Mixing. Elsevier. New York. 2000. pp. 353-360.
18. E.S. Wernersson, C. Trägårdh. "Turbulence characteristics in turbine-agitated tanks of different sizes and geometries". Chem. Eng. J. Vol. 70. 1998. pp. 37-45.
19. S. Michelet, M. Mahouast, A. Kemoun, J. Mallet. "Turbulence in the discharge of a Rushton turbine and Taylor's hypothesis. Récents Prog. Génie Procédés. Vol. 11. 1997. pp. 89-96.
20. R. Escudié, A. Liné. "Experimental analysis of hydrodynamics in a radially agitated tank". AIChE J. Vol. 49. 2003. pp. 585-603.
21. R. Escudié, D. Bouyer, A. Liné. "Characterization of trailing vortices generated by a Rushton turbine" AIChE J. Vol. 50. 2004. pp. 75-86.
22. S.M. Kresta, G. Zhou. "Distribution of energy between convective and turbulent flow for three frequently used impellers". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 74. 1996. pp. 379-389.
23. S. Baldi, M. Yianneskis. "On the quantification of energy dissipation in the impeller stream of a stirred vessel from fluctuating velocity gradient measurements". Chem. Eng. Sci. Vol. 59. 2004. pp. 2659-2671.
24. V.T. Roussinova, B. Grgic, S.M. Kresta. "Study of Macro-Instabilities in Stirred Tanks Using a Velocity Decomposition Technique". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 78. 2000. pp. 1040-1052.
25. L. Nikiforaki, G. Montante, K.C. Lee, M. Yianneskis. "On the origin, frequency and magnitude of macro-instabilities of the flows in stirred vessels". Chem. Eng. Sci. Vol. 58. 2003. pp. 2937-2949.
26. C. Galletti, A. Paglianti, K.C. Lee, M. Yianneskis. "Reynolds number and impeller diameter effects on instabilities in stirred vessels". AIChE J. Vol. 50. 2004. pp. 2050-2063.
27. P. Hasal, I. Fořt, J. Kratěna. "Force Effects of the Macro-instability of Flow Pattern on Radial Baffles in a Stirred Vessel with Pitched-blade and Rushton Turbine Impellers". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 82. 2004. pp. 1268-1281.
28. J. Fan, Q. Rao, Y. Wang, W. Fei. "Spatio-temporal analysis of macro-instability in a stirred vessel via digital particle image velocimetry (DPIV)". Chem. Eng. Sci. Vol. 59. 2004. pp. 1863-1873.
29. R.S. Cherry, E.L. Aloï. "Cellular response to agitation characterized by energy dissipation at the impeller tip". Chem. Eng. Sci. Vol. 51. 1996. pp. 1523-1529.
30. V.P. Mishra, J.B. Joshi. "Flow generated by a disc turbine: Part III: Effect of impeller diameter, impeller location and comparison with other radial flow turbine". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 71. 1993. pp. 563-573.
31. K. Ng, N.G. Fentiman, K.C. Lee, M. Yianneskis. "Assessment of sliding mesh CFD predictions and LDA measurements of the flow in a tank stirred by a Rushton impeller". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 76. 1998. pp. 737-747.
32. D. García-Cortés, E. Ferrer, E. Barberà. "Hydrodynamic characterization of the flow induced by a four-bladed disk-style turbine". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 79. 2001. pp. 269-273.
33. V.P. Mishra, J.B. Joshi. "Flow generated by a disc turbine: Part IV: Multiple impellers". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 72. 1994. pp. 657-668.
34. S.M.S. Mahmoudi. "Velocity and mixing characteristics of stirred vessels with two impellers". Ph. D. Thesis. University of London, England. 1994.
35. K. Rutherford, K.C. Lee, S.M.S. Mahmoudi, M. Yianneskis. "Hydrodynamics characteristics of Dual Rushton Impeller stirred vessels". AIChE J. Vol. 42. 1996. pp. 332-346.
36. D. García-Cortés. "Contribución al estudio de la hidrodinámica y la transferencia de masa en reactores tipo tanque agitado mediante un enfoque global y local en sistemas gas-líquido". Ph. D. Thesis. INP-ENSIACET, Toulouse, France. 2003.
37. C. Galletti, E. Brunazzi, M. Yianneskis, A. Paglianti. "Spectral and wavelet analysis of the flow pattern transition with impeller clearance variations in a stirred vessel". Chem. Eng. Sci. Vol. 58. 2003. pp. 3859-3875.
38. Y.Q. Cui, R.G.J.M. van der Lans, K.Ch.A.M. Luyben. "Local power uptake in gas-liquid systems with single and multiple Rushton turbines". Chem. Eng. Sci. Vol. 51. 1996. pp. 2631-2636.
39. J.H. Rushton, E.W. Costich, H.J. Everett. "Power characteristics of mixing impellers. Part I". Chem. Eng. Pro. Vol. 46. 1950. pp. 395-404.
40. P. Seichter. "Investigation of turbine agitators for flow-through flocculation chambers". Int. Chem. Eng. Vol. 16. 1976. pp. 668-680.
41. W. Bujalski, A.W. Nienow, S. Chatwin, M. Cooke. "The dependency on scale of power numbers of Rushton disk turbines". Chem. Eng. Sci. Vol. 42. 1987. pp. 317-326.
42. R.L. Bates, P.L. Fondy, R.R. Corpstein. "An examination of some geometric parameters of impeller power". Ind. Eng. Chem. Proc. Des. & Dev., Vol. 2. 1963. pp. 310-314.

43. J.Y. Oldshue "Fluid Mixing Technology". Ed McGraw-Hill Publ. Co. New Cork. 1983. pp. 64-67.
44. A.W. Nienow, D. Miles. "Impeller power numbers in closed vessels". *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.* Vol. 10. 1971. pp. 41-43.
45. J. Karcz, M. Major. "An effect of a baffle height on the power consumption in an agitated vessel". *Chem. Eng. Processing.* Vol. 37. 1998. pp. 249-256.
46. F. Streck, H. Lacki, J. Karcz. "Power requirements of high-speed stirrers in mixers of various diameters". *Prace Nauk. Politech. Szczecin.* Vol. 273. 1984. pp. 148-150.
47. J.H. Rushton, E.W. Costich, H.J. Everett. "Power characteristics of mixing impellers. Part II". *Chem. Eng. Prog.* Vol. 46(9). 1950. pp. 467-476.
48. P.H. Calderbank, M.B. Moo-Young. "The power characteristics of agitators for the mixing of newtonian and non-newtonian fluids". *Trans. Instn. Chem. Engrs.* Vol. 39. 1961. pp. 337-347.
49. R.-V. Roman, M. Gavrilescu, V. Efimov. "Evaluation of power consumption por newtonian system mixing with a various number of Rushton turbines". *Hung. J. Ind. Chem.* Vol. 20. 1992. pp. 155-160.
50. C. Baudou. *Agitation par de systemes axiaux simples ou multi-etages. Obtention de l'hydrodynamique par volcimétrie laser a effet Doppler.* Ph. D. Thésis, INP-ENSIGC. Toulouse. 1997.
51. J. Costes, J.P. Couderc. "Study by laser doppler anemometry of the turbulent flow induced by a Rushton turbine in a stirred tank: influence of the size of the units-I. Mean flow and turbulence". *Chem. Eng. Sci.* Vol. 43. 1988. pp. 2751-2764.
52. J. Medek, I. Fort. "Mixing in vessel with eccentric mixer". *Proc. 5th Europ. Conf. on Mixing.* BHRA press. Cranfield. 1985. pp. 263-271.
53. V. Singh, A. Constantinides, R. Fuchs. "A new method for fermentor scale - up incorporating both mixing and mass transfer effects - I. Theoretical basis". En: C. S. Ho, J.Y. Oldshue. (Eds). *Biotechnology process: Scale-up and mixing.* AIChE. New York. 1987. pp. 200-214.
54. B. Mayr, E. Nagy, P. Horvat, A. Moser. "Modelling of mixing and simulation of its effect on glutamic acid fermentation". *Chem. Biochem. Eng. Q.* Vol. 7. 1993. pp. 31-42.
55. Y.Q. Cui, R.G.J.M. van der Lans, H.J. Noorman, K.Ch. A.M. Luyben. "Compartment mixing model for stirred reactors with multiple impellers". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 74. 1996. pp. 261-271.
56. S.S. Alves, J.M.T. Vasconcelos, J.M. Barata. "Alternative compartment models of mixing in tall tanks agitated by multi-Rushton turbines". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 75. 1997. pp. 334-338.
57. J.M.T. Vasconcelos, S. Alves, A.W. Nienow, W. Bujalski. "Scale-up of mixing in gassed multi-turbine agitated vessels". *Can. J. Chem. Eng.* Vol. 76. 1998. pp. 398-404.
58. S.S. Alves, C.I. Maia, J.M.T. Vasconcelos. "Experimental and modelling study of gas dispersion in a double turbine stirred tank". *Chem. Eng. Sci.* Vol. 57. 2002. pp. 487-496.
59. B. Mayr, E. Nagy, P. Horvat, A. Moser. "Scale-up on basis of structured mixing models: A new concept". *Biotech. Bioengn.* Vol. 43. 1994. pp. 195-206.
60. J.A.M. Kuipers, W.P.M. Swaaij. "Application of computational fluid dynamics to chemical reaction engineering". *Reviews in Chem. Eng.* Vol. 13(3). 1997. pp. 2-118.
61. Z. Jaworski, K. N. Dyster, I.P.T. Moore, A.W. Nienow, M.L. Wyszynski. "The use of angle resolved LDA data to compare two differential turbulence models applied to sliding mesh CFD flow simulations in a stirred tank". *Récents Prog. Génie Procédés.* Vol. 11(51). 1997. pp. 187-194.
62. G.K. Patterson, R.S. Brodkey. "Turbulence in mixing operations: Theory and application to mixing and reaction". Ed Academic Press. New York. 1975. pp. 223-233.
63. R. Mann, P.P. Mavros, J.C. Middleton. "A structured stochastic flow model for interpreting flow-follower data from a stirred vessel". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 59. 1981. pp. 271-278.
64. R. Mann, P. Mavros. "Analysis of unsteady tracer dispersion and mixing in a stirred vessels using interconnected networks of ideal flow zones". *Proc. 4th Europ. Conf. on Mixing.* BHRA Fluid Engineering. Cranfield. 1982. pp. 35-47.
65. R. Mann, P. Knysh, E.A. Rasekoala, M. Didari. "Mixing in a closed stirred vessel: use of network of zones to interpret mixing curves acquired by fibre - optic photometry". *Inst. Chem. Eng. Symp. Ser.* Vol. 108. 1987. pp. 49-63.
66. R. Mann, P. Ying, K. Baker, R.B. Edwards. "Mixing of inert and reactive tracers in a twin impeller stirred vessel". *AIChE Symp. Ser.* Vol. 89(293). 1993. pp. 16-20.
67. R. Mann. "Gas-liquid stirred vessel mixers: towards a unified theory based on networks-of-zones". *Chem. Eng. Res. Des.* Vol. 64. 1986. pp. 1-23.
68. R. Mann, L.A. Hackett. "Fundamentals of gas-liquid mixing in a stirred vessel: an analysis of using networks of backmixed zones". *Proc. 6th Eur. Conf. on Mixing.* BHRA Fluid Eng. Cranfield. 1988. pp. 321-328.

69. A. Brucato, L. Rizzuti. "The application of the networks-of-zones model to solid-liquid suspensions". Proc. 6th Eur. Conf. on Mixing. BHRA Fluid Eng. Cranfield. 1988. pp. 273-280.
70. A. Brucato, F. Magelli, M. Nocentini, L. Rizzuti. "An application of the network of zones model to solids suspension in multiple impeller mixers". Chem. Eng. Res. Des. Vol 69. 1991. pp. 43-52.
71. Y.D. Wang, R. Mann. "Mixing in a stirred semi-batch reactor: partial segregation for a pair of competing reactions analysed via network of zones". IChemE Symp. Series. Vol 121. 1990. pp. 241-257.
72. Y.D. Wang, R. Mann. "Partial segregation in stirred batch reactors: Effect of Scale-up on the yield of a pair of Competing Reactions". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 70. 1992. pp. 282-290.
73. R. Mann, A.M. El-Hamouz. "Imperfect mixing and paradoxical product distributions for a stirred semi-batch reactor". AIChE Symp. Ser. Vol. 88(286). 1991. pp. 1-5.
74. R. Mann, A.M. El-Hamouz. "A product distribution paradox on scaling up a stirred batch reactor". AIChEJ. Vol. 41. 1995. pp. 855-867.
75. H.V. Hristov, R. Mann. "Fluid Mixing and the Safe Quenching of a Runaway Reaction in a Stirred Autoclave". Chem. Eng. Res. Des. Vol 80. 2002. pp. 872-879.
76. E. Wabo, M. Kagoshima, R. Mann. "Batch Stirred Vessel Mixing Evaluated by Visualized Reactive Tracers and Electrical Tomography". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 82. 2004. pp. 1229-1236.
77. R. Mann, D. Vlaev, V. Lossev, S.D. Vlaev, J. Zahradnik, P. Seichter. "A network of zones analysis of the fundamentals of gas liquid mixing in an industrial stirred bioreactor". Récents Prog. Génie Procédés. Vol. 11(52). 1997. pp. 223-230.
78. D. Vlaev, R. Mann, V. Lossev, S.D. Vlaev, J. Zahradnik, P. Seichter. "Macromixing and streptomycetes fradiae. Modelling oxygen and nutrient segregation in an industrial bioreactor". Chem. Eng. Res. Des. Vol. 78. 2000. pp. 354-362.
79. J. Zahradnik, R. Mann, M. Fialova, D. Vlaev, S.D. Vlaev, V. Lossev, P. Seichter. "A network of zone analysis of mixing and mass transfer in three industrial bioreactors". Chem. Eng. Sci. Vol 56. 2001. pp. 485-492.
80. R. Mann, P. Ying, R.B. Edwards. "Application of 3-D network of zones mixing model to a stirred vessel". IChemE Symp. Series. Vol. 136. 1994. pp. 317-324.
81. P.J. Holden, R. Mann. "Turbulent 3-D mixing in stirred vessel: correlation of a networks-of-zones image reconstruction approach with pointwise measurements". IChemE Symp. Series. Vol. 140. 1996. pp. 167-179.
82. M. Rahimi, P.R. Senior, R. Mann. "Visual 3-D modelling of stirred vessel mixing for an inclined-blade impeller". Chem. Eng. Res. Des. Vol 78. 2000. pp. 348-353.
83. M. Rahimi, R. Mann. "Macro-mixing, partial segregation and 3-D selectivity fields inside a semi-batch stirred reactor". Chem. Eng. Sci. Vol 56. 2001. pp. 763-769.
84. F. Guillard, C. Trägard. "Modeling of the performance of industrial bioreactors with a dynamic microenvironmental approach: A critical review". Chem. Eng. Tech. Vol. 22. 1999. pp. 187-195.