LECTURAS
DE
ECONOMIA

Carlos Eduardo Vélez Echavarría

Un modelo macroeconómico estático con ilusión monetaria de la oferta de trabajo. Una presentación matemática

Lecturas de Economía. No. 16. Medellín, enero-abril de 1985. pp. 155-205.

● **Resumen.** En este artículo se hace una presentación matemática de un modelo macroeconómico "típico" (similar al de un texto de estudio) que incluye la formalización explícita del aspecto de "ilusión monetaria" que afecta la función de oferta de trabajo. El tratamiento matemático explícito permite: (1) derivar la pendiente de la Oferta Agregada de producto en función de los diferentes parámetros que determinan el mercado de trabajo y la función de producción, incluyendo el grado de ilusión monetaria; (2) aplicarle al modelo, bajo diferentes supuestos, las condiciones de los teoremas de existencia de soluciones de equilibrio de un sistema de ecuaciones simultáneas; (3) derivar explícitamente los resultados de estática comparativa sobre las variables ingreso real, tasa de interés, nivel general de precios, nivel de empleo, salarios nominal y real, e inversión ante cambios en las políticas fiscal y monetaria; (4) establecer, en términos de las condiciones de existencia de equilibrio, las posibilidades de resolver "la inconsistencia clásica" por medio del efecto Pigou y subrayar sus mismas limitaciones cuando el efecto Fisher se torna dominante y produce efectos "inesperados" sobre la pendiente de la función de Demanda Agregada además de posibles violaciones a la condición de unicidad del equilibrio entre Oferta y Demanda Agregada.

A Macromodel with Money Illusion of the Labour Supply. A Mathematical Presentation

● **Abstract.** *This paper gives a mathematical presentation of a textbook type macroeconomic model which includes an explicit formal treatment of the "money illusion", that affects the labour supply function. This explicit mathematical treatment enables: (1) the derivation of the slope of the Aggregate Supply as a market of the different parameters which determine the labour market and the production function (2) applying, under different scenarios, the conditions of equilibrium solution existence theorems for simultaneous equations systems, (3) deriving the comparative statics results of the endogenous variables in the presence of fiscal and monetary policy changes, (4) establishing, in terms of the existence of equilibrium conditions, the possibilities of solving the "classical inconsistency" by means of the Pigou effect and underlining its limitations when the Fisher effect becomes dominant and produces "unexpected" changes in the slope of the Aggregate Demand function as well as possible violations to the conditions of uniqueness of equilibrium between Aggregate Supply and Demand.*

INTRODUCCION

El objetivo de este escrito es presentar de manera general una *formalización* de la "ilusión monetaria" (parcial, total o nula) en la oferta de (fuerza de) trabajo que nos permita ligar *explícitamente* (en forma algebraica) los grados de "ilusión" monetaria con los efectos de las políticas monetaria y fiscal sobre el empleo, el ingreso real, la tasa de interés, etc.

Es necesario advertir que en parte este escrito repite resultados de los libros de texto más conocidos, aunque incluye como única novedad *la formalización* de la ilusión monetaria total, parcial o nula. Para ello se utiliza un "índice de ilusión monetaria" (B), el cual toma un valor diferente según el caso. Esta forma explícitamente algebraica, con la ilusión monetaria como parámetro, no se encuentra[1] en los libros de texto de macroeconomía más conocidos (por ejemplo: Branson (1977), Dornbusch y Fisher (1981), Ackley (1978), etc.).

En cuanto al orden de presentación, en la primera parte se construyen las condiciones de equilibrio de los mercados que hacen parte del modelo. Para los mercados monetario y de bienes y servicios, que constituyen el lado de la Demanda, se presentan sus ecuaciones de equilibrio con sus funciones y parámetros usuales. Lo mismo se hace para el mercado de trabajo y la fun-

---

1 Sin embargo en los modelos macroeconómicos no estáticos, donde se habla de tasa de inflación de precios en vez de nivel general de precios, se encuentra explícitamente esta relación formal con la sensibilidad a los precios. Para la curva de Phillips, bajo la "Hipótesis de las Expectativas", la tasa de crecimiento de los salarios nominales es sensible (según un cierto parámetro análogo al índice de ilusión monetaria de la oferta de trabajo (B)) a la inflación esperada al término del período de negociación salarial.

ción de producción que constituye el lado de la Oferta; allí se presenta la oferta de trabajo como función explícita de la ilusión monetaria o, en otras palabras, el efecto de los precios sobre las peticiones salariales de las familias aparece dependiendo directamente de la sensibilidad de éstas al nivel de precios (*1-B*). Para completar esta sección se presenta el modelo matemático completo para la economía, esto es, el conjunto de condiciones de equilibrio para los diferentes mercados; luego se establecen las condiciones de existencia de una solución de equilibrio única para las variables endógenas: nivel de ingreso (y), tasa de interés (r), nivel general de precios (P), nivel de empleo (N), salario nominal (W) estudiándose además las pendientes de las relaciones funcionales del ingreso con respecto a los precios ($\partial P/\partial y$) para ambos lados de la Demanda y la Oferta agregada de producto.

Para la Demanda Agregada se encuentra explícitamente su pendiente, se establece su signo (negativo) en general (sin restricciones en los parámetros del modelo) y luego se estudian sus valores para los casos en que se aplican restricciones paramétricas especiales (monetaristas y fiscalistas).

Con respecto a la Oferta Agregada de Producto, dado que la oferta de trabajo incluye explícitamente el índice de ilusión monetaria (B), es posible que éste aparezca explícitamente afectando *inversamente* la pendiente de Oferta Agregada de Producto ($\partial P/\partial y$).

Sin embargo, también la pendiente es función *directa* de la sensibilidad del salario "de la oferta" (salario exigido) a los incrementos en la cantidad de trabajo ofrecido ($\partial W/\partial N = g_1$) y de la disminución del valor de la productividad marginal del trabajo ($-Pf'$); asimismo es función *inversa* del cuadrado de la productividad marginal del trabajo (f^2). Luego de establecer su signo en general se pasa a mostrar las variaciones de dicha pendiente para diferentes valores del índice de ilusión monetaria (B) según los diferentes casos extremos (clásico, monetarista y fiscalista).

En la segunda parte se deducen, a partir del modelo matemático, los efectos que sobre las variables endógenas tiene la política fiscal. Allí aparecen en forma explícita las variaciones de la tasa de interés, el ingreso real, el nivel del salario nominal, el nivel de precios y el salario real. Para el caso general (sin restricciones paramétricas especiales) dichas variaciones son positivas para todas las variables endógenas, excepto para el salario real. Posteriormente se establecen los valores de las variaciones con restricciones paramétricas especiales según se trate de los casos monetariasta, fiscalista o clásico. Así puede concluirse bajo cuáles condiciones (paramétricas) es o no eficaz la Política Fiscal.

En la tercera parte, análogamente a como se hizo en la parte segunda para la Política Fiscal, se procede a evaluar los efectos de la Política Monetaria sobre las variables endógenas del modelo, tanto para el caso general (sin restricciones paramétricas) como para los casos extremos (clásico, monetario y fiscalista).

Por último, en la cuarta parte, se resumen los resultados sobre la existencia del equilibrio para el modelo económico y los efectos de la Política Monetaria y Fiscal. En el punto donde se analiza del equilibrio se formaliza el debate en torno a la "inconsistencia clásica" para condiciones fiscalistas del lado de la Demanda Agregada y la "salida" que el "Efecto Pigou" le daría a esta inconsistencia. Los efectos de las políticas monetaria y fiscal sobre las variables endógenas (y, r, P, W) aparecen sintetizados en el Cuadro No. 1 y en el Cuadro No. 2 respectivamente.

Vale anotar que, para mayor facilidad expositiva, se ha limitado el modelo a una economía cerrada y las formas funcionales del gasto en consumo y de la inversión planeada han sido las más simples. Asimismo se ha ignorado la restricción presupuestal del sector gobierno que liga las variables exógenas de política económica.

No debemos olvidar que en estos modelos de *Equilibrio Estático* con ilusión monetaria hay una restricción en su capacidad explicativa: a pesar de que las variables endógenas (entre ellas *el nivel de empleo*) son afectadas en sus niveles de equilibrio por los cambios en las variables exógenas de política económica, el desempleo involuntario[2] no aparece ya que se supone que el mercado de trabajo siempre se "barre" al salario de equilibrio. A partir de este problema se inicia con Clower (1965), Leijonhufoud (1968), Barro y Grossman (1971) una discusión sobre los modelos alternativos de desequilibrio macroeconómico[3].

Finalmente, en el Anexo 1, se presentan las posibilidades adicionales que tiene la pendiente de la Demanda Agregada cuando se introduce el Efecto Fisher, además del Efecto Pigou, y se muestra la posible existencia de varios equilibrios del modelo macroeconómico.

---

2 Desempleo involuntario entendido como la parte no vendida de la oferta de trabajo correspondiente al salario vigente.

3 Para una introducción al tema ver Vélez, C.E. (1981).

I. EL MODELO MACROECONOMICO

1. El Mercado de bienes y servicios

La condición de equilibrio del mercado de bienes es la ecuación de ingreso contra gasto planeado:

$$y = c(y - t(y)) + i(r) + g \tag{1}$$

donde:

y: ingreso real

t(y): Función de impuestos, función creciente del ingreso real.

Si llamamos

$$\frac{dt}{dy} = t' \qquad \text{entonces } 0 < t' < 1.$$

c: Gasto en consumo privado. Función creciente del ingreso disponible $(y\text{-}t(y))$. Si llamamos $\frac{dc}{dy} = c'$, entonces $0 < c' < 1$.

i: La inversión privada planeada que es función inversa de la tasa de interés (Esto es, $\frac{di}{dr} = i' < 0$)

g: Gasto público.

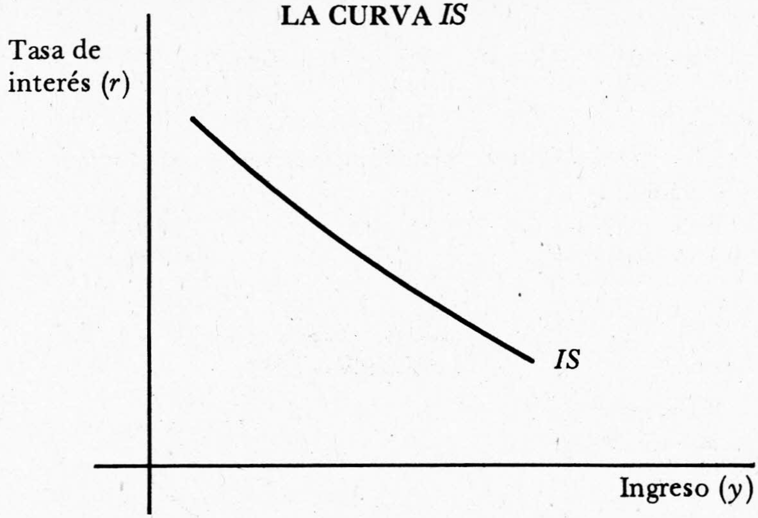
La ecuación (1) nos determina la curva *IS* en el plano (y, r). La curva *IS* se define como los pares de valores r e y que satisfacen la condición de equilibrio del mercado de bienes y servicios, esto es la ecuación (1). Si diferenciamos ambos lados de la ecuación (1) con respecto a y tenemos que:

$$1 - c'(1-t') + i' \frac{dr}{dy} = 0 \quad \therefore \quad \frac{dr}{dy} = \frac{1 - c'(1-t')}{i'} < 0$$

Esto es, curva *IS* tiene pendiente negativa en el plano (y, r) (véase Gráfico No. 1) ya que

$$0 < c' < 1, \quad 0 < 1 - t' < 1, \quad i' < 0$$

Gráfico No. 1
LA CURVA *IS*



Nótese que tanto para la función consumo como la función de inversión se pueden introducir otras variables para su determinación, por ejemplo: la riqueza en el consumo y el ingreso real en la inversión, sin embargo para esta presentación basta con las formas funcionales ya adoptadas.

2. El Mercado Monetario

El equilibrio de este mercado está dado por

$$\frac{M}{P} = L\,(r, y) \text{ con } L_1 < 0, \text{ y } L_2 > 0 \qquad (2)$$

donde $L_1 = \frac{\partial L}{\partial r}$ y $L_2 = \frac{\partial L}{\partial y}$,

M es la oferta nominal de dinero (variable exógena), *P* es el nivel de precios y *L* es la demanda de dinero que varía directamente con *y* para propósitos transaccionales y precautelativos e inversamente con *r* por motivos especulativos.

La ecuación (2) nos determina la curva *LM*, que se define como el conjunto de pares (r, y) que satisfacen el equilibrio del mercado monetario.

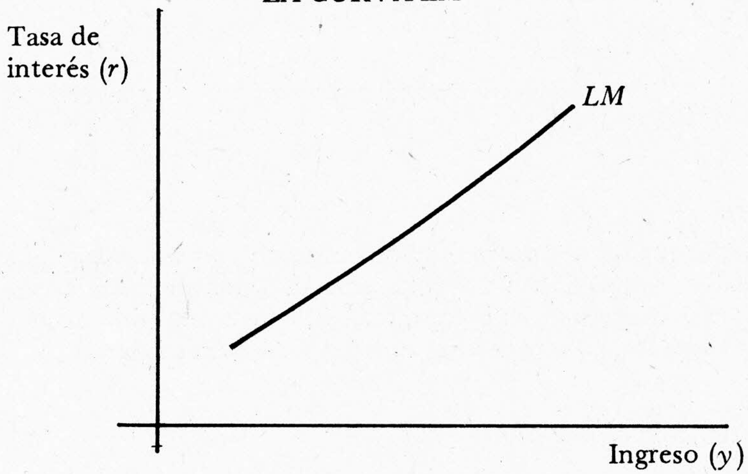
Si diferenciamos (2) con respecto a y tenemos que

$$0 = L_1 \cdot \frac{dr}{dy} + L_2 \quad \therefore \quad \frac{dr}{dy} = -\frac{L_2}{L_1} > 0$$

O sea, la curva *LM* tiene pendiente positiva en el plano y, r, (véase Gráfico No. 2) ya que

$L_1 < 0, \; L_2 > 0$

Gráfico No. 2
LA CURVA *LM*



Ahora pasamos a considerar el aspecto de la oferta agregada de producto en la economía.

3. El Mercado de Trabajo

Se supone que el producto real (y) se relaciona directamente con el insumo trabajo (N) y el stock de capital (K)

$y = G(N, K)$, donde, G: Función de producción.

Para el caso del corto plazo se supone que K es constante, entonces:

$$y = F(N) \qquad (3)$$

Y suponemos que la productividad marginal del trabajo (f) es tal que

$$f = dy/dN > 0 \quad \text{y} \quad f' = d^2y/dN^2 < 0$$

o sea que el producto marginal es positivo y decreciente para el insumo trabajo.

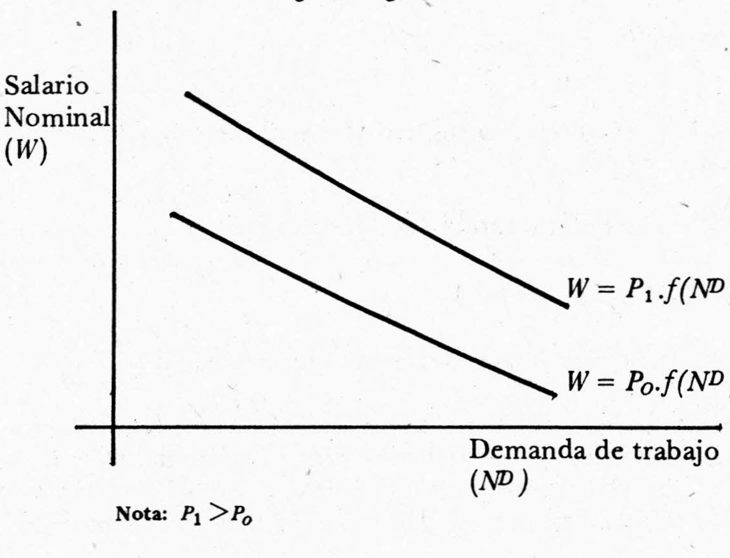
Para obtener la *demanda de trabajo* (N^D) consideramos una firma que maximiza beneficios (π) con mercados competitivos para producto y factores:

$$\pi = P.(N^D) - W.N^D$$

donde W es el nivel de salario nominal (suponemos que no hay otro costo variable).

De maximizar π se sigue que la función de demanda es tal que:

Gráfico No. 3
LA DEMANDA DE TRABAJO, BAJO DOS NIVELES DE PRECIO



Nota: $P_1 > P_o$

$$P.\, f(N^D) = W \tag{4.a}$$

Por manipulación de la condición de primer orden de maximización.

Nótese que f' es negativa por definición, por lo tanto la relación entre la demanda de trabajo (N^D) y el salario real (W/P) es inversa (véase Gráfico No. 3).

La *Oferta de trabajo* se determina para familias que *disponen* de una cantidad máxima de trabajo (N^T), por lo tanto si las familias *ofrecen* la cantidad de trabajo N^S ($0 \leqslant N^S \leqslant N^T$), residualmente obtienen ocio por valor $l = N^T - N^S$ e ingreso nominal por trabajo $Y_T = W.N^S$ (donde W es el salario nominal). El valor, para la familia, de dicho ingreso nominal depende del nivel de precios (P) y del grado de ilusión monetaria (B). Sea yt el *valor* para la familia del ingreso por trabajo.

$$yt = W.N^S/P^{1-B} \quad \text{ó también} \quad yt = Y_T/P^{1-B}$$

donde B, W, N^S,P son términos positivos y además

$$0 \leqslant B \leqslant 1, \qquad 0 \leqslant N^S \leqslant N^T$$

Por ejemplo en los casos extremos de:

a. Ausencia de ilusión monetaria ($B = 0$), entonces

$$yt = W.N^S/P \qquad \text{ó} \qquad yt = Y_t/P$$

O sea que yt es igual al ingreso real o al ingreso nominal dividido por el nivel de precios (P)

b. Ilusión monetaria total ($B = 1$), entonces

$$yt = W.N^S \qquad \text{ó} \qquad yt = Y_T$$

esto es, yt es igual al ingreso nominal por trabajo Yt

Supongamos que el orden de preferencia de las familias está representado por una función U que depende directamente del ocio (l) y del valor "para la familia" del ingreso por trabajo (yt): $U = U\,(l, yt)$. La satisfacción de las preferencias, dados W, P y B, exige la maximización de U, siendo U

función de (y_t, l) y los niveles de la pareja y_t, l son, a su vez, funciones de la Oferta de trabajo (N^S). El problema es, entonces, escoger N^S tal que maximice $U = U(l, y_t)$, siendo $l = N^T - N^S$ e $y_t = N^S \cdot W/P^{1-B}$. La condición de primer orden de maximización es

$$\frac{dU}{dN^S} = 0$$

$$\text{o sea, } \frac{dU}{dN^S} = \frac{\partial U}{\partial y_t} \frac{\partial y_t}{\partial N^S} + \frac{\partial U}{\partial l} \frac{\partial l}{\partial N_S} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial y_t} \frac{W}{P^{1-B}} + \frac{\partial U}{\partial l} (-1) = 0$$

$$\frac{W}{P^{1-B}} = \frac{\partial U / \partial l}{\partial U / \partial y_t}$$

Esta es la condición determinante de la oferta de trabajo.

En el lado izquierdo tenemos el valor "para la familia" del salario nominal y en el lado derecho tenemos la Tasa Marginal de Sustitución (*TMS*) de y_t por l, en el punto de equilibrio. Dados P, W, B se puede ilustrar el equilibrio que maximiza U en el Gráfico No. 4.

Nótese que en éste $y_t\ max = W \cdot N^T / P^{1-B}$,

$U_i < U_j < U_k$ y que la línea A_B es la *Restricción Presupuestal* de la familia dados P, W, B. (Esto es: combinaciones de ocio e ingreso según el nivel de la Oferta de Trabajo (N^S)).

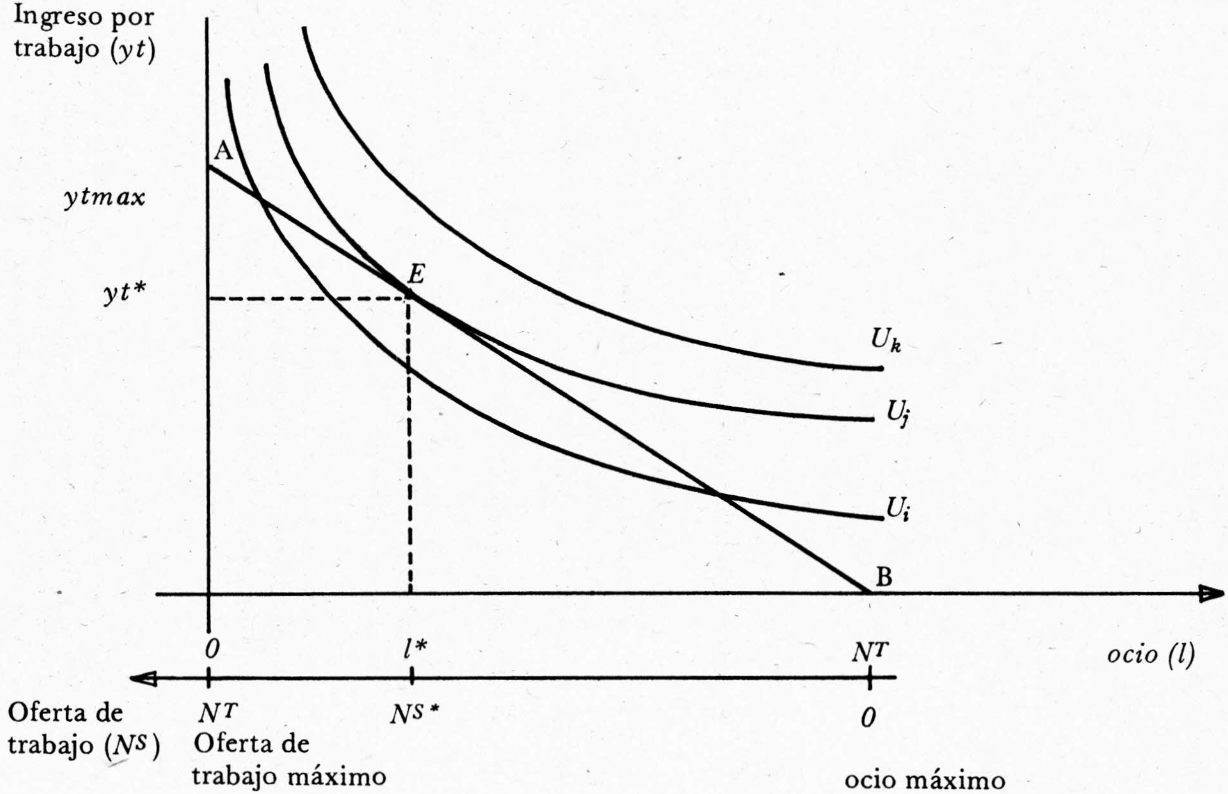
Si suponemos que la Tasa Marginal de Sustitución de y_t por l en los diferentes equilibrios (correspondientes a diferentes valores posibles de W, P, B) es una función (h) creciente de N^S [4], entonces podemos reescribir la condición determinante de la oferta de trabajo (N^S) como:

---

4 O sea que en los sucesivos equilibrios con mayor N^S (menor ocio) hay que dar, en el margen, más de y_t a cambio de l. Esta propiedad, de la Tasa Marginal de Sustitución (TMS) de y_t por l, exige *suponer* que para aumentos de W/P^{1-B} (o sea aumentos de la pendiente de la restricción presupuestal) el efecto sustitución supera siempre el efecto ingreso (esto es, la disminución del ocio dado su encarecimiento –aumento de W/P^{1-B} supera el aumento de demanda de ocio que se hace posible por el aumento del ingreso, debido al mencionado aumento de W/P^{1-B}).

Gráfico No. 4

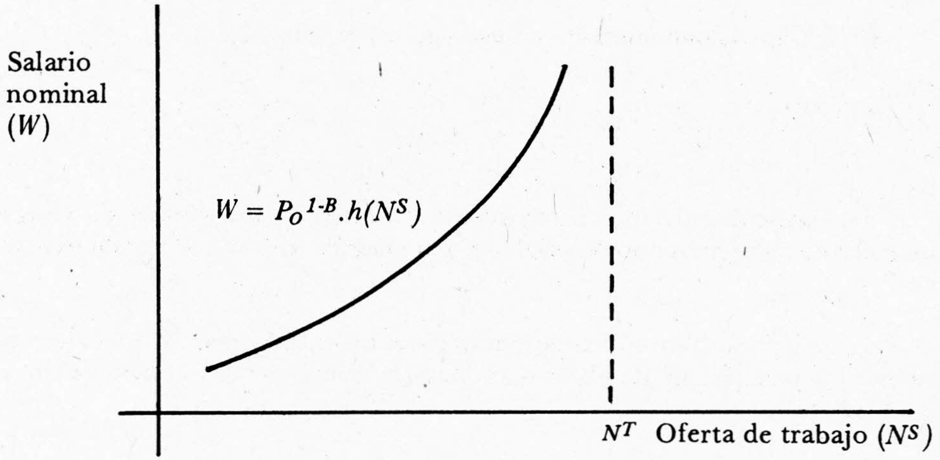
DETERMINACION DE LA OFERTA DE TRABAJO, EL INGRESO POR TRABAJO Y EL OCIO DADO EL NIVEL DE SALARIO



$$W/P^{1-B} = h(N^S) \text{ ó } W = P^{1-B} . h(N^S)$$

Esta es la función de oferta de trabajo y se puede leer como que el salario nominal solicitado por la oferta depende directamente del nivel de precios (P) y de la oferta de trabajo (N^S) e inversamente del grado de ilusión monetaria (B) (véase Gráfico No. 5).

Gráfico No. 5
LA FUNCION DE OFERTA DE TRABAJO



Consideremos a continuación la elasticidad de los salarios "de la oferta" a las variaciones del nivel general de precios (P) según el grado de ilusión monetaria.

b. Caso clásico, B = 0 *(ausencia de ilusión monetaria).*

Por lo tanto la oferta de trabajo está determinada por $W = P. h(N^S)$. Si derivamos parcialmente con respecto a P, tenemos:

$\partial W/ \ \partial P = h(N^S)$ y como $P/W = 1/h(N^S)$ entonces

---

Si tal supuesto no se cumple, se podrían presentar disminuciones de la oferta de trabajo N^S (aumento de la demanda de ocio) ante incrementos de W/P^{1-B}. Entonces la función h tendría unos tramos con pendiente positiva y otros con pendiente negativa.

$P/W.\ \partial W/\partial P = 1$

Como las familias no sufren de ilusión monetaria los salarios nominales *suben en igual proporción* a P, o sea los salarios *reales*, a cada nivel de oferta de trabajo, *no se alteran* al variar P. O en otras palabras, la elasticidad del salario nominal con respecto a P es *la unidad.*

b. Caso de ilusión monetaria total de la oferta de trabajo. $B = 1$.

Por lo tanto la oferta de trabajo estaría determinada por $W = P^o.\ h(N^s)$, ó $W = h(N^s)$, (recuérdese que: $1 - B = 0,\ Po = 1$)

Si derivamos parcialmente con respecto a P tenemos:

$$\partial W/\partial P = \partial h/\partial P = 0, \quad y \quad \frac{P}{W} \cdot \frac{\partial W}{\partial P} = 0.$$

La elasticidad de W con respecto a P es *nula*, o sea que las familias *no* incrementan sus peticiones salariales nominales en caso de un incremento en P.

Los dos casos anteriores son extremos. En el caso general debemos considerar la posibilidad de ilusión monetaria total, parcial o nula (Esto es: $0 \leqslant B \leqslant 1$).

c. Caso general

La oferta de trabajo está determinada por $W = P^{1-B}.\ h(N^s)$.

Si derivamos parcialmente con respecto a P, tenemos:

$$\partial W/\partial P = (1 - B)\ P^{1-B-1}.\ h(N^s)$$

ó $$\partial W/\partial P = (1 - B)\ P^{-B}.\ h(N^s)$$ [5]

Si se invierte la función de oferta de trabajo y se multiplica por P:

$$P/W = P/(P^{1-B}.\ h(N^s))$$

5 Nótese que $(1\text{-}B).\ P^{-B}.\ h(N^S) < P^{-B},\ h(N^S)$

entonces $P/W \cdot \partial W/\partial P = 1 - B$. O sea si $0 < B < 1$, los trabajadores incrementan sus peticiones salariales nominales (W), a cada nivel de N^S, cuando se incrementa P (Esto es: no sufren de ilusión monetaria total).

Sin embargo los incrementos de W son tales que no alcanzan a compensar la pérdida en el salario real (W/P) por efecto del incremento en P. Por tanto dado que $0 < 1 - B < 1$ entonces $0 < \partial W/\partial P \cdot P/W < 1$

o sea que los incrementos en el salario nominal por efectos del cambio en el nivel de precios son positivos pero menores que en el caso clásico.

Si suponemos que no se presentan problemas de agregación de las funciones de oferta de trabajo de las familias, la función de oferta de trabajo en general, sería:

$$\left.\begin{aligned} & W = P^{1-B} \cdot h(N^S) \quad \text{ó} \quad W = q(N^S, P) \\ & \text{donde} \quad \partial W/\partial N = q_1 > 0 \\ & \text{y} \quad \partial W/\partial N = q_2 = (1 - B) \cdot P^{-B}\, h(N^S) \leqslant P^{-B} \cdot h(N^S) \end{aligned}\right\} \quad (4.b.)$$

Para completar la especificación del mercado de trabajo, hay que agregarle a la oferta (4.b.) y a la demanda (4.a.) de trabajo, la condición de equilibrio:

$$N^D = N^S = N$$

entonces el mercado de trabajo en equilibrio está determinado por:

$$W = q(N, P) = P \cdot f(N), \text{ ó } W = P^{1-B} \cdot h(N) = P \cdot f(N) \qquad (5)$$

de aquí se sigue que

$$f(N) = P^{-B} \cdot h(N) \text{ y dado (4.b.) } q_2 = (1 - B) \cdot P^{-B} \cdot h(N) \leqslant f(N) \text{ ó}$$

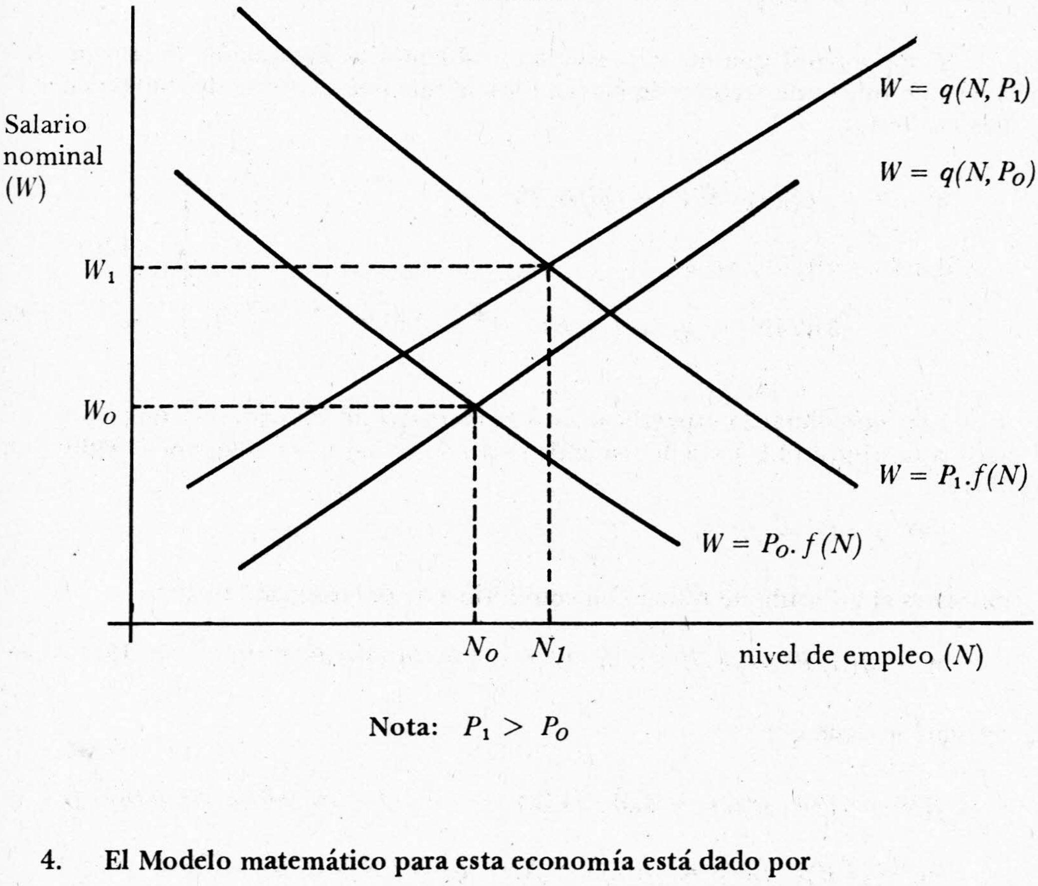
$$q_2 = (1-B) \cdot f(N) \leqslant f(N) \therefore f(N) - q_2 = f(N) - (1-B) \cdot f(N) \leqslant 0, \text{ ó}$$

$$f(N) - q_2 = f(N) \cdot B \geqslant 0$$ [6].

6 Obviamente la diferencia será cero cuando no se presenta ilusión monetaria de la oferta de trabajo, o sea $B = 0$. Esta propiedad será utilizada más adelante.

El Gráfico No. 6 ilustra el cambio del equilibrio de mercado de trabajo por cambios en el nivel de precios, cuando se *supone ilusión monetaria* de la oferta de trabajo ($0 < B < 1$).

Gráfico No. 6
EQUILIBRIOS DEL MERCADO DE TRABAJO, CON *DIFERENTES* NIVELES DE PRECIOS Y SUPONIENDO ILUSION MONETARIA *PARCIAL*



Nota: $P_1 > P_O$

4. **El Modelo matemático para esta economía está dado por**

$$y\text{-}c(y\text{-}t(y))\text{-}\ i(r) - g = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{M}{P} - L(r, y) = 0 \qquad (2)$$

$$y - F(N) = 0 \qquad (3)$$

$$W - P\cdot f(N^D) = 0\,, \qquad f' < 0 \qquad (4a)$$

$$W = q(N^S, P)\,,\ q_1 > 0,\ P^{-B}\cdot\ q(N^S, P) \geqslant q_2 \geqslant 0 \qquad (4b)^7$$

$$P\cdot f(N) - q(N, P) = 0. \qquad (5)$$

El jacobiano de este sistema es

$$J = \begin{bmatrix} 1-c'(1-t') & -i' & 0 & 0 & 0 \\ -L_2 & -L_1 & -M/P^2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -f(N) & 0 \\ 0 & 0 & -f(N) & -P.f' & 0 \\ 0 & 0 & f\text{-}q_2 & Pf'-q_1 & 1 \end{bmatrix}$$

El *determinante*[8] de J es Ω, o sea: $|J| = \Omega$

$$\Omega = f^2 B \left\{ i'L_2 + L_1\,(1-c'(1-t')) \right\} -'M(Pf'-q_1)/P^2 \qquad (6)$$

Ω es negativo ya que B, f, L_2, $(1\text{-}c'(1\text{-}t'))$, P, M, q_1 son positivos; i', L_1, f' son negativos. Por tanto el modelo *tiene solución* de equilibrio[9], *excepto* si $i'=0$ y $B=0$ pues se sigue que $\Omega = 0$.

---

7 La ecuación (4.b) es redundante. Tenemos cinco ecuaciones linealmente independientes, cinco variables endógenas (y, r, P, N. W) y dos variables exógenas (g, M) y una función exógena ($t(y)$).

8 Nota: recuerde que $f - q_2 = fB$.

9 Según el teorema de la función implícita. Véase por ejemplo Spivack, M. (1965) p. 39.

5. Pendientes de la demanda agregada y la oferta agregada de producto

El lado de la demanda está constituido por los mercados de bienes y monetario. La demanda agregada (*DD*) es el conjunto de pares (y, P), que satisfacen el equilibrio de ambos mercados, esto es, satisfacen las ecuaciones (1) y (2). Para obtener su pendiente $(\partial y/\partial P)$ *DD* diferenciamos totalmente (1) y (2) con respecto a P:

$$\frac{\partial y}{\partial P} \quad -c'(1\text{-}t')\frac{\partial y}{\partial P} \quad -i'\frac{\partial r}{\partial P} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{-M}{P^2} \quad -L_2 \,.\, \frac{\partial y}{\partial P} \quad -L_1 \frac{\partial r}{\partial P} = 0 \tag{8}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} 1\text{-}c'(1\text{-}t') & -i' \\ -L_2 & -L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial y/\partial P \\ \partial r/\partial P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M/P^2 \end{bmatrix}$$

(Por la regla de Cramer)

$$\left.\frac{\partial y}{\partial P} = \right|_{DD} \frac{\begin{vmatrix} o & -i' \\ M/P^2 & -L_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1\text{-}c'(1\text{-}t')\text{-}i' & \\ -L_2 & -L_1 \end{vmatrix}} = \frac{i'M/P^2}{-L_1\,[1\text{-}c'(1\text{-}t')]\,-L_2 i'} \tag{9}$$

$\left.\frac{\partial y}{\partial P}\right|_{DD}$ es *negativo* en general: su numerador es negativo y su denominador positivo, dado que: L_1, i' son negativos y M, P, $L_2 (1\text{-}c'(1\text{-}t'))$ son positivos.

$$\therefore \begin{array}{l} L_1 \quad [1\text{-}c'(1\text{-}t')] \quad < \quad 0 \\ -L_1 \quad [1\text{-}c'(1\text{-}t')] \quad -L_2\, i' \quad > \quad 0 \end{array}$$

O sea la pendiente $(\partial y/\partial P)$ *DD* de la demanda agregada es *negativa.*

Siguiendo el Gráfico No. 7 podemos hacer una interpretación económica de esta relación inversa entre P y y de equilibrio: si P aumenta, decrece la oferta real de dinero (M/P), y aparece un exceso de demanda de dinero que hace aumentar la tasa de interés y por ende disminuir la inversión y el ingreso (vía multiplicador). Además el exceso de demanda de dinero desaparece por el incremento en la tasa de interés $(L_1 < 0)$ y la disminución del ingreso $(L_2 > 0)$.

Gráfico No. 7

LAS VARIACIONES DEL NIVEL DE PRECIOS Y LA DERIVACION DE LA DEMANDA AGREGADA (*DD*)

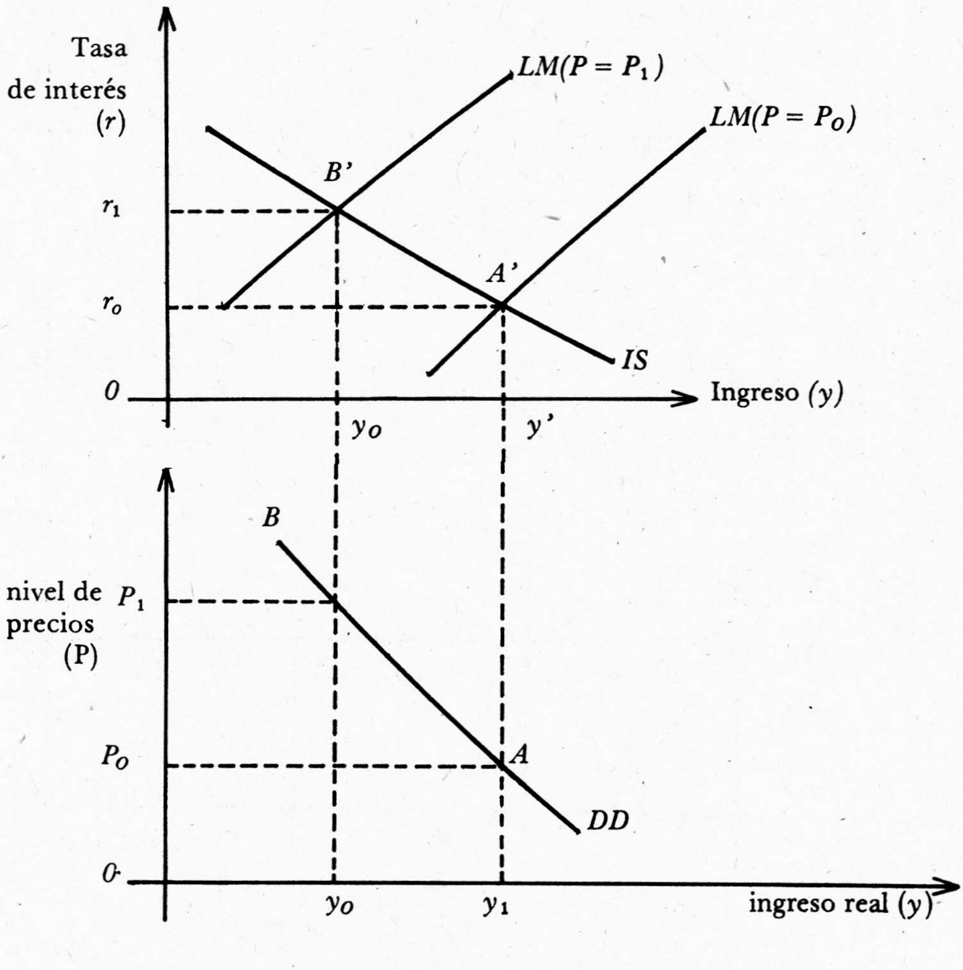
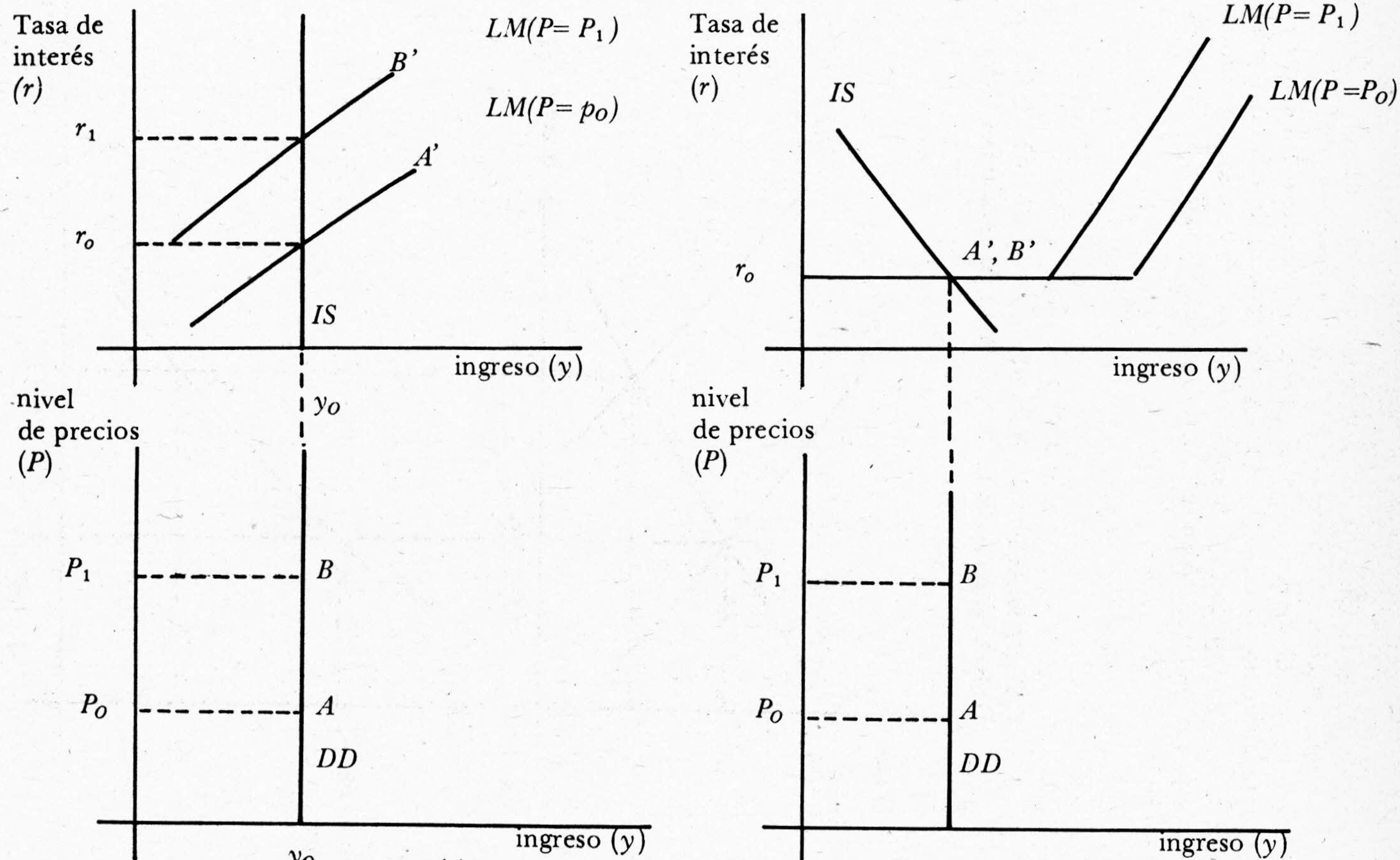


Gráfico No. 8

DEMANDA AGREGADA (*DD*) PARA LOS DOS CASOS FISCALISTAS



(a)
Nota: Si $i' = 0$

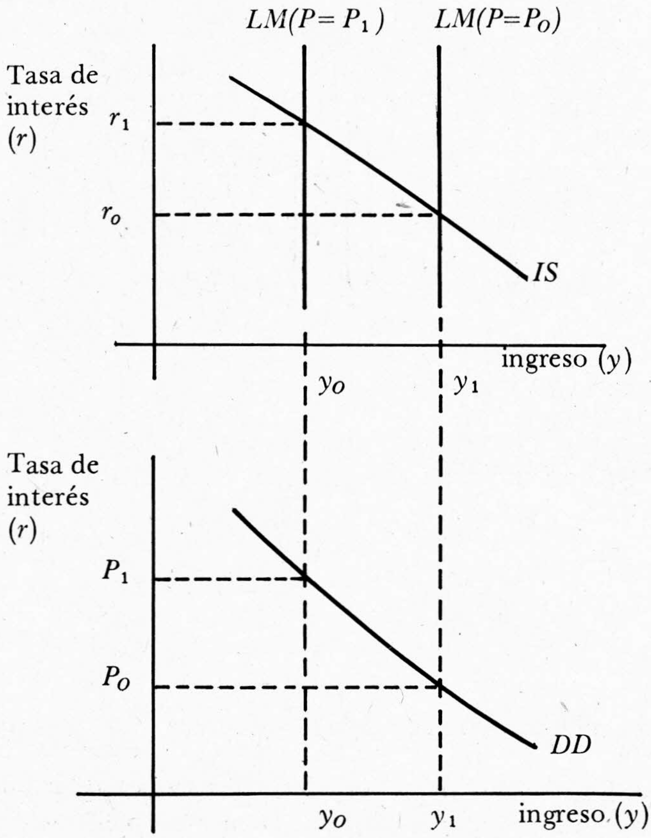
(b)
Nota: Si $L_1 = \infty$

En el caso fiscalista (Gráfico No. 8) se *supone* $i' = 0$ esto es: inelasticidad de la inversión con respecto a la tasa de interés) ó $L_1 = -\infty$ (esto es: la "trampa de la liquidez" o demanda absoluta de liquidez). En ambos casos $\partial y/\partial P = 0$, o sea la demanda agregada es independiente del nivel de precios y la demanda agregada (DD) es vertical en el plano (y, P) pues $\partial P/\partial y = +\infty$:

En el caso monetarista, (Gráfico No. 9) se supone $L_1 = 0$ (o sea: inelasticidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés). El denominador de $\partial y/\partial P$ toma un valor mínimo y por tanto $\partial y/\partial P = M/P^2 L_2$ es máximo. Entonces se hace máximo el efecto que sobre la demanda agregada tiene la variación en el nivel de precios (vía el mercado monetario).

Gráfico No. 9

LA DEMANDA AGREGADA (*DD*) PARA EL CASO MONETARISTA



El lado de la oferta de la economía está constituido por el mercado de trabajo y las posibilidades productivas máximas (la función de producción). La oferta agregada de producto (SS) es el conjunto de pares (y, P) que equilibran el mercado de trabajo y satisfacen la función de producción. Para obtener su pendiente $(\partial y/\partial P)$ SS, diferenciamos (3), (4a) y (5) con respecto a P tenemos:

$$\frac{\partial y}{\partial P} - f \frac{\partial N}{\partial P} = 0 \tag{10}$$

$$-f(N) - P.f' \frac{\partial N}{\partial P} + \frac{\partial W}{\partial P} = 0 \tag{11}$$

$$f(N) - P.f' . \frac{\partial N}{\partial P} - q_2 . \frac{\partial N}{\partial P} - q_2 = 0 \tag{12}$$

O sea:

$$\begin{bmatrix} 1 & -f & 0 \\ 0 & -Pf' & 1 \\ 0 & -(Pf' - q_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial y/\partial P \\ \partial N/\partial P \\ \partial W/\partial P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f(N) \\ -fB \end{bmatrix}$$

recordando que $f(N) - q_2 = fB$

$\therefore$ (Por la regla de Cramer)

$$\left.\frac{\partial y}{\partial P}\right|_{SS} = - \frac{f^2 B}{Pf' - q_1} \tag{13}$$

La pendiente de la oferta agregada de producto $\left.\frac{\partial y}{\partial P}\right|_{SS}$ es positiva, pues f, B, P, q, son positivos y f' negativo. Sin embargo su numerador es mayor según el grado de ilusión monetaria (B). O en otras palabras: $\partial y/\partial P$ SS es máxima para $B = 1$ y tiende a cero a medida que B tiende a cero (al caso clásico).

En el Gráfico No. 10 se ilustran los dos casos extremos y el intermedio de la oferta agregada de producto:

SS_I: caso clásico. $(\partial y/\partial P)_{SS} = 0$, si $B = 0$.

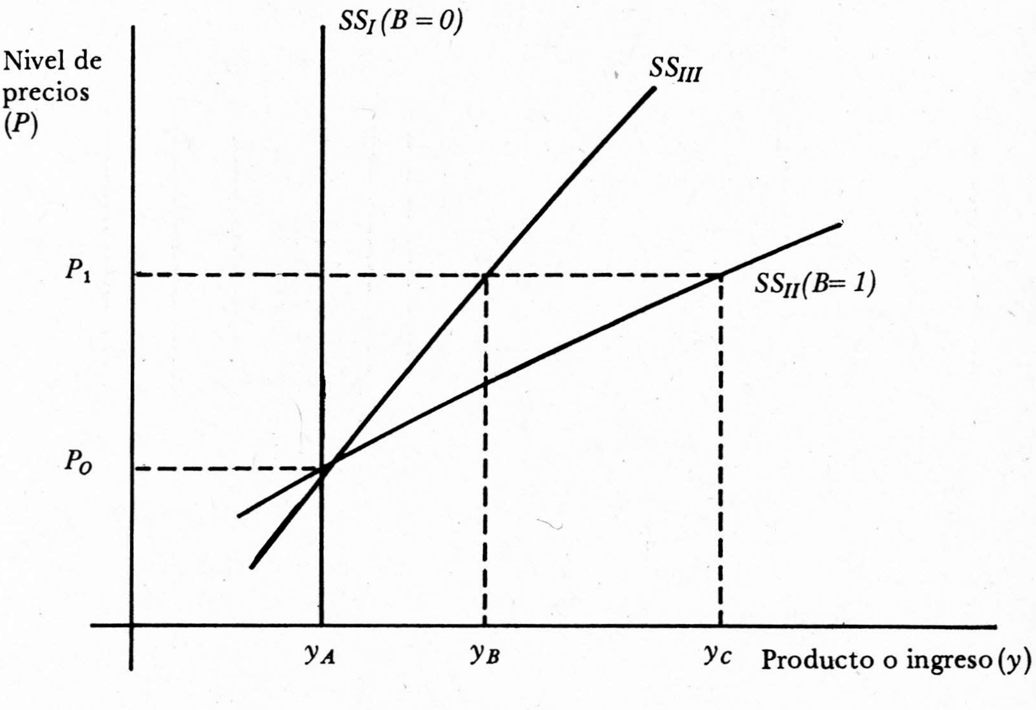
SS_{II}: caso ilusión monetaria *total* ($B = 1$)

$$(\partial y/\partial P)_{SS} = -f^2/(Pf' - q_1).$$

SS_{III}: caso ilusión monetaria *parcial* ($0 < B < 1$)

$$(\partial y/\partial P)_{SS} = -f^2 B/(Pf' - q_1).$$

Cuadro No. 10
LA OFERTA AGREGADA DE PRODUCTO, BAJO *TRES* SUPUESTOS ALTERNATIVOS DE *ILUSION MONETARIA*



II. LA POLITICA FISCAL

A. El multiplicador del gasto público (g)

Derivando (1), (2), (3), (4a) y (5) con respecto a g, tenemos:

$$1 - c'(1-t') \cdot \frac{\partial y}{\partial g} - \frac{\partial r}{\partial g} - 1 = 0 \qquad (16.a)$$

$$L_2 \cdot \frac{\partial y}{\partial g} - L_1 \cdot \frac{\partial r}{\partial g} - \frac{M}{P^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial g} = 0 \qquad (16.b)$$

$$\frac{\partial y}{\partial g} - f(N), \frac{\partial N}{\partial g} = 0 \qquad (16.c)$$

$$-f(N) \cdot \frac{\partial P}{\partial g} - P \cdot f' \frac{\partial N}{\partial g} + \frac{\partial W}{\partial g} = 0 \qquad (16.d)$$

$$f(N) \cdot \frac{\partial P}{\partial g} - q_2 \frac{\partial P}{\partial g} + (Pf' - q_1) \frac{\partial N}{\partial g} = 0 \qquad (16e)$$

O sea:

$$\begin{bmatrix} 1 - c'(l-t') & -i' & 0 & 0 & 0 \\ -L_2 & -L_1 & -M/P_2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -f(N) & -P.f' & 1 \\ 0 & 0 & f-q_2 & Pf'-q_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial y/\partial g \\ \partial r/\partial g \\ \partial P/\partial g \\ \partial W/\partial g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (17)^{10}$$

De (17) y por la regla de Cramer:

$$\frac{\partial y}{\partial g} = \frac{1}{\Omega} \left\{ Bf^2 \cdot L_1 \right\} \qquad (18)^{11}$$

---

10 Nota: recuerde que $f-q_2 = f.B.$

11 $\Omega = |J|$, ver ecuación (6).

Dado que L_1, Ω son negativos y f positivo, entonces:

a. Caso fiscalista

La política fiscal es *eficaz* si existe ilusión monetaria *total* o *parcial* por parte de la oferta de trabajo[12] y la demanda de dinero es sensible a la tasa de interés.

O sea, si $0 < B \leqslant 1$ y $L_1 \neq 0$

entonces $\partial y/\partial g > 0$

b. Caso clásico

La política fiscal es *ineficaz* si *no* existe ilusión monetaria de la oferta de trabajo o sea, si

$B = 0$ entonces $\partial y/\partial g = 0$

En este caso el ingreso (y) está determinado por el mercado de trabajo y la función de producción y es independiente de la demanda agregada y el nivel de precios.

3. Caso monetarista

La política es *ineficaz* si la demanda de dinero es insensible a la tasa de interés aunque exista ilusión monetaria de la oferta de trabajo. O sea si

$L_1 = 0$ y $0 < B \leqslant 1$

entonces $\partial y/\partial g = 0$

En otros términos, para los monetaristas el nivel de la demanda agregada (DD) está determinado por el mercado monetario independientemente del nivel de la tasa de interés por lo tanto un aumento en la demanda agregada por un incremento en el gasto público (g) debe estar acompañado de un incremento de la tasa de interés que "desaloje" inversión privada en una cantidad tal que el incremento neto en la demanda agregada sea nulo (véase sección siguiente).

12 Nótese que $\partial y/\partial g$ crece con B, ya que el numerador ($Bf^2 L_1$) crece proporcionalmente con B mientras el denominador Ω crece menos que proporcionalmente (ver ecuación 6).

En conclusión el multiplicador del gasto público es *positivo o nulo* dependiendo de las características de los mercados monetario, de bienes y de trabajo.

B. El "desalojo" de la inversión privada por el gasto público ($\partial i/\partial g$).

De (17) y por la Regla de Cramer:

$$\frac{\partial r}{\partial g} = \frac{(-1)}{\Omega} \left\{ L_2 f^2 B \;\; - M/P^2 \;\; (Pf' - q_1) \right\} \tag{19}$$

$\partial r/\partial g$ es *positivo* pues el numerador y el denominador son negativos, ya que B, L_2, f, M y P son positivos, y $(Pf' - q_1) < 0$.

El "desalojo" es

$$\frac{\partial i}{\partial g} = \frac{\partial i}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial g} = i' \cdot \frac{\partial r}{\partial g} < 0, \quad \text{ya que } i' < 0 \text{ y } \partial r/\partial g > 0$$

Por la definición anterior, dadas (19) y (6) y reagrupando términos

$$\frac{\partial i}{\partial g} = - \frac{f^2 B \cdot \; i' \cdot L_2 \; - i'M(Pf' - q_1)/P^2}{\left\{ f^2 B \cdot \; i' \cdot L_2 \; - i'M(Pf' - q_1)/P^2 \right\} + f^2 B \cdot \; L_1 \; (1 - c'(1 - t'))} \qquad (20)^{13}$$

De (20) se deduce que las relaciones entre los parámetros i', B, L_1 con $\partial i/\partial g$ es directa para el primero e inversa para los dos últimos. O sea que a *mayor* elasticidad de la inversión con respecto a la tasa de interés *mayor* es el "desalojo" de la inversión privada por el gasto público. A *menor* ilusión monetaria de la oferta de trabajo *mayor* el "desalojo". Y por último a *menor* sensibilidad de la demanda de dinero (L_1) con respecto a la tasa de interés (r) *mayor* el desalojo. O en otras palabras, ceteris paribus a menor L_1 se necesitan mayores incrementos en r para anular el mismo exceso de demanda monetaria y por tanto mayor "desalojo" de i.

a. Caso clásico

---

13 Nota: en general el valor absoluto de $\partial i/\partial g$ *es menor que la unidad,* dado que su numerador es menor que el denominador.

Si se trata del caso clásico: $B = 0$ entonces de (20):

$$\frac{\delta i}{\delta g} = i' \cdot \frac{\delta r}{\delta g} = \frac{(-1)\ \{-i'M(Pf'-q_1)/P^2\}}{\{-i'M(Pf'-q_1)/P^2\}} = -1 \qquad (20.1)$$

Esto es el "desalojo" es del 100o/o ó la variación de la inversión es de *igual magnitud y de signo contrario* a la variación del gasto público, en el caso clásico.

b. Caso fiscalista

Para el caso fiscalista: $i' = 0$ ó $L_1 = -\infty$, entonces de (20):

$\delta i/\delta g = 0$ esto es: *no* habría desalojo de la inversión por parte del gasto público.

c. Caso monetarista

En el monetarista: $L_1 = 0$, de (20) tenemos $\frac{\delta i}{\delta g} = -1$ o sea un resultado idéntico al clásico, mas no por propiedades del mercado de trabajo, sino del mercado monetario.

C. El comportamiento de los salarios real y monetario y el nivel de precios, ante incremento en el gasto

De (17) y por la regla de cramer:

$$\frac{\delta P}{\delta g} = \frac{-L_1\ (Pf'-q_1)}{\Omega} > 0 \qquad (22)$$

ya que $-L_1 < 0,\ \Omega < 0,\ Pf'-q_1 < 0$

análogamente: $$\frac{\delta W}{\delta g} = \frac{-Li}{\Omega}\ (-Pff' + fq_1 - Pf'f + fBf') > 0, \qquad (23)$$

ya que $L_1 < 0,\ \Omega < 0,$ y el polinomio del numerador es positivo (pues $B > 0,\ P > 0,\ f > 0,\ f' < 0,\ Pf'-q_1 < 0$).

Reescribiendo (22) tenemos que:

$$\frac{\partial P}{\partial g} = \frac{-1}{\{f^2[(i'L_2/L_1) + (1\text{-}c'(1\text{-}t'))]/(Pf'-q_1)\} - i'M/P^2L_1} \qquad (24)$$

Por lo tanto la variación en el nivel de precios depende:

1 Inversamente de B. O sea cuando se presenta ilusión monetaria total por parte de la oferta de trabajo ($B = 1$), el incremento del nivel gral. de precios $\partial P/\partial g$ toma valores positivos, *pero menores* al caso de ilusión monetaria parcial o nula ($1 > B \geqslant 0$). Si $B = 0$ (modelo clásico) el denominador de la fracción toma un valor *mínimo* y $\partial P/\partial g$ su valor *máximo:* $\frac{\partial P}{\partial g} = \frac{P^2 L_1}{i'M}$

2 Inversamente del valor absoluto de i' (la sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés). O sea la presión del gasto público sobre el ingreso y de éste sobre el mercado monetario, hace crecer la tasa de interés y *caer* la inversión cuando $|i'|$ es "alto", evitando que la demanda agregada crezca "mucho" y presione el nivel general de precios hacia arriba (esto es: si $|i|$ es "alto" la demanda agregada crece menos y asimismo el nivel de precios).

3 Directamente de L_1 (la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés). Esto es, a mayor valor de L_1, se requieren menores variaciones en r para reversar el desequilibrio monetario generado (vía ingreso) por el incremento en el gasto público (g). Y a menor variación en r, menor "desalojo" de inversión, por esta vía y por tanto mayor presión de la demanda agregada sobre el nivel de precios.

4 Inversamente de f (productividad marginal del trabajo). A mayor f menor es el incremento en P generado por un incremento de la demanda agregada vía gasto público. O sea como la oferta agregada de producto es más elástica, la presión de la demanda agregada no produce altos incrementos en P.

Ahora pasemos al efecto sobre el salario monetario. Reescribiendo la ecuación (23), tenemos:

$$\frac{\partial W}{\partial g} = \frac{-L_1 \{f(Pf'-q_1) + Pf'(f.B)\}}{f^2B\{i'L_2 + L_1(1\text{-}c'(1\text{-}t))\} - i'M(Pf'-q_1)/P^2} \qquad (25)$$

La variación en el nivel de salario monetario (W) depende, también, inversamente de i' y directamente de L_1.

Además en el caso clásico: $B = 0$

$$\frac{\partial W}{\partial g} = \frac{L_1 f P^2}{i'M}$$

Note que en este caso clásico:

$$\frac{1}{W} \cdot \frac{\partial W}{\partial g} = \frac{1}{Pf} \cdot \frac{L_1 f P^2}{i'M}$$ (recuerde que según la ecuación (4.a) $W = P.f(N)$)

y que,

$$\frac{1}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial g} = \frac{1}{P} \cdot \frac{L_1 P^2}{i'M} = \frac{L_1 P}{i'M}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{W} \cdot \frac{\partial W}{\partial g} = \frac{1}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial g} = \frac{L_1 P}{i'M}$$

O sea que la tasa de crecimiento del salario nominal *es igual* a la del nivel general de precios y por lo tanto la tasa de variación del salario real (W/P) *es nula* cuando se aplica una política fiscal en el modelo clásico.

Si hay ilusión monetaria total ($B = 1$), de (24) y (25), obtenemos respectivamente:

$$\frac{\partial P}{\partial g} = \frac{-1}{\{f^2 [(i'L_2/L_1) + (1-c'(1-t'))]/(Pf'-q_1)\} - i'M/P^2 L_1} \qquad (26)$$

$$\frac{\partial W}{\partial g} = \frac{-[f(Pf'-q_1) - Pf'f]}{f^2 [(i'L_2/L_1) + (1-c'(1-t'))] - [i'M(Pf'-q_1)/P^2 L_1]}$$

ó

$$\frac{\partial W}{\partial g} = \frac{(-f)\,[1-(Pf'/(Pf'-q_1))]}{\{f^2\,[(i'L_2/L_1) + (1-c'(1-t'))]/(Pf'-q_1)\,\} - i'M/P^2 L_1} \tag{27}$$

Obsérvese que, ambas fracciones (26) y (27) tienen igual denominador.

Si llamamos Σ el denominador común de (26) y (27) y calculamos las tasas de cambio de P y W, obtenemos:

$$\frac{1}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial g} = \frac{-1}{P.\Sigma} \tag{28}$$

y dado que $W = P.f(N^D)$ (4.a), entonces:

$$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial g} = \frac{1}{fP} \cdot \frac{(-f)[1-(Pf'/(Pf'-q_1))]}{\Sigma}$$

ó

$$\frac{1}{W}\quad\frac{\partial W}{\partial g} = \frac{[1-(Pf'/(Pf'-q_1))]}{P \cdot \Sigma} \tag{29}$$

Ahora necesitamos comparar (28) y (29):

Note que $Pf'-q_1 < Pf' < 0$. Ya que $f' < 0, P > 0, q_1 > 0$. Por lo tanto $0 < Pf'/(Pf'-q_1) < 1$ y $0 < 1 - Pf'/(Pf'-q_1) < 1$

dado este último resultado, podemos comparar (28) y (29):

$$1/P.\ \partial P/\partial g > 1/W .\ \partial W/\partial g$$

O sea que, en este caso de ilusión monetaria total, los salarios *reales* tienen una tasa de cambio *negativa* cuando hay Política Fiscal, ya que el nivel de precios crece más que el nivel del salario nominal.

IV. POLITICA MONETARIA

Derivando (1), (2), (3), (4a) y (5) con respecto M y escribiendo en forma matricial.el conjunto de ecuaciones resultante, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} 1-c'(1-t') & -i' & 0 & 0 & 0 \\ -L_2 & -L_1 & -M/P_2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -f(N) & 0 \\ 0 & 0 & -f(N) & -P.f' & 0 \\ 0 & 0 & f-q_2 & (Pf'-q_1) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial y/\partial M \\ \partial r/\partial M \\ \partial P/\partial M \\ \partial N/\partial M \\ \partial W/\partial M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(30)[14]

A. Efectos de la Política Monetaria sobre el nivel de Ingreso

De (36) y por la regla de Cramer:

$$\frac{\partial y}{\partial M} = \frac{i'f^2 B}{P\Omega} > 0 \qquad (31)^{15}$$

Caso clásico $B = 0$ (ausencia de ilusión monetaria)

$\frac{\partial y}{\partial M} = 0,$ debido a que el numerador es nulo y Ω es diferente de cero. o sea la política monetaria no afecta el nivel de ingreso de equilibrio.

Caso fiscalista: $i' = 0$ (inelasticidad de la inversión con respecto a la tasa de interés).

$\frac{\partial y}{\partial M} = 0,$ pues el numerador es nulo y el denominador es negativo. Esto significa que si bien la tasa de interés puede bajar por efecto de la política monetaria, ello no afecta la inversión ni la demanda agregada. O sea que la política monetaria, no afecta el nivel de ingreso de equilibrio.

---

14 Recuerde que $f-q_2 = fB$.

15 Nota: el numerador y el denominador son negatios pues $i' < 0$, $\Omega < 0$ y B, P, f, $f-q_2$ son positivas.

O si $L_1 = -\infty$ (trampa de la liquidez) entonces $\Omega = -\infty$ y por lo tanto $\partial y/\partial M = 0$, ya que la demanda "absoluta" por liquidez absorbe el exceso de oferta monetaria (por $\Delta M > 0$) impidiendo que se altere la tasa de interés y por ende la inversión.

Caso monetarista, $L_1 = 0$ *(insensibilidad de la demanda de dinero a la tasa de interés).*

En este caso Ω toma el valor mínimo (en términos absolutos) y $\partial y/\partial M$ su valor máximo. Por lo tanto la política monetaria alcanza un máximo de efectividad[16].

$$\frac{\partial y}{\partial M} = \frac{i'f^2\ B/P}{f^2 BL_1\ (1\text{-}c'\ (1\text{-}t')) - i'M(Pf'-q_1)/P^2} \qquad (32)$$

B. Efectos de la Política Monetaria sobre la tasa de interés

De (30) y por la regla de Cramer tenemos:

$$\frac{\partial r}{\partial M} = \frac{f^2 B\ \ (1\text{-}c'\ (1\text{-}t'))}{P\Omega} \leqslant 0 \qquad (33)^{17}$$

1. *Caso fiscalista*

Para el caso de "la trampa de la liquidez" ($L_1 = -\infty$) $\Omega = -\infty$ entonces sustituyendo en (23) tenemos:

---

16 Sin embargo un modelo "más" monetarista exigiría ecuaciones diferentes (más complejas matemáticamente) en el mercado de trabajo que representa la hipótesis de las "expectativas" de la inflación que supone que los obreros negocian un *salario real esperado* (diferente al salario real corriente). Esto traería consigo, después de cierto lapso de tiempo que permita la "adaptación", cambios autónomos rezagados en la función de oferta de trabajo que haría reducir el nivel de empleo N y aumentar el salario real W, disminuir la oferta agregada de producto a cada nivel de precio y aumentar el nivel de precios P. En resumen para los monetaristas la Política Monetaria tendría cierta efectividad de corto plazo, más no de mediano o largo plazo. En el largo plazo la tasa de desempleo se ajustaría a la tasa "natural" de desempleo (véase, por ejemplo, Friedman, (1968)).

17 Nota: su numerador es negativo y su denominador es positivo, pues $\Omega < 0$ y P, B, f, $(1\text{-}c'(1\text{-}t'))$ son positivos.

$\partial r/\partial M = 0$

O sea que la tasa de inte ́ no disminuye ya que la demanda absoluta por la liquidez absorbe todo el exceso de oferta asociada a $\Delta M > 0$.

Pero en el caso de la inversión insensible a la tasa de interés ($i' = 0$), Ω disminuye a $\Omega = L_1 f^2 B(1-c'(1-t'))$

Y entonces $\partial r/\partial M$ toma un valor "mayor", en términos absolutos:

$$\partial r/\partial M = 1/PL_1 \qquad (33.1)$$

Note que la variación en la tasa de interés depende exclusivamente del nivel de precios vigente (P) y de la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés (L_1).

2. *Caso clásico*

La ausencia de ilusión monetaria de la oferta de trabajo ($B = 0$) implica que:

$\partial r/\partial M = 0$

Veremos más adelante que el nivel de precios (P) crece en igual proporción en la oferta monetaria nominal (M) dejando la oferta monetaria real (M/P) inalterada y de allí los efectos nulos sobre r.

3. *Caso monetarista*

La *insensibilidad* de la demanda de dinero respecto a la tasa de interés ($L_1 = 0$) implica una disminución en Ω y una mayor variación (disminución) en la tasa de interés.

C. Efectos de Política Monetaria sobre el nivel de precios, el salario monetario y el salario real

1. El nivel de precios

De (30) y por la regla de Cramer:

$$\frac{\partial P}{\partial M} = \frac{-i'(Pf'-q_1)}{P\Omega} > 0 \qquad (34)$$

$\frac{\partial P}{\partial M}$ es positivo pues, en general tanto el numerador como el denominador son negativos, ya que $(i', (Pf'-q_1), \Omega) < 0$ y $P > 0$

Ahora veamos la tasa de crecimiento del nivel de precios vs. la de la oferta nominal de dinero (M):

$$\frac{M}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial M} = \frac{-i'M(Pf'-q_1)/P^2}{f(f-q_2)\ \ i'L_2 + L_1(1-c'(1-t')) - i'M(Pf'-q_1)/P^2} \leqslant 1 \qquad (35)$$

ya que el numerador es evidentemente menor (en términos absolutos) que el denominador. La única excepción es el caso clásico para el cual *no hay* ilusión monetaria de la oferta de trabajo ($B = 0$ ó $f-q_2 = fB = 0$) y por lo tanto el numerador y el denominador se hacen iguales.

O sea: $\frac{M}{P} \times \frac{\partial P}{\partial M} = 1$

Esto es: el nivel de precios crece a igual tasa que la masa monetaria (y así la oferta monetaria real (M/P) no se altera, e idem para r en este caso).

De (34) se sigue que la variación del nivel de precios *decrece* con la mayor ilusión monetaria (ie.: el denominador aumenta cuando B tiende a la unidad).

Para el caso fiscalista de inversión exógena ($i' = 0$), como para la trampa de la liquidez ($L_1 = -\infty$), el nivel de precios no se altera ($\partial P/\partial M = 0$) ya que la demanda agregada de producto permanece constante. En el primer caso aunque la tasa de interés cae por efecto de la expansión monetaria, la demanda de inversión no se altera debido a $i' = 0$ y para el segundo, la tasa de interés no se altera, pues el incremento de la oferta monetaria es absorbido totalmente por una demanda "absoluta" de saldos monetarios especulativos.

2. El nivel de salario nominal

De (30) y por la regla de Cramer, tenemos:

$$\frac{\partial W}{\partial M} = \frac{-i' \{ f(Pf'-q_1) - Pf'(f-q_2) \}}{P\ \Omega} \qquad (36)$$

$\dfrac{\partial W}{\partial M}$ es positivo pues:

$i' < 0,$

$f(Pf' - q_1) - Pf'(f - q_2) \quad = -q_1 f + \quad Pf' q_2 < 0$

y el denominador ($P\,\Omega$) es también negativo.

La tasa de crecimiento del salario nominal contra la de la oferta nominal de dinero es:

$$\frac{M}{W} \cdot \frac{\partial W}{\partial M} = \frac{M}{P.f} \cdot \frac{(-i) \quad [\, f(Pf' - q_1) - Pf'(f - q_2)\,]}{P\,\Omega}$$

$$\frac{M}{W} \cdot \frac{\partial W}{\partial M} = - \frac{(M.i'/P^2 .f)\,[f(Pf' - q_1) - Pf'(f - q_2)\,]}{f(f - q_2)\,[\, i'L_2 + L_1(1 - c'(1 - t'))\,] \; - i'M(Pf' - q_1)/P^2} \tag{37}$$

a. En el caso clásico ($B = 0$) el numerador y denominador se igualan:

$$\frac{M}{W} \cdot \frac{\partial W}{\partial M} = \frac{-\,(Mi'/P^2) \quad (Pf' - q_1)}{-\,(Mi'/P^2) \quad (Pf' - q_1)} = 1$$

O sea, que el salario nominal crece en igual proporción a la masa monetaria. Por lo tanto los salarios reales se mantienen constantes pues, como se vio, el nivel general de precios crece a la misma tasa que la masa monetaria en el caso clásico.

b. Caso fiscalista ($i' = 0$ ó $L_1 = -\infty$ y $f - q_2 > 0$ ó $B > 0$).

Si $i' = 0$ entonces $\dfrac{M}{W} \cdot \dfrac{\partial W}{\partial M} = 0$: la caída de la tasa de interés ocasionada por la expansión monetaria no logra alterar el nivel de inversión ($i' = 0$), ni de la demanda agregada, ni del producto y tampoco afecta las condiciones del mercado de trabajo.

Si $L_1 = -\infty$ entonces $\dfrac{M}{W} \cdot \dfrac{\partial W}{\partial M} = 0$ ya que el numerador es finito y el denominador es infinito.

c. Caso monetarista ($L_1 = 0$ ó $B > 0$)

En este caso el denominador toma un valor mínimo y el incremento en salarios es máximo.

V. RESUMEN

Básicamente se han tocado tres aspectos: primero la *existencia* de una solución de equilibrio para el sistema, luego los efectos de la política fiscal y por último los efectos de la política monetaria.

A. Existencia de una solución de equilibrio

Una condición suficiente para la existencia de una solución localmente única[18], en un sistema de ecuaciones como el que representa nuestro modelo macroeconómico, es que Ω (el determinante del Jacobiano) sea diferente de cero. El determinante del Jacobiano es:

$$\Omega = f^2 B \left\{ i'L_2 + L_1 (1\text{-}c'(l\text{-}t')) \right\} - \frac{i'M}{P^2} (Pf'\text{-}q_1) \qquad (6)$$

$\Omega < 0$ en general, dado que, f, B, L_2, $(1\text{-}c'(1\text{-}t'))$, M y P, son positivos e i', L_1, $(Pf'\text{-}q_1)$ son negativos.

La inconsistencia clásica

Sin embargo cuando simultáneamente tenemos supuestos keynesianos en la demanda agregada (esto es: $i' = 0$ y/o $L_1 = -\infty$) y supuestos clásicos para la oferta agregada de producto (o sea: $B = 0$)[19] se presentan problemas para la existencia del equilibrio. La condición de $\Omega \neq 0$ no se cumple si $i' = 0$ y $B = 0$ pues Ω $(B = 0, i = 0) = 0$. Y para $L_1 = -\infty$ y $B = 0$, Ω también es nulo[20]. Entonces para ambos casos no existe solución. O sea que el modelo clásico no es consistente (no determina un equilibrio de las variables endógenas) para ciertas condiciones de la demanda agregada (restricciones

---

18 Localmente única quiere decir que en la vecindad del equilibrio, este es único. Las condiciones para ser globalmente único son más fuertes (véase Turnovky (1977) p. 32. Esta condición está dada por el teorema de la Función Implícita (Spivack, M. (1965), p. 39).

19 O en otras palabras cuando la Oferta y la Demanda agregadas son verticales y no se "cortan" (igualan) a ningún nivel de precios.

20 Es igual a un producto de cero por menos infinito mas una constante.

fiscalistas a la función de inversión o a la función de demanda de dinero –la trampa de la liquidez).

Pero esta "incosistencia" clásica puede resolverse, como lo indicó Pigou (1943) con la introducción del efecto Pigou en la función consumo. Esto consiste en la inclusión de una *nueva* variable (además del ingreso disponible) independiente, el valor *real* de la riqueza (a), que tendría efectos directos sobre el gasto en consumo.

a = A/P, donde A es el valor *nominal* de la riqueza y P el nivel general de precios. Por lo tanto dado A, el consumo, sería función del ingreso disponible ($\partial c/\partial y > 0$) y del nivel general de precios P[21] ($\partial c/\partial P = C_P < 0$).

La nueva ecuación del mercado de bienes y servicios es:

$$y - c(y-t(y),\ A/P) - i(r) - g = 0 \qquad (1.a)$$

y el nuevo modelo representado por el sistema de ecuaciones (1.a), (2), (3), (4) y (5) tendría el siguiente Jacobiano:

$$J^* = \begin{bmatrix} 1-c'(1-t') & -i' & -C_P & 0 & 0 \\ -L_2 & -L_1 & -M/P^2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & -f & -Pf' & 1 \\ 0 & 0 & fB & Pf'-q_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Si $\Omega^* = |J^*|$ es posible llegar a una expresión

$$\Omega^* = \Omega + L_1\ C_P\ (Pf'-q_1) \qquad (6a)$$

Tenemos a Ω^* en función de Ω el determinante del Jacobiano J para el modelo *inicial* (las ecuaciones (1), (2), (3), (4), (5)) en el cual la función consumo no tenía la riqueza ($a = A/P$) como variable independiente.

---

21 En tanto la disminución de P valoriza los componentes de la riqueza denominados en moneda.

Caso a: si $i' = 0$ y $B = 0$

$$\Omega^* (i' = 0, B = 0) = \Omega(i' = 0, B = 0) + L_1 C_P(Pf' - q_1)$$

como se vio en el numeral anterior

$$\Omega (i' = 0, B = 0) = 0$$

entonces

$$\Omega^* (i' = 0, B = 0) = L_1 C_P(Pf' - q_1)$$

cuyo signo es negativo pues L_1, C_P $(Pf' - q_1)$ son negativos

$$\Omega^* (i' = 0, B = 0) < 0 .$$

Caso b: Si $L_1 = -\infty$ y $B = 0$

Para evitar algunos problemas de indeterminación en el valor de Ω^*, reemplazamos en (6.a) el valor de Ω dado por la ecuación (6) y luego reagrupamos términos para obtener

$$\Omega^* = f^2 B i' L_2 - (i'M(Pf' - q_1)P^2) + L_1 (f^2 B(1 - c')) + C_P(Pf' - q_1)) \quad (6.a.1)$$

entonces

$$\Omega^* (B = 0, L_1 = -\infty) = 0 - i'M(Pf' - q_1)/P^2 + (-\infty)(0 + C_P(Pf' - q_1))$$

$$\Omega^* (B = 0, L_1 = -\infty) = -\infty$$

ya que el segundo término de la suma es negativo (i', $(Pf' - q_1)$ negativos y M, P positivos) y el tercer término de la suma es un producto de menos infinito ($-\infty$) por una cantidad positiva $C_P(Pf' - q_1)$ (note que C_P y $(Pf' - q_1)$ son negativos), con la ilusión monetaria como parámetro.

Por lo tanto con el cambio en la forma de la función consumo se elimina la posibilidad de que el determinante del Jacobiano sea nulo o sea de que no exista solución localmente única para el modelo. Sin embargo, se puede objetar si esta solución será o no positiva (económicamente significativa) para todas las incógnitas o si existen problemas dinámicos para la convergencia y oportunidad del equilibrio (Patinkin (1948)). Una de las principales objeciones al efecto Pigou es el efecto Fisher, que consiste en que los agentes que tienen deudas denominadas en términos monetarios sufren una disminución de la riqueza, cuando desciende el nivel general de precios P, y por tanto disminuyen su nivel de consumo. Cuando suponemos que tal es el caso de los agentes con mayor propensión al gasto (inversionista y consumidores) el efecto Fisher dominaría al efecto Pigou y por tanto el nivel de precios y el gasto variarían en forma directa y no inversa como cuando opera el efecto Pigou. James Tobin (1980) hace notar que la existencia del efecto Fisher puede traer consecuencias curiosas sobre la pendiente de la función de demanda agregada (véase Anexo 1) y por tanto sobre la no unicidad del número de equilibrios posibles en un modelo macroeconómico como el que estamos considerando.

B. Efectos de las políticas Fiscal y Monetaria

Los efectos de estas políticas pueden ser significativos o por el contrario nulos según las hipótesis que se adopten con respecto a algunas funciones macroeconómicas (restricciones en los valores de los parámetros del modelo). Los cuadros No. 1 y No. 2 resumen tales efectos bajo los supuestos específicos de los casos extremos clásico, fiscalista y monetarista.

Cuadro No. 1

EFECTOS DE LA POLITICA FISCAL

	MODELO				
	Clásico	Fiscalista		Monetarista	Ecuación
Supuestos y restricciones especiales	$B = 0$ ó $f - q_2 = 0$	$1 > B > 0$ $i' = 0$	$1 > B > 0$ $L_1 = -\infty$	$B > 0, \; L_1 = 0$ (*corto plazo*)	
Efecto multiplicador $\partial y / \partial g$	0	$B f^2 L_1 / \Omega$		0	18
Incremento de r $\partial r / \partial g$	$-\frac{1}{i'} > 0$	> 0*	0	$-\frac{1}{i'} > 0$	19
"Desalojo" $-\frac{\partial i}{\partial g}$	100%	0		100%	20
Incremento relativo de P $\frac{1}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial g}$	$\frac{PL_1}{i'M} > 0$	$\frac{PL_1}{i'M} > \frac{1}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial g} > 0$		0	28
Incremento relativo de W $\frac{1}{W} \cdot \frac{\partial W}{\partial g}$	$\frac{PL_1}{i'M} > 0$	$\frac{1}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial g} > 1 \cdot \frac{\partial W}{\partial g} > 0$		0	29
Incremento relativo de W/P $\frac{1}{W/P} \cdot \frac{\partial (W/P)}{\partial g}$	0	< 0 **		0	28 29
Resultado Global	*Inefectividad* de la política fiscal para el empleo y el ingreso. Desalojo total de la inversión privada por el gasto público y estabilidad del salario real W/P pero inestabilidad de salario monetario y el nivel de precios.	*Efectividad* de la política fiscal para el empleo y el ingreso sin ningún desalojo de la inversión privada, con caída en el salario real (W/P), aunque el salario nominal y el nivel de precio aumenta.		*Inefectividad* de la política fiscal para el empleo y el ingreso. Desalojo total de la inversión privada por el gasto público, con estabilidad del nivel de precio, el salario monetario y el salario real.	

* Ver ecuación (19)

** Ver ecuaciones (28) y (29)

Cuadro No. 2
EFECTOS DE LA POLITICA MONETARIA

<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="4">MODELO</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Clásico</td><td colspan="2">Fiscalista</td><td>Monetarista</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Supuestos y restricciones especiales</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">$B = 0$ ó $f - q_2 = 0$</td><td colspan="2">$1 < B \leqslant 1$</td><td rowspan="2">$0 < B \leqslant 1$ (corto plazo)*
$L_1 = 0$</td></tr>
<tr><td>$i' = 0$</td><td>$L_1 = -\infty$</td></tr>
<tr><td>Variación del ingreso</td><td>32</td><td>0</td><td colspan="2">0</td><td>$i'f^2 B/P\,\Phi > 0$**</td></tr>
<tr><td>Variación de la tasa de interés
$\partial i/\partial M$</td><td>33</td><td>0</td><td>$1/PL_1 < 0$</td><td>0</td><td>$f^2 B(1-c'(1-t'))/P\,\Phi > 0$</td></tr>
<tr><td>Variación de la inversión
$\partial i/\partial M$</td><td>33</td><td>0</td><td colspan="2">0</td><td>$0 < i'f^2 B(1-c'(1-t))/P\,\Phi$</td></tr>
<tr><td>Elasticidad del nivel de precio
$(M/P\ .\ \partial P/\partial M)$</td><td>35</td><td>$1$</td><td colspan="2">$0$</td><td>$0 < -i'M(Pf' - q_1)/P^2\,\Phi < 1$</td></tr>
<tr><td>Elasticidad del salario monetario
$(M/W\ .\ \partial W/\partial M)$</td><td>37</td><td>$1$</td><td colspan="2">$0$</td><td>$0 < -i'M(f(Pf' - q_1) - Pf'(f - q_2))/P^2 f\,\Phi$ ***</td></tr>
<tr><td>Cambio relativo del salario real
$(P/W).\ \partial(W/P)/\partial M)$</td><td>35
37</td><td>0</td><td colspan="2">0</td><td>$i'f'(f - q_2)/fP\,\Phi < 0$</td></tr>
<tr><td>Resultado Global</td><td></td><td>La Política Monetaria es inefectiva y se presenta la dicotomía del sector real $(y, r, i, N, W/P)$ con el sector monetario (P, W).</td><td colspan="2">La Política Monetaria es inefectiva pues la inversión permanece constante debido a su insensibilidad con respecto a la tasa de interés $(i' = 0)$ ó a que la trampa de liquidez $(L_1 = -\infty)$ no permite un descenso de la tasa de interés. Dado que la demanda agregada de producto permanece invariable no se alteran el salario nominal, el salario real y el nivel de precios.</td><td>La Política Monetaria es efectiva, pues crecen el ingreso real, el empleo y la inversión (sin desalojo) por la caída en r. El incremento en la demanda agregada presiona hacia arriba el salario nominal y el nivel de precios, sin embargo el salario real disminuye.</td></tr>
</table>

*** Pero para el Monetarismo este "engaño" a la oferta de trabajo es temporal solamente y por tanto se retornará a un nivel de empleo "natural" después de un ajuste rezagado del salario nominal con respecto a la inflación para recuperar el salario "real" esperado". (Friedman (1968).**

**** donde** $\Phi \equiv \Omega\,(L_1 = 0) = f^2 BL_2 - (i'M/Pf' - q_1))/P^2$.

Note que $|\Phi| < |\Omega(L_1 < 0)|$

***** es menor que** $(M/P.\ \partial P/\partial M)$.

Anexo 1

LA PENDIENTE DE LA DEMANDA AGREGADA Y LOS EFECTOS PIGOU Y FISHER

El propósito de este anexo es considerar de nuevo la pendiente de la demanda agregada luego de introducir algunos cambios en la ecuación de gasto (ecuaciones 1 y 1.a). Se trata de los efectos que el cambio en el nivel general de precios P tiene en forma directa sobre el gasto[22] : el efecto Pigou y el efecto Fisher. El primero implica una relación inversa entre nivel de precios y el gasto ya que la valorización de la riqueza (la parte denominada en términos monetarios) ocasionada por una disminución del nivel general de precios, estimula el consumo. Lo contrario ocurre con el efecto Fisher que se traduce en una relación directa entre gasto e incremento en el nivel general de precios. Este efecto opera a través de disminución de riqueza ocasionada por la disminución del nivel general de precios, ya que los agentes que poseen deudas netas positivas, denominadas en moneda, ven disminuir su patrimonio y por tanto disminuyen el gasto. Los agentes endeudados serán los inversionistas y los consumidores, con alta propensión al gasto y con restricciones de liquidez. Por lo tanto, en lo que respecta al gasto, este efecto redistributivo de Fisher puede ser suficiente para dominar el efecto Pigou en sentido contrario.

A continuación vamos a estudiar la pendiente de la demanda agregada bajo estos escenarios alternativos:

La ecuación del mercado de bienes (1) debe ser reescrita ya que debemos considerar las nuevas relaciones debidas a los efectos Fisher y Pigou:

$$y - c((y - t\,(y)),\ P) \ - \ i(r,\ P) \ - g = 0 \qquad (1.c)$$

Para la ecuación anterior las relaciones funcionales entre los componentes endógenos del gasto (c, i) y el nivel general de precios P son las siguientes: si opera el efecto Pigou $\partial c/\partial P < 0$ y $\partial i/\partial P = 0$, si opera el efecto Fisher $\partial c/\partial P > 0$ y $\partial i/\partial P > 0$. Para resumirlo en una sola expresión llamemos $\partial c/\partial P + \partial i/\partial P = Ep$ entonces simplemente diremos que para el efecto Fisher $Ep > 0$ y para el efecto Pigou $Ep < 0$.

---

22 No olvidemos que también existen efectos indirectos a través del mercado monetario. Esto es, el efecto Keynes: la oferta real de dinero (M/P) se incrementa con la disminución del nivel general de precios P y ello presiona la tasa de interés hacia abajo estimulando entonces la inversión.

Para analizar la pendiente de la demanda agregada consideramos las ecuaciones de los mercados de bienes (1.c) y monetario (ecuación 2). Recordemos la ecuación (2).

$$M/P - L(r, y) = 0 \tag{2}$$

Ahora diferenciamos totalmente con respecto al nivel general de precios las ecuaciones (1.c) y (2) y obtenemos otras dos ecuaciones que expresadas en forma matricial nos dan

$$\begin{bmatrix} 1 - c'(1-t') & -i' \\ -L_2 & -L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial y/\partial P \\ \partial r/\partial P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ep \\ M/P \end{bmatrix}$$

de donde podemos despejar $\partial y/\partial P$ (el inverso de la pendiente de la demanda agregada) por la regla de Cramer.

$$\partial y/\partial P = \frac{(i'M/P^2) - Ep\ L_1}{-L_1\ (1-c'(1-t')) - L_2 i'} \tag{7.a.i}$$

también podemos escribirla como

$$\partial y/\partial P = \frac{(i'M/P^2 L_1) - Ep}{-(1-c'\ (1-t')) - (L_2 i'/L_1)} \tag{7.a.ii}$$

Con estas dos formas de expresión para la pendiente de la demanda agregada podemos pasar a evaluar su signo para los diferentes casos posibles. Supondremos, como ya lo hemos hecho, que M, P, L_2, c', t' son positivos y L_1, i' son negativos.

Caso 1. Sin restricciones especiales y sin los efectos Pigou o Fisher (esto es: $Ep = 0$).

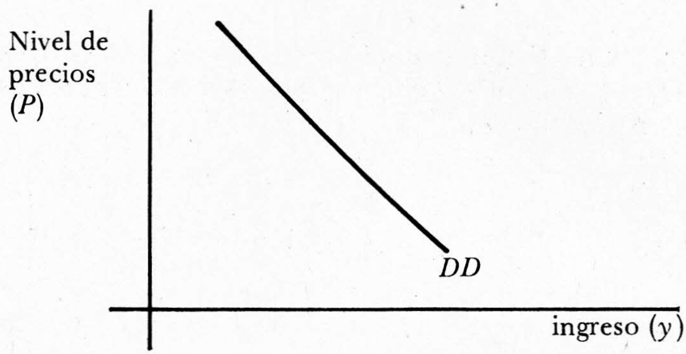
En este caso la ecuación 7.a se convierte en la ecuación 7 y por lo tanto, como ya lo evaluamos (sección I-5) el signo de la pendiente es negativo (Gráfico No. 11.a)

Gráfico No. 11

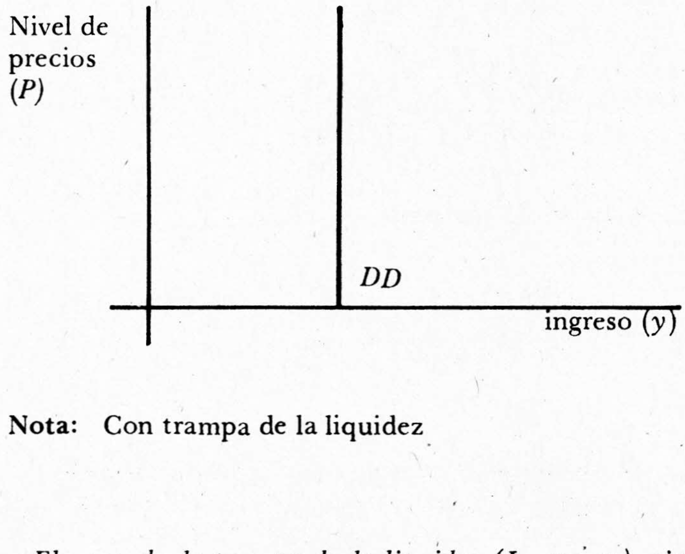
LA DEMANDA AGREGADA CON Y SIN TRAMPA DE LA LIQUIDEZ

(SIN LOS EFECTOS FISHER O PIGOU)

(*a*)



(*b*)



Nota: Con trampa de la liquidez

Caso 2. El caso de la trampa de la liquidez ($L_1 = -\infty$), sin el efecto Pigou ($Ep = 0$).

Como ya vimos más arriba (sección I-5) en esta situación la demanda agregada es vertical, pues si se reemplazan los valores de los parámetros en (7.a.ii) $\partial y/\partial P = 0$ (Gráfico No. 11.b).

Caso 3. Introducción del efecto Pigou ($Ep < 0$) en el caso de la trampa de la liquidez ($L_1 = -\infty$).

Si sustituimos estos valores en la ecuación (7.a.ii) tenemos que

$$\partial y/\partial P = Ep\ /\ (1\text{-}c'\ (1\text{-}t'))$$

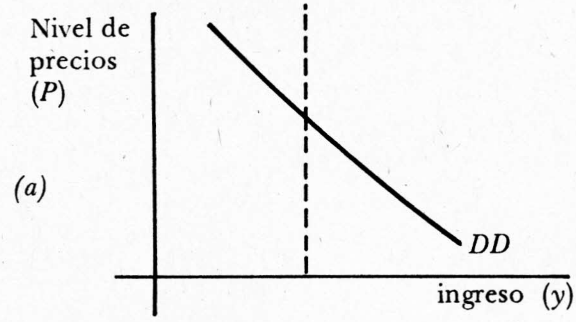
que es negativo y la demanda agregada no es vertical (Gráfico No. 12.a).

Caso 4. Dominio del efecto Fisher ($Ep > 0$) sobre el efecto Pigou en el caso de la trampa de la liquidez ($L_1 = -\infty$).

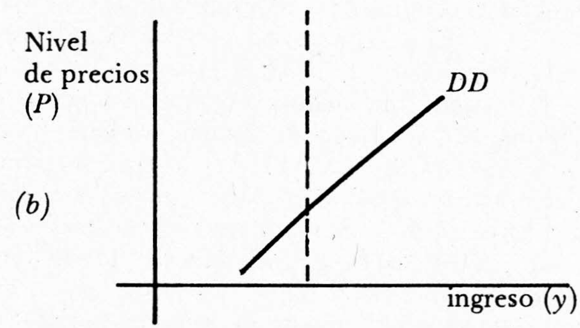
Entonces $\partial y/\partial P$ se reduce a la misma expresión del caso anterior, pero acá el numerador Ep es positivo y por tanto lo es la pendiente de la demanda agregada (Gráfico No. 12.b).

Gráfico No. 12

LA DEMANDA AGREGADA DADOS LOS EFECTOS FISHER Y PIGOU, BAJO LA RESTRICCION DE LA TRAMPA DE LA LIQUIDEZ



Nota: Con el efecto Pigou.



Nota: Con el efecto Fisher.

Caso 5. Dominio del efecto Fisher (Ep > 0) sobre el efecto Pigou, sin la existencia de restricciones especiales como la trampa de la liquidez ($L_1 \neq -\infty$).

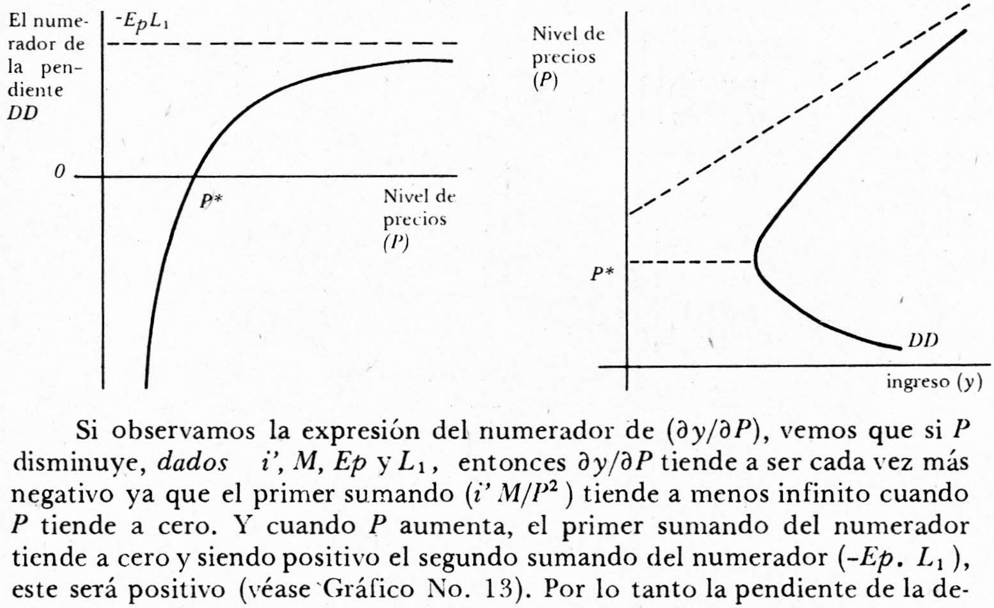
Para evaluar la pendiente en este caso tomemos la expresión (7.a.i). Si observamos el denominador su signo es en general negativo. Si observamos su numerador

$$(i' \, M/P^2) - Ep \, L_1$$

tenemos que el primer sumando es negativo mientras que el segundo es positivo, por lo tanto el signo del numerador y de la pendiente no están definidos por el momento.

Gráfico No. 13

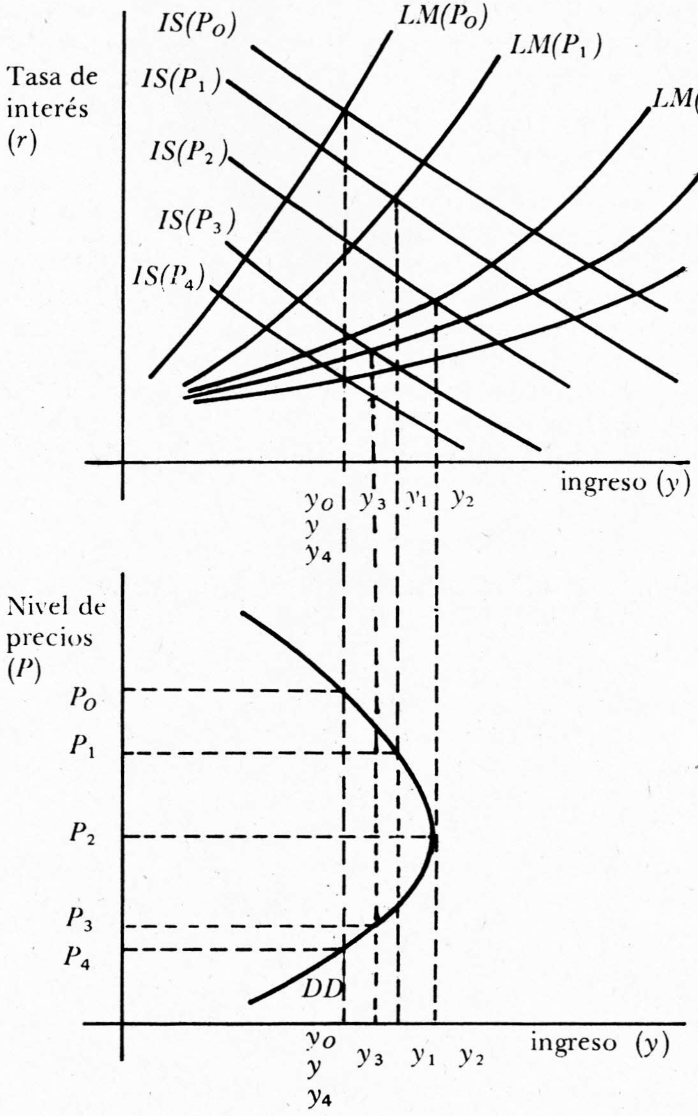
LA DEMANDA AGREGADA, *SIN* TRAMPA DE LIQUIDEZ Y BAJO EL EFECTO FISHER, *a.* EL NUMERADOR DE LA PENDIENTE DE LA DEMANDA AGREGADA ANTE VARIACIONES EN LOS PRECIOS. *b.* LA DEMANDA AGREGADA



Si observamos la expresión del numerador de $(\partial y/\partial P)$, vemos que si P disminuye, *dados* i', M, Ep y L_1, entonces $\partial y/\partial P$ tiende a ser cada vez más negativo ya que el primer sumando $(i' \, M/P^2)$ tiende a menos infinito cuando P tiende a cero. Y cuando P aumenta, el primer sumando del numerador tiende a cero y siendo positivo el segundo sumando del numerador $(-Ep. \, L_1)$, este será positivo (véase Gráfico No. 13). Por lo tanto la pendiente de la demanda agregada es positiva e igual al inverso de $-EpL_1/(-L_1(1-c'(1-t'))-L_2 i')$ cuando P tiende a más infinito. Sin embargo James Tobin (1980) al considerar ésta situación, por medio de gráficas (sin utilizar matemáticas explícitamente —seguramente inadecuadas para esa conferencia—) muestra como la demanda agregada puede tener tramos de pendiente negativa pero que al disminuir el nivel general de precios P ella se torna positiva (Gráfico No. 14).

Gráfico No. 14

LA DEMANDA AGREGADA BAJO EL EFECTO FISHER, SIN TRAMPA DE LA LIQUIDEZ PERO CON TENDENCIA A ELLA, A MEDIDA QUE BAJA EL NIVEL DE PRECIOS

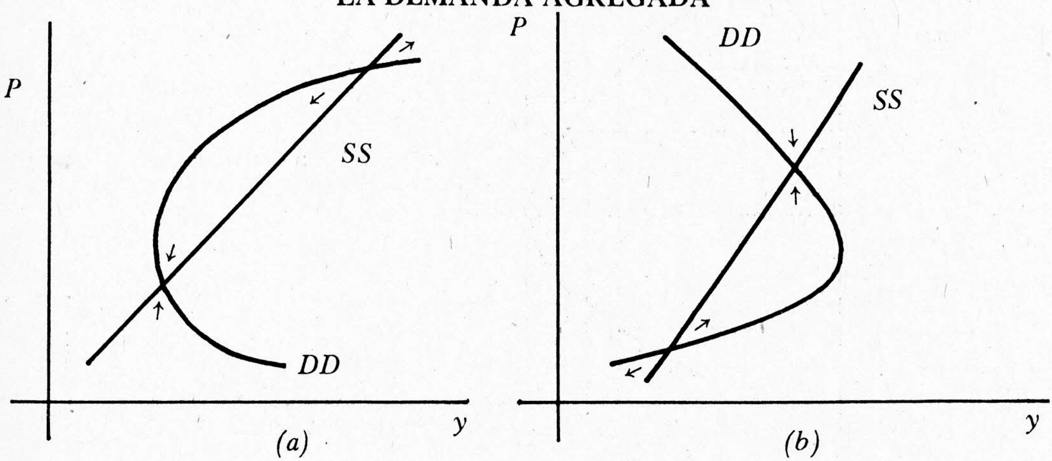


Por lo tanto nuestro análisis matemático explícito se contradice con el resultado de Tobin. Sin embargo no se trata de una real contradicción, ya que el procedimiento gráfico de Tobin lleva implícito un cambio en las propiedades de la función de demanda de saldos monetarios, específicamente en su sensibilidad a la tasa de interés (L_1), que no habíamos considerado. Al observar la reproducción de la gráfica de Tobin (Gráfico No. 14) vemos que la disminución del nivel general de precios produce disminuciones cada vez menores de la tasa de interés de equilibrio del mercado monetario. Esto significa que la demanda especulativa de saldos monetarios es cada vez más sensible a las disminuciones de la tasa de interés y por tanto absorve cada vez mayor proporción de los incrementos marginales de la oferta de saldos reales (M/P), impidiendo la disminución de la tasa de interés (estas disminuciones serán nulas cuando $L_1 = -\infty$). En otras palabras, la gráfica de Tobin supone una tendencia a la trampa de la liquidez cuando r disminuye.

En conclusión, la presencia dominante del efecto Fisher puede hacer que la demanda agregada cambie de pendiente y por lo tanto hace posible la existencia de *más de un equilibrio* (véase Gráfico No. 15). Sin embargo la forma de este cambio de pendiente depende del comportamiento de la demanda especulativa ante tasas de interés muy bajas. Además, nótese que, en el contexto de los supuestos de Tobin (trampa de liquidez "automática") se puede ser más optimista sobre el comportamiento de la economía, ya que el equilibrio *estable* es el de mayor nivel de actividad económica, mientras que en el caso alternativo (L_1 constante) la economía se estanca en un bajo nivel de producción.

Gráfico No. 15

LA ESTABILIDAD DE LOS EQUILIBRIOS BAJO CAMBIOS DE LA DEMANDA AGREGADA



¿Qué se puede decir sobre la existencia de un equilibrio único desde el punto de vista matemático, cuando se presenta el efecto Fisher? En esta situación las condiciones matemáticas para un *equilibrio globalmente único* pueden desaparecer, aunque se mantengan las condiciones para un *equilibrio localmente único.* Las condiciones para la existencia de este último están dadas por el teorama de la función implícita (Spicack, M. (1965) p. 39) y consisten en que el determinante del Jacobiano (Ω) del conjunto de ecuaciones que constituyen el modelo sea diferente de cero. Sin embargo la existencia del *equilibrio globalmente único* supone la condición adicional de que los signos *de los determinantes de los menores principales del Jacobiano sean iguales* (Turnovsky, S. (1977)). Veamos qué ocurriría en este caso 5. Para un modelo económico constituido por las ecuaciones 1.c, 2, 3, 4.a y 5 el Jacobiano estaría dado por

$$J^{**} = \begin{bmatrix} 1-c'(1-t') & -i' & -Ep & 0 & 0 \\ -L_2 & -L_1 & -M/P & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -f(N) & 0 \\ 0 & 0 & -f(N) & -Pf' & 0 \\ 0 & 0 & f-q_2 & Pf'-q_1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sea Ω^{**} el determinante de J^{**}. Manipulando Ω^{**} es posible obtener la expresión

$$\Omega^{**} = \Omega + L_1 Ep\ (Pf' - q_1) \tag{6.b}$$

donde Ω está dado por la ecuación (6) y como ya se vio tiene en general signo negativo. El signo de 6.b depende del segundo sumando del lado derecho de la ecuación. Este sería negativo si domina el efecto Pigou ($Ep < 0$), pero si domina el efecto Fisher ($Ep > 0$) tendríamos la adición de un primer sumando negativo y un segundo positivo. Si el efecto Fisher es suficientemente fuerte el segundo sumando dominaría al primero y el signo de Ω^{**} sería positivo. El determinante del Jacobiano podría seguir siendo diferente de cero y se cumplirían las condiciones del equilibrio localmente único. Sin embargo las condiciones del equilibrio global no se cumplen, pues el signo del determinante del menor principal (4 x 4) del Jacobiano es negativo, diferente al signo positivo del determinante del Jacobiano. Con este cambio de signo se rompe la condición para que el equilibrio sea globalmente único, y se hace posible la existencia de más de un equilibrio, como se señala en el último gráfico.

LISTA DE SIMBOLOS

a: Valor real de la riqueza
A: Valor nominal de la riqueza
B: Indice de ilusión monetaria
$c(.)$: Función de gasto en consumo privado
c': Propensión marginal al consumo
Cp: Efecto Pigou
Ep: Efecto Pigou o Efecto Fisher
$F(.)$: Función de producción
$f(.)$: Productividad marginal del trabajo
f': Primera derivada de la productividad marginal del trabajo con respecto al nivel de empleo
g: Gasto público
$i(.)$: Función de inversión privada
i': Primera derivada de la inversión con respecto a la tasa de interés
J: Jacobiano
K: Stock de capital
$L(.)$: Función de demanda de dinero
L_1: Primera derivada parcial de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés.
L_2: Primera derivada parcial de la demanda de dinero con respecto al ingreso.
M: Oferta nominal de dinero
N^D: Demanda de trabajo
N^S: Oferta de trabajo
N: Nivel de empleo
N^T: Cantidad máxima de trabajo eventualmente disponible
π: Beneficios
P: Nivel de precios
$q(.)$: Función de oferta de trabajo
q_1: Primera derivada de la oferta de trabajo con respecto al nivel de empleo
q_2: Primera derivada de la oferta de trabajo con respecto al nivel de precios
r: Tasa de interés
$t(.)$: Función de impuestos
t': Tasa marginal de impuestos

W: Nivel de salario nominal
y: Ingreso real
Y_T: Ingreso nominal por trabajo
yt: Valor relativo del ingreso nominal por trabajo, para la familia (relativo al nivel de precios y al grado de ilusión monetaria).
Ω: Determinante del Jacobiano.

BIBLIOGRAFIA

Ackley, G. (1978). *Macroeconomics: Theory and Policy*. New York, Macmillan. 2a. ed.

Barro, R. J. and Grossman, H.I. (1971). "A General Disequilibrium Model of Income and Employment". *American Economic Review*. Vol. 61. [Traducción al español en: Aguilo, E. y Fernández de Castro, J. (eds.). *Desequilibrio, Inflación y desempleo*. Barcelona, Vicens Vives, 1979. pp. 88-109].

Branson, W. H. (1977). *Teoría y política macroeconómica*. México, Fondo de Cultura Económica.

Clower, R. (1965). "The Keynesian Counter-Revolution: A Theoretical Appraisal". En: Clower, R. (ed.). *Monetary Theory*. Penguin, 1965.

Dornbusch, R. y Fischer, S. (1981). *Macroeconomia*. Bogotá, McGraw Hill. Primera edición revisada.

Friedman, M. (1968). "The Role of Monetary Policy". *American Economic Review*. Vol. 58.

Hicks, J.R. (1937). "Mr. Keynes y los Clásicos: una posible interpretación". En: Mueller (ed.) *Lecturas de macroeconomía*. México, CECSA, 1971.

Leijonhufvod, A. (1968). *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes*. Londres, Oxford University Press [Edición en español: Análisis de Keynes y de la economía keynesiana: *Un estudio de teoría monetaria*. Barcelona, Editorial Vicens Vives, 1976].

Modigliani, F. (1951). "Liquidity Preference and the Theory of Interest and Money. *Econométrica*. Vol. 12.

Patinkin, D. (1948). "Flexibilidad de precios y pleno empleo". En: Mueller (ed.) *Lecturas de macroeconomía*. México, CECSA, 1971.

Pigou, A.C. (1943). "The Classical Stationary State" *Economic Journal*.

Tobin, J. (1980). *Asset Accumulation and Economic Activity*. Chicago, The University of Chicago Press.

Turnovsky, S. J. (1977). *Macroeconomic Analysis and Stabilization Policy*. Cambridge, Cambridge University Press.

Spivack, M. (1965). *Cálculo en Variedades*. Barcelona, Editorial Reverté.

Vélez E., C.E., (1981). Introducción a la teoría macroeconómica del desequilibrio". *Lecturas de Economía*. No. 5-6.