

**Modelo económico de demanda de energía eléctrica  
en la industria colombiana**

*Lecturas de Economía*. No. 32-33. Medellín, mayo-diciembre de 1990. pp. 97-124.

• **Resumen.** *Este artículo busca encontrar los determinantes económicos de la demanda industrial de energía eléctrica en Colombia durante el período 1970-1983. La estimación de las ecuaciones de demanda derivadas de la función translogarítmica de costos muestra la complementariedad o sustituibilidad entre energía y otros insumos de la función de producción industrial. Tras constatar la complementariedad entre energía y capital, se estima la demanda de energía en función del stock de capital de la industria. Para evitar supuestos ad-hoc sobre el capital inicial, se utilizó un modelo especial que deja esta variable como un parámetro de estimación. De otro lado, el comportamiento optimizador de los industriales determina las participaciones relativas de las compras a la red y la autogeneración en los gastos de energía. Este proceso se representa como un proceso de minimización sujeto a una función de producción CES. Finalmente, con el objeto de mejorar la precisión de los estimadores se aplica el método del Bootstrap.*

• **Abstract.** *This paper tries to test an economic explanation of the industrial demand for electricity in Colombia during the period 1970-1983. The estimation of the translog equations shows the complementary or substitutability between energy and other inputs in the industrial production function. After testing the complementarity between energy and capital, we estimate a model of energy demand in terms of the time series of the aggregate capital stock of industry. In order to avoid ad-hoc assumptions about the initial capital stock we use specific modelling that leaves that variable as a parameter to be estimated. On the other hand, the optimizing behavior of the entrepreneur determines the relative shares of electricity purchases and autogeneration expenses in the total energy bill. This choice is represented as a cost minimization process subject to a CES technological constraints. Finally, in order to improve estimator's precision bootstrap procedures are applied.*

• El presente artículo se basa en Botero G., Jesús, Vélez E. Carlos Eduardo, Castaño V., Elkin y Yañez, Sergio (1986) "Revisión y reestimación del submodelo de demanda de energía eléctrica en Colombia". Informe final de la investigación realizada en el Centro de Investigaciones Económicas -CIE- de la Universidad de Antioquia para Interconexión Eléctrica S.A. -ISA-. Una visión preliminar de este artículo fue presentada en el VII Encuentro Latinoamericano de la *Econometric Society*, en Sao Pablo, Brasil. Agradecemos especialmente la asesoría de Gladys García del Departamento Económico de ISA, el estímulo y los comentarios de nuestro colega Rodney Maddock y la eficiente labor de Alba Estela Zapata, asistente de investigación.

- Caracterización preliminar, 99. -I. Estimación del modelo translogarítmico para la industria colombiana, 101. -II. Modelo de demanda industrial de energía eléctrica, 107. -A. El modelo de demanda industrial, 107. -B. Estimación del modelo de demanda de energía, 113. -III. Conclusiones, 120. -Bibliografía, 120.

## Caracterización preliminar

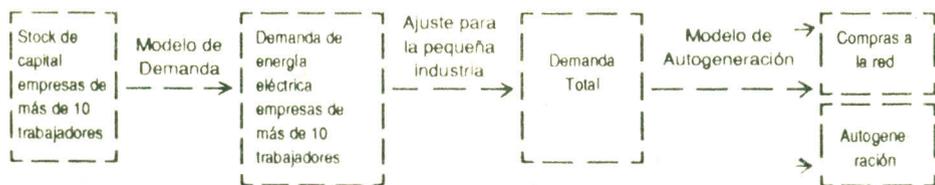
**E**l presente artículo aborda el problema de la construcción de un modelo de explicación de la demanda de energía eléctrica para la industria colombiana en el período 1970-1983.

La idea básica que orienta el trabajo es la siguiente: la demanda de energía eléctrica es una demanda complementaria de la demanda de capital. Tal hipótesis se contrasta mediante el uso de una función translogarítmica de costos, en términos de cuatro insumos: trabajo, capital, energía e insumos intermedios. La complementariedad de los insumos justifica el uso de un modelo de demanda de energía eléctrica en términos de *stock* de capital. Ahora bien, las empresas industriales tienen la opción de abastecerse de energía mediante compra a la red servida por las empresas públicas, o mediante un modelo en precios de los energéticos sustitutos que corresponde al esquema de minimización de costos.

El artículo incluye cuatro secciones principales: en la primera se presentan el modelo y los resultados de la estimación de una función translogarítmica de costos. En esta sección se utiliza la técnica del *bootstrap* a los modelos estudiados. Esta técnica (que busca suplir, en alguna medida, la carencia de datos) se usa con la finalidad de mejorar las estimaciones de los parámetros y más específicamente, su desviación estandar. En la segunda, se explicita un modelo de demanda de energía eléctrica en términos de *stock* de capital. Luego, en la tercera sección se analizan los efectos precios y su impacto en la decisión de autogeneración de la industria. Finalmente en la cuarta sección se proponen las principales conclusiones del ejercicio.

El Departamento Administrativo Nacional de Estadística -DANE- de Colombia, produce anualmente un resumen de la información económica de la industria colombiana en la “Encuesta Anual Manufacturera”. Esta información es exhaustiva para las empresas con más de diez trabajadores, razón por la cual, tanto la estimación de la función translogarítmica, como la estimación del modelo de demanda, se ha efectuado para el grupo de empresas que emplean más de diez trabajadores.

Ahora bien: la información acerca de compras de energía y autogeneración es producida por Interconexión Eléctrica S.A. -ISA- y por el Estudio Nacional Energético -ENE- e incluye la totalidad de la industria. Por esa razón, el modelo de autogeneración ha sido estimado para la industria en general, lo que ha hecho indispensable efectuar un ajuste en las cifras de demanda total mediante el sencillo supuesto de que las industrias de menos de diez trabajadores representan un porcentaje fijo de la demanda total. El esquema lógico que vincula los modelos de demanda y de autogeneración es, en consecuencia, el siguiente:



## I. Estimación del modelo translogarítmico para la industria colombiana.

El objetivo de la estimación de un sistema de funciones de demanda, derivadas de una función translogarítmica de costos, es precisar las relaciones en que la demanda de energía eléctrica está con el capital y el trabajo en la estructura productiva de la industria colombiana. Ello, con el fin de orientar la elección de un modelo adecuado de previsión de demanda de energía eléctrica<sup>1</sup>.

El uso de una función translogarítmica para estos fines se justifica por las peculiares características de dicha función: en efecto, una función translogarítmica expresa la estructura de costos correspondiente a una función de producción en la que se admiten elasticidades de sustituciones variables y diferenciales para cada par de insumos. Es pues, una función en la que no hay que suponer que la elasticidad de sustitución es 1 (como es el caso de la función Cobb-Douglas) ni que es idéntica para todos los insumos (como es el caso de las funciones de "elasticidad constante de sustitución").

La función translogarítmica de costos para cuatro insumos (trabajo, capital, energía eléctrica y bienes intermedios) tiene la siguiente forma:

$$\ln C = \ln a_0 + \ln Y + a_k \ln p_k + a_L \ln p_L + a_E \ln p_E + a_M \ln p_M + 1/2 g_{kk} (\ln p_k)^2$$

---

1 La función translogarítmica de costos ha sido, desde la década de 1970, uno de los elementos más empleados en el análisis de las relaciones de complementariedad y sustituibilidad entre energía y capital. Los artículos básicos al respecto son: Berndt y Wood (1975, 1979, 1985); Hudson y Jorgenson (1974), Atkinson y Halvorsen (1976), Berndt y Khaled (1979), André et al (1985), Caprus y Ladoux (1985), Bossier y Rigaux (1985), Artus y Peyroux (1985). El artículo clásico que desarrolla la función de costos *Translog* es el de *Christensen, Jorgenson y Lau* (1973). La breve presentación esbozada en el presente informe se remite en especial a Berndt y Wood (1976).

$$\begin{aligned}
 &+ g_{KL} \ln p_K \ln p_L + g_{KE} \ln p_K \ln p_E \\
 &+ g_{KM} \ln p_K \ln p_M + 1/2 g_{LL} (\ln p_L)^2 \\
 &+ g_{LE} \ln p_L \ln p_E + g_{LM} \ln p_L \ln p_M \\
 &+ 1/2 g_{EE} (\ln p_E)^2 + g_{EM} \ln p_E \ln p_M \\
 &+ 1/2 g_{MM} (\ln p_M)^2
 \end{aligned} \tag{1}$$

donde:

C: Costo total

Y: Volumen de producción

$P_i$ : Precio del insumo  $i$ ;  $i = K, L, E, M$ .

K: Capital

L: Trabajo

E: Energía eléctrica

M: Insumos intermedios

a,g: Parámetros

La homogeneidad lineal en los precios se garantiza mediante las siguientes restricciones:

$$a_K + a_L + a_E + a_M = 1 \tag{2a}$$

$$g_{KK} + g_{KL} + g_{KE} + g_{KM} = 0 \tag{2b}$$

$$g_{KL} + g_{LL} + g_{LE} + g_{LM} = 0 \tag{2c}$$

$$g_{KE} + g_{LE} + g_{EE} + g_{EM} = 0 \tag{2d}$$

$$g_{KM} + g_{LM} + g_{EM} + g_{MM} = 0 \tag{2e}$$

Obsérvese que la matriz de coeficientes  $g_{ij}$  es simétrica, es decir, que  $g_{ij} = g_{ji}$ .

Por el lema de Sheppard, la cantidad de un insumo  $i$  ( $x_i$ ), es:

$$X_i = \partial c / \partial P_i$$

Así que, diferenciando logarítmicamente tenemos:

$$\partial \ln C \partial / \partial \ln P_i = (\partial c / \partial p_i) \cdot (p_i / c) = x_i p_i / c = M_i = a_i + \text{SUM}_j (g_{ij} \ln p_j)$$

para  $i, j = K, L, E, M$ .  $M_i$  son, en este caso las participaciones del gasto en un insumo sobre el gasto total. El sistema de ecuaciones de demanda es, en consecuencia:

$$M_K = a_K + g_{KK} \ln p_K + g_{KL} \ln p_L + g_{KE} \ln p_E + g_{KM} \ln p_M \quad (3)$$

$$M_L = a_L + g_{KL} \ln p_K + g_{LL} \ln p_L + g_{LE} \ln p_E + g_{LM} \ln p_M \quad (4)$$

$$M_E = a_E + g_{KE} \ln p_K + g_{LE} \ln p_L + g_{EE} \ln p_E + g_{EM} \ln p_M \quad (5)$$

$$M_M = a_M + g_{KM} \ln p_K + g_{LM} \ln p_L + g_{EM} \ln p_E + g_{MM} \ln p_M \quad (6)$$

Ahora bien, dadas las restricciones (2), basta con estimar 3 ecuaciones de la forma:

$$M_{Kt} = a_K + g_{KK} \ln P_{Kt} + g_{KL} \ln P_{L_t} + g_{KE} \ln P_{E_t} + u_{Kt}$$

$$M_{Lt} = a_L + g_{LK} \ln P_{Kt} + g_{LL} \ln P_{L_t} + g_{LE} \ln P_{E_t} + u_{Lt}$$

$$M_{Et} = a_E + g_{EK} \ln P_{Kt} + g_{EL} \ln P_{L_t} + g_{EE} \ln P_{E_t} + u_{Et}$$

Bajo la restricciones:

$$g_{KL} = g_{LK} \quad (7.a)$$

$$g_{KE} = g_{EK} \quad (7.b)$$

$$g_{LE} = g_{EL} \quad (7.c)$$

Donde  $\ln P_{KM}$  es la diferencia  $(\ln P_K - \ln P_M)$ .

Dichas ecuaciones resultan de reemplazar:

$$g_{iM} = -g_{iK} - g_{iL} - g_{iE}, \quad \text{para } i = K, L, M$$

en las ecuaciones (3), (4), (5). La ecuación (6) resulta redundante por las restricciones impuestas al problema.

La información básica para la estimación de las ecuaciones (3), (4), (5) (6) se presenta en el cuadro 1.

**Cuadro 1 Participación e índices de precios**  
Función translogarítmica

	MK	ML	ME	MM	PK	PL	PE	PM
1970	0.276690	0.150857	0.007846	0.566605	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1971	0.287874	0.145151	0.008709	0.558265	1.1772	1.1013	1.1531	1.0810
1972	0.287934	0.145723	0.008410	0.557931	1.3235	1.2525	1.2781	1.2760
1973	0.267517	0.135288	0.007613	0.589580	1.4896	1.3976	1.4185	1.7080
1974	0.288619	0.120751	0.007146	0.585481	2.2063	1.7164	1.7611	2.4100
1975	0.277145	0.127188	0.008078	0.587586	2.4044	2.1217	2.3567	2.8950
1976	0.279582	0.123373	0.008494	0.588549	3.0899	2.6851	3.0943	3.6130
1977	0.296967	0.129319	0.008983	0.567728	3.9480	3.4113	4.1535	4.2670
1978	0.285955	0.136462	0.009926	0.567655	4.5471	4.5409	5.5399	4.9680
1979	0.304044	0.132473	0.010182	0.553300	6.2347	5.8051	7.2107	6.3100
1980	0.301654	0.132417	0.010643	0.555284	7.6294	7.5247	9.7515	7.5300
1981	0.293644	0.138892	0.013120	0.554342	8.5976	9.9072	13.6755	8.9390
1982	0.250145	0.152803	0.015568	0.581481	8.1110	13.2723	18.7322	10.6810
1983	0.246764	0.152446	0.017151	0.583637	9.1959	16.6603	23.9346	12.7900

$M_i$  = Participación del gasto en el insumo  $i$  en el gasto total,  $P_x$  = Precio del insumo  $i$ , para  $i = K, L, E, M$ .

Fuente: DANE, ISA, ENE.  
Cálculos CIE

## La estimación del modelo

Empleando el procedimiento de Zellner (1962) para ecuaciones aparentemente no relacionadas bajo restricciones (véase por ejemplo, Theil (1971), capítulo 7) se obtuvo el siguiente resultado:

$$M_{Kt} = 0.292 + 0.113 \text{ Ln } P_{KMt} - 0.007 \text{ Ln } P_{LMt} - 0.009 \text{ Ln } P_{EMt} + \text{Res}$$

Desv	(0.00179)	(0.00844)	(0.0138)	(0.0095)
------	-----------	-----------	----------	----------

t	(163.13)	(13.39)	(-0.51)	(-0.95)
---	----------	---------	---------	---------

$$R^2 = 0.55$$

$$M_{Lt} = 0.138 - 0.007 \text{ Ln } P_{KMt} + 0.035 \text{ Ln } P_{LMt} + 0.011 \text{ Ln } P_{EMt} + \text{Res}$$

Desv	(0.00141)	(0.00664)	(0.01086)	(0.0075)
------	-----------	-----------	-----------	----------

t	(97.87)	(-1.05)	(1.88)	(1.5)
---	---------	---------	--------	-------

$$R^2 = 0.60$$

$$M_{Et} = 0.010 - 0.009 \text{ Ln } P_{KMt} + 0.011 \text{ Ln } P_{LMt} + 0.001 \text{ Ln } P_{EMt} + \text{Res}$$

Desv	(0.00023)	(0.00109)	(0.00179)	(0.00124)
------	-----------	-----------	-----------	-----------

t	(43.48)	(-8.26)	(6.15)	(0.81)
---	---------	---------	--------	--------

$$R^2 = 0.88$$

A continuación se aplicó la técnica del *bootstrap* al modelo. El *bootstrap* es una técnica de simulación con uso intensivo de computador diseñada para mejorar la precisión de una estimación o de un procedimiento de predicción<sup>2</sup>. Un resumen de la técnica es el siguiente: el modelo econométrico es ajustado empleando para ello un procedimiento estadístico adecuado, el cual asume una estructura estocástica sobre los términos de perturbación del modelo. La clave de la técnica consiste en remuestrear los residuales conservando esta estructura estocástica, de modo que las desviaciones standard son generadas usando las propias hipótesis del modelo. Suponiendo que el modelo y

---

2 El *Bootstrap* fue introducido por B. Efron (1979, 1988). Artículos relacionados con su aplicación a modelos econométricos se encuentran en Bickel y Freedman (1981, 1983), Peters y Freedman (1984 a, 1984 b, 1983), Freedman (1981), Finke y Flood (1984).

los estimadores sean correctos, el remuestreo genera “pseudo-datos”. Con los pseudo-datos el modelo puede ser reajustado. En este mundo artificial en el cual consideramos el modelo ajustado con los datos originales como el verdadero modelo, los errores en las estimaciones de los parámetros son directamente observables. La distribución de Montecarlo de tales errores puede ser empleada para aproximar la distribución de los errores no observables en los parámetros estimados. Esta aproximación en el *bootstrap* proporciona una medida estadística de la incertidumbre en los parámetros estimados. Resultados comparativos para 400 replicaciones del *Bootstrap* para el modelo Translogarítmico se presentan en el Cuadro 2.

Cuadro 2 Procedimiento de Zellner bajo restricciones

Coeficientes	Procedimiento de Zellner bajo restricciones		400 replicaciones del Bootstrap	
	Estimación	Dev. Estandard	Media	Desv. Estandard
$a_k$	0.292	0.00179	0.292	0.0012
$g_{kk}$	0.113	0.00844	0.113	0.0077
$g_{kl}$	-0.007	0.01380	0.007	0.0053
$g_{ke}$	-0.009	0.00950	-0.009	0.0020
$a_L$	0.138	0.00141	0.138	0.0016
$g_{Lk}$	-0.007	0.00664	-0.007	0.0053
$g_{LL}$	0.035	0.01086	0.035	0.0112
$g_{LE}$	0.011	0.0075	0.011	0.0073
$a_E$	0.010	0.00023	0.001	0.00084
$g_{Ek}$	-0.009	0.00109	-0.009	0.0018
$g_{EL}$	-0.011	0.00179	0.011	0.0073
$g_{EE}$	0.001	0.00124	0.001	0.0052

Dadas las restricciones planteadas, la cuarta ecuación se deriva de las anteriores y es:

$$M_M = 0.56 - 0.097 \ln P_K - 0.039 \ln P_L - 0.003 \ln P_E + 0.139 \ln P_M$$

Ahora bien, las elasticidades parciales de sustitución entre los insumos (elasticidades de Allen), se definen como:

$$s_{ii} = (g_{ii} + M_i^2 - M_i)/M_i^2, \text{ para } i = K, L, E, M.$$

$$s_{ij} = (g_{ij} + M_i M_j)/M_i M_j, \text{ para } i = K, L, E, M.$$

Para  $s_{ij}$ , pueden darse dos casos:

Si  $S_{ij} < 0$ , los insumos  $ij$  son complementarios

Si  $S_{ij} > 0$ , los insumos  $ij$  son sustitutos

Ello se refleja en las elasticidades precio que se definen como:

$$E_{ij} = M_j s_{ij}$$

Los valores medios, en el período considerado (1970-1983), tanto para las elasticidades parciales de sustitución como para las elasticidades precio se presentan en los Cuadros 3 y 4.

Los resultados observados permiten concluir que sólo se observa en la industria colombiana una relación de complementariedad entre dos insumos: la relación entre capital y energía.

## II. Modelo de demanda industrial de energía eléctrica

### A. El modelo de demanda industrial

Como se ha demostrado en la función "Translog", la energía eléctrica es un insumo complementario del "capital". Por otra parte, el consumo de energía por unidad de capital es, en buena medida, un dato exógeno, dado que la tecnología implícita en los bienes de capital se determina, fundamentalmente, en los centros tecnológicos mun-

**Cuadro 3 Elasticidades parciales de sustitución**  
(Modelo Translog)

	Valor medio	Valor mínimo	Valor máximo
$S_{KK}$	-1.123081	-1.073232	-1.196725
$S_{LL}$	-4.440329	-4.045365	-4.881089
$S_{EE}$	-92.789727	-53.906091	-119.355663
$S_{MM}$	-0.325091	-0.296243	-0.353298
$S_{KL}$	0.015489	0.012132	0.019073
$S_{KE}$	-0.000217	-0.000172	-0.000331
$S_{KM}$	0.128699	0.111211	0.144352
$S_{LE}$	0.000919	0.000634	0.001532
$S_{LM}$	0.162929	0.143250	0.191321
$S_{EM}$	0.145415	0.095496	0.238544

*Fuente:* Cálculos CIE.

**Cuadro 4 Elasticidades precio modelo Translog:**  
(Valores medios)

	$P_K$	$P_L$	$P_E$	$P_M$
K	-0.315633	0.002150	-0.00000232	0.073536
L	0.004340	-0.606171	0.000010	0.0931653
E	-0.000061	0.000127	-0.884367	0.083099
M	0.0363274	0.0224528	0.001593	-0.185372

*Nota:* (Elasticidad del bien I respecto al Precio  $P_J$ , donde I y J = K, L, E, M.)

*Fuente:* Cálculos CIE.

diales en donde se construyen los equipos que adquieren los empresarios nacionales. La hipótesis básica que, con base en lo anterior, hemos escogido como directriz del modelo es la siguiente: la demanda de energía en la industria colombiana no es, en rigor, una variable de decisión en el proceso de maximización de beneficios; es, más bien, un requerimiento técnico, derivado de la conformación específica de los bienes de capital instalados en la economía, los que por su parte, si son elementos en el proceso de decisión racional del empresario. Así pues, dado el montaje de bienes de capital en la industria, los requerimientos de energía eléctrica quedan determinados. El proceso de decisión racional con respecto a la energía eléctrica sólo aparece en la selección entre las alternativas de comprarla o autogenerarla.

Los esquemas generales empleados para la modelación de la demanda de energía eléctrica en términos de capital, incorporan dos variables explicativas: la capacidad instalada en términos de unidades de consumo de energía eléctrica, y el nivel de uso<sup>3</sup>. De la primera variable puede, a su vez, afirmarse que es expresable en términos de dos factores: unidades de capital y consumo de energía eléctrica por unidad de capital.

Sean:

- $KWH_t$  : Consumo de Energía Eléctrica en el período  $t$ .  
 $K_t$  : Capital Instalado en el período  $t$ .  
 $U_t$  : Índice de uso efectivo de capital instalado del período  $t$ .  
 $a$  : Consumo de energía eléctrica por unidad de capital

El modelo general<sup>4</sup> es:

$$KWH_t = a u_t k_{t-1} \quad (8)$$

3 Véase Carlevaro y Spierer (1985).

4 La presentación del modelo que se hace en esta sección considera algunos supuestos simplificadores que permiten la forma estimada final que se adoptó del modelo.

Se asume que el capital instalado en el período (t-1), que incluye todas las nuevas inversiones hasta ese período, es el capital en funcionamiento en el período t. En otras palabras, la inversión nueva del período t sólo entra en operación en el t + 1.

Las dificultades fundamentales del modelo expresado por la ecuación (8) son dos:

- a) La no disponibilidad de información acerca del índice de uso  $u_t$
- b) Los supuestos que deben realizarse para construir una serie de capital, a saber, supuestos acerca de un capital inicial y supuestos acerca de una tasa de depreciación.

Para obviar la primera dificultad, hemos usado una hipótesis simplificadora acerca del ajuste del capital al *stock* deseado y acerca de la determinación del *stock* deseado.

Sea la ecuación de determinación del *stock* deseado la siguiente:

$$SDK_t = (Y_t \cdot r) / u \quad (9)$$

donde:

- $SDK_t$  : Stock deseado de capital en el período t  
 $Y_t$  : Producción real del período t  
 $r$  : Razón Capital-Producto  
 $u$  : Índice de uso normal (deseado) del capital instalado.

La idea implícita en esta ecuación es que el empresario inicia el período productivo con una determinada capacidad instalada proveniente del período anterior y determina el *stock* deseado de capital observando los volúmenes de producción efectivamente alcanzados en el período t. En la determinación del *stock* intervienen además, la relación Capital-Producto considerada como óptima por el empresario y el nivel de uso normal que se supone constante a través del tiempo

(y que no es necesariamente igual al índice de uso efectivo del período  $t$ ).

Por otra parte, el ajuste del stock real al stock deseado se expresa en la ecuación:

$$IB_t = b (SDK - K_{t-1} (1 - d)) \quad (10)$$

La inversión bruta es un porcentaje  $b$  de la diferencia entre *stock* deseado y capital del período anterior depreciado.

Ahora bien, el índice de uso efectivo es la relación entre el capital efectivamente utilizado en el período  $t$ , y el capital instalado en el mismo período que es, según lo dicho, el capital final del período anterior):

$$u_t = KE_t / K_{t-1} \quad (11)$$

donde:

$KE_t$  = Capital efectivamente utilizado en el período  $t$ .

Dada la relación Capital-Producto óptimo, tenemos:

$$KE_t = rY_t \quad (12)$$

Reemplazando (12 en 11):

$$u_t = rY_t / K_{t-1} \quad (13)$$

Dividiendo las ecuaciones (9 y 13):

$$SDK_t / u_t = K_{t-1} / u \quad (14)$$

$$\text{ó } SDK_t u = k_{t-1} \cdot u_t \quad (15)$$

Esta expresión puede emplearse para reemplazar en la ecuación original (ecuación (8) ):

$$KWH_t = a.u. SDK_t \quad (16)$$

Por otra parte:

$$K_t = K_{t-1} (1-d) + IB_t \quad (17)$$

Reemplazando (10 en 17) tenemos:

$$K_t = K_{t-1} (1-d) (1-b) + b SDK \quad (18)$$

de donde:

$$SDK = (K_t / b) - ((1-b)K_{t-1} (1-d) / b) \quad (19)$$

Reemplazando en (16), resulta:

$$KWH_t = au(K_t / b) - ((1-b)K_{t-1} (1-d) / b) \quad (20)$$

Esta ecuación se convierte, cuando  $b = 1$  (es decir, cuando el ajuste del capital real al stock deseado se produce en un período) en:

$$KWH = a u Kt \quad (21)$$

Esta ecuación es la ecuación básica del modelo. En cuanto a la medida del capital, hemos adoptado la siguiente expresión del mismo:

$$K_t = K_0 (1-d)^t + \text{SUM}^t (IB_i (1-d)^{t-i}) \quad (22)$$

Con dicha formulación, es posible evitar hipótesis acerca de  $K_0$ , puesto que reemplazando en (21), tenemos:

$$KWH_t = a u(K_0 (1-d)^t + \text{SUM}^t (IB_i (1-d)^{t-i})) \quad (23)$$

Lo que equivale a la forma estimable:

$$KWH_t = C1 T2_t + C2 ITN2_t \quad (24)$$

donde:

- T2<sub>t</sub>: variable igual a (1-d)<sup>t</sup>
- ITN2<sub>t</sub>: variable igual a SUM<sup>t</sup> (IB<sub>i</sub> (1-d)<sup>t-i</sup>)
- C1: parámetro igual a au Ko
- C<sub>2</sub>: parámetro igual a au

### B. Estimación del modelo de demanda de energía

El modelo ajustado por mínimos cuadrados ordinarios (y para una tasa de depreciación del 4%, escogida al ponderar año a año una depreciación del 5% de maquinaria y equipo y del 2% de construcciones y otros activos, de acuerdo a su participación en la inversión) es:

$$KWH_t = 3127.76 T2_t + 0.076353 ITN2_t + Res$$

Desv	(66.8454)	(0.00160)
t	(46.79)	(47.720)
Valor p	(=0)	(= 0)

$$R^2 = 0.999 \quad R^2 \text{ ajustado} = 0.999, \quad n = 13, \quad F = 11211.4$$

$$S^2 = 12288.0$$

D.W para el modelo con intercepto = 2.6

Número de condición, K = 3.0159

Coefficientes de autocorrelación no significativos

No heteroscedasticidad

Los datos de la estimación se presentan en el cuadro 5.

Cuadro 5 Datos para la estimación de la ecuación 22

Año	Consumo total (GWH)	T2	ITN2 (Mill de \$)	Inversión
1970				3595.701
1971	3181.539	0.96	3860.314	3860.314
1972	3422.988	0.922	8433.691	4727.789
1973	3716.027	0.885	13301.13	5204.789
1974	4079.075	0.849	16783.37	4014.288
1975	4117.49	0.815	20160.24	4048.199
1976	4431.2	0.783	23552.91	4199.078
1977	4474.463	0.751	27859.13	5248.339
1978	4694.344	0.721	31838.53	5093.767
1979	5031.581	0.693	35733.1	5168.107
1980	5031.489	0.665	39422.95	5119.174
1981	5389.669	0.638	43440.95	5594.917
1982	5532.651	0.613	48697.68	6694.37
1983	5868.629	0.588	54260.49	7510.718

Fuente: ISA, DANE. Cálculos CIE.

Los resultados de la aplicación del *bootstrap* a este modelo (400 replicaciones) fueron:

Cuadro 6 Comparación de los resultados obtenidos por M.C.O. y por Bootstrap -400 replicaciones-

Coeficiente	Mínimos cuadrados ordinarios (M.C.O)		Bootstrap	
	Estimación	D.S. Nominal	Media	Desv. Estand.
C <sub>1</sub>	3127.6	66.8454	3128.07	60.6087
C <sub>2</sub>	0.07635	0.0016	0.0764	0.0015

Fuente: Cálculos CIE.

### Modelo de autogeneración

Una vez establecidas las necesidades totales de energía eléctrica, puede plantearse el problema de la autogeneración; es decir, puede estudiarse la decisión del empresario acerca de comprar o generar energía.

Teóricamente, el problema puede plantearse así:

$$\min P_E E + P_1 X_1 + P_2 X_2 \dots + P_n X_n$$

$$\text{Sometido a } Q = F(E, X_1, X_2 \dots X_n)$$

donde:

- E : Energía eléctrica comprada
- Q : Requerimientos totales de energía eléctrica
- P<sub>E</sub>: Precio de la energía eléctrica comprada a la red
- P<sub>i</sub> : Precio de los energéticos alternativos
- X<sub>i</sub> : Cantidades de energéticos alternativos

Tal y como se plantea el problema equivale a una minimización de costos sometido a una restricción técnica según la cual, el empresario tiene en cada momento, unas posibilidades técnicas de generar energía usando para ello, combustibles alternativos.

Más explícitamente, la restricción puede plantearse como una función CES de la forma:

$$Q = (b_E E^r + b_1 x_1^r + b_2 x_2^r \dots + b_n x_n^r)^{1/r}$$

En dicha función se admite la posibilidad de que no haya plena sustituibilidad entre energía eléctrica y combustibles alternativos lo que, a su vez, puede ser la consecuencia de la eficiencia de los energéticos alternativos, de condicionamientos de escala, de costo de

las instalaciones para autogenerar, etc.<sup>5</sup> En nuestro planteamiento, la función CES de restricción se ha planteado para dos alternativas de obtención de energía eléctrica: de una parte, las compras a la red, medidas en términos de GWH; de la otra, la autogeneración total obtenida a partir de cualquier tipo de combustible alternativo, medida en tera caloría, TCAL<sup>6</sup>, de combustible alternativo.

En concreto, pues, el esquema usado es:

$$\min P_E E + P_S S \quad (25)$$

$$\text{Sometido a: } Q = (b_E E^{-r} + b_S S^{-r})^{-1/r} \quad (26)$$

donde:

$P_E$ : Precio del GWH de energía eléctrica comprado a la red

$P_S$ : Precio ponderado de una TCAL de combustible alternativo:  
 $P_1(X_1/X) + P_2(X_2/X) + \dots + P_n(X_n/X)$

Donde, a su vez,  $P_i$  es el precio de una TCAL del energético  $i$ ,  $x_i$  es la cantidad de energético  $i$  y  $X$  es la sumatoria de las cantidades de energéticos utilizados.

$E$ : Compras de energía eléctrica en GWH

$S$ : Consumo de energéticos alternativos en TCAL

$Q$ : Requerimientos totales de energía eléctrica en GWH.

La ecuación de demanda resultante<sup>7</sup> para  $E$  es:

$$E = Q \cdot b_E^z \cdot (P_E/P)^z \quad (27)$$

5 Adicionalmente debe notarse que la plena sustituibilidad es un caso particular de la función CES: sea  $z$  elasticidad de sustitución.

$Z = 1/(1 + r)$  cuando  $z \rightarrow \infty$ ,  $r \rightarrow -1$ ,

la función se reduce a:  $Q = b_E E + b_1 X_1 + \dots + b_n X_n$ .

6 Una tera caloría equivale a  $10^{12}$  calorías.

7 La derivación de la función de demanda correspondiente a tal tipo de problema se encuentra en Armington.

donde:

z: elasticidad de sustitución. Su valor en términos de r es:  $1/(1+r)$

P: Precio de Q; es decir

$$P = (P_E E + P_S S) / Q \quad (28)$$

La ecuación de demanda se estimó pues, como:

$$\ln E - \ln Q = C_0 + C_1 (\ln (P_E / P)) + \text{Residual} \quad (29)$$

donde:

$$C_0 = z \ln b_E$$

$$C_1 = -z$$

Obviamente fue necesario construir la serie de P mediante la ecuación de precios (28).

Las estimaciones arrojaron evidencia de que existe un “quiebre” en la función a partir de 1977 por lo que se optó por introducir una variable Dummy afectando el intercepto  $C_0$ , y modificando también la pendiente de la curva (es decir, la interrelación entre la Dummy y la variable  $\ln (P_E/P)$  se tuvo en cuenta en el modelo bajo el nombre de INTER). El modelo definitivo a estimar fue:

$$\text{DIF} = C_0 + C_1 \text{LNPG} + C_2 \text{DUMMY} + C_3 \text{INTER} \quad (30)$$

donde:

$$\text{DIF} = \ln E - \ln Q$$

$$\text{LNPG} = \ln (P_E / P)$$

$$\text{DUMMY} = 0 \text{ hasta } 1976 \text{ y } 1 \text{ a partir de } 1977$$

$$\text{INTER} = \text{DUMMY} \times \text{LNPG}$$

La información utilizada en las estimaciones se presenta en el cuadro 7. El modelo ajustado por mínimos cuadrados ordinarios es:

$$DIF_t = -0.239193 - 0.864149 LNP_{Gt} + 0.110787 DUMMY_t - 0.412138 INTER_t$$

Desv	(0.0183)	(0.1324)	(0.0401)	(0.3681)
t	(-13.00)	(-6.53)	(2.76)	(-1.12)

+ RESIDUAL<sub>t</sub>

R<sup>2</sup> = 0.95, R<sup>2</sup> ajustado = 0.94, n = 14, F = 1176.6

D.W = 2.031, Número de condición = 19

Coefficientes de autocorrelación no significativos

No heteroscedasticidad

Modelo no estable (debido a ello se introdujeron las variables DUMMY e INTER).

No se rechaza la hipótesis de normalidad sobre u<sub>t</sub>

Cuadro 7 Variables para la estimación de la ecuación de autogeneración

	Autogeneración	Compras a la red (GWH) (E)	Total consumo (GWH) (Q)	Consumo de sustitutos en TCAL (S)	Precio sustitutos \$/TCAL (PS)	Precio energía \$/GWH (PE)	Precio (P)
1970	1096.151	2016	3112.151	4045.751	24.541		
1971	1135.578	2255	3390.578	4222.936	29.499	240	196.3595
1972	1216.610	2650	3866.160	4559.04	35.160	260	219.6742
1973	1311.459	2909	4220.459	4956.653	42.603	280	243.0276
1974	1322.160	3115	4437.160	4937.845	59.887	330	298.3130
1975	1151.278	3253	4404.278	4387.219	80.379	430	397.6656
1976	1211.656	3707	4918.656	6597.137	106.782	560	521.8522
1977	1159.261	3715	4874.261	4396.368	121.296	780	703.8937
1978	1195.987	4126	5324.987	4587.196	151.273	1050	943.8931
1979	1258.746	4402	5660.746	4903.005	203.037	1350	1225.667
1980	1104.551	4493	5597.551	4281.891	290.479	1780	1650.961
1981	1531.520	4534	6065.520	5849.315	399.716	2600	2328.978
1982	1575.488	4703	6278.488	6128.601	500.408	3620	3200.079
1983	1476.742	5028	6504.742	5682.746	600.557	4590	4072.618

Fuente: Encuesta Manufacturera DANE. ISA, Departamento Económico. Cálculos CIE.

Los resultados de la aplicación del Bootstrap fueron:

Cuadro 8 Comparación de los resultados obtenidos para 400 replicaciones con los obtenidos por M.C.O.

Coeficientes	Mínimos cuadrados ordinarios (M.C.O)		Bootstrap	
	Estimación	D.S. Nominal	Media	Desv. Estand.
CO	-0.239193	0.0183	-0.240625	0.0147
C1	-0.864149	0.1324	-0.854307	0.0940
C2	0.110787	0.0401	0.109108	0.0403
C3	-0.412138	0.3682	-0.393383	0.3583

Los valores estructurales correspondientes son:

$$\text{Para el período 1970-1976: } b_E = 0.758209$$

$$z = + 0.864149$$

$$\text{Para el período 1977-1983: } b_E = 0.904287$$

$$z = 1.276287$$

Una conclusión importante que se deriva de estos valores estructurales es la siguiente: la elasticidad de sustitución entre compras a la red y autogeneración ha aumentado significativamente entre la primera mitad de los años setenta y la actualidad. Ello indica que el empresario enfrenta menores dificultades para sustituir y tiene mayor capacidad de respuesta a las políticas de aumento de tarifas implementadas por las empresas públicas. Las explicaciones de este

fenómeno pueden ser que los empresarios han invertido en infraestructura de generación con motivo de políticas recientes de aumentos de precios, o bien el impacto mundial de la crisis energética ha fomentado su interés por tecnología de autogeneración incluyendo aquellas que parten de subproductos de los propios procesos productivos. En todo caso es claro, para quien desee políticas tarifarias, que existe una mayor capacidad de respuesta de los empresarios a las políticas de precios.

### **III. Conclusiones**

Algunos aspectos del planteamiento pueden ser enfatizados, no sólo por su significación teórica sino también por las implicaciones políticas que tienen para las empresas de energía eléctrica. Ante todo, el hecho de que el consumo de energía eléctrica está vinculado a la acumulación de capital. Ello explica que la demanda tenga una relativa estabilidad, aún en presencia de crisis agudas en la producción y que en consecuencia el índice de consumo de energía eléctrica por unidad de producto sea un indicador que se comporta anticíclicamente. Obviamente se supone, al enunciar tal conclusión, que las disminuciones en la producción no se reflejan en idéntica proporción en el uso del capital, sino que afecta (como ha sido el caso colombiano) al volumen de empleo del factor productivo más variable: el trabajo.

Por último, conviene anotar que los modelos aquí descritos son modelos diseñados para el largo plazo. No son modelos adecuadamente flexibles para captar variaciones en la demanda en el cortísimo plazo, pero ponen en relación la demanda con variables económicas que tienen alta significación en el análisis de largo plazo de una economía.

### **Bibliografía**

André, E. et al. (1985). "Modeles de la Demande D'énergie en Belgique Application a L'industrie Manufacturiere". En: Fericelli,

Jean et Lesourd Jean-Baptiste, eds. *Energie: Modelisation et Econometrie*. París, Economica, 1985. p.158-174.

Armington, Paul S. (1969). "A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production". *I.M.F Staff Papers*. Washington, 16 (1): 159-178. March 1969.

Artus, Patrick et Claude Peyroux (1985). "Funcion de Production avec Facteur Energie. Estimations pour Sixgrands pays: Etats-Unis, Allemagne, France, Grande-Bretagne, Canadá, Japón". En: Fericelli, Jean et Lesourd Jean-Baptiste, eds. *Energie: Modelisation et Econometrie*. París, Economica, 1985. p. 472-513.

Atkinson, Scott E. and Robert Halvorsen. (1976). "Interfuel Substitution in Steam Electric Power Generation". *Journal of Political Economy*. Chicago, 84(5): 959-978. October 1976.

Berndt, E.R. and L.R. Christensen. (1979). "The Translog Function and the Substitution of Equipment, Structures, and Labor in U.S. Manufacturing, 1929-1968". *Journal of Econometrics*. (Marzo 1973 b). 81-114.

Berndt, E. R. and M. S. Khaled. (1979) "Parametric Productivity Measurement and Choise Among Flexible Functional Forms". *Journal of Political Economy*. Vol.87, No. 6. 1979.

Berndt, E. R. and D. O. Wood. (1975). "Technology, Prices and the Derived Demand for Energy". L VII. No.3. *The Review of Economics and Statistics*. 1975.

Berndt, E. R. and D. O. Wood. (1979). "Engineering and Econometric Interpretations of Energy-Capital Complementarity". *The American Economic Review*. No. 69. pp. 342-354.

Berndt, E. R. et D.O. Wood. (1985). "Concavity and the Specification of Technical Progress in U.S. Manufacturing". En: Fericelli,

Jean et Lesourd Jean-Baptiste. eds. *Energie: Modelisation et Econometric* París, Económica, 1985. pp. 444-471.

Bickel, P. J. and Freedman, D. A. (1981) "Some asymptotic theory for the bootstrap". *Annals of statistics*. No. 9. pp. 1196-1217.

Bickel, P.J. and Freedman, D.A. (1983). "Bootstrapping Regression Models with many Parameters". A Festschrift for Erich Lehmann, P. Bickel, K. Doksum, and J. L. Hodges. Editors, Belmont, California Wadsworth, 1983. pp. 28-48.

Capros, P. et Ladoux N. (1983). "Modèle interindustriel Energétique de long terme (M.I.E.L.)". En: Fericelli, Jean et Lesourd Jean-Baptiste, eds. *Energie: Modelisation et Econometrie*. Paris, Economica, 1985. pp. 444-471.

Carlevaro, F. et C. Spierer. (1985). "Modeles Dynamiques de la demande d'Energie a Equipement Latent". En: Fericelli, Jean et Lesourd Jean-Baptiste, eds. *Energie: Modelisation et Econometrie*. Paris, Economica, 1985. pp.175-198.

Christensen, L.R., D.W. Jorgenson and L. J. Lau. (1973). "Transcendental Logarithmic Production Frontiers". *The Review of Economics and Statistics*. Febrero 1973. pp. 28-45.

Efron, B. (1979). "Bootstrap Methods: another look at the Jackknife". *Annals of statistics*. No. 7. pp. 1-26.

Efron, B. (1982). "The Jackknife, the bootstrap and other resampling plans". CBMS-NSF Regional Conference. Series in applied Mathematics monograph 38, Philadelphia, Society for industrial and applied mathematics.

Finke R. and Flood L. (1984). "The budget share of food in 1990: bootstrap for distribution-free prediction intervals". *Mcketan-Matherly discussion paper MM2*. Universidad de Florida.

Freedman, D.A. (1981). "Bootstrapping Regression models". *Annals of statistics*. No. 9. pp. 1218-1228.

Freedman, D.A. and Peters S. (1983). "Using the bootstrap to evaluate forecasting equations". *Technical report*. University of California, Berkeley, Department of statistics.

Freedman, D.A. and Peters S. (1984). "Bootstrapping a regression equations: some empirical results". *Journal of the American Statistical Association*. V. 79, No. 385. March 1984.

Freedman, D.A. and Peters S. (1984). "Bootstrapping an Econometric Model: some empirical results". *Journal of Business and Economic statistics*. V. 2, No. 2. April 1984.

Hudson, E. and D. W. Jorgenson. (1974). "U.S. Energy Policy and Economic Growth, 1975-2000". *The Bell Journal of Economics and Management Science*. 5(2): 461-514. Autumn '74.

Theil, H. (1971). *Principles of Econometrics*. New York: John Wiley.

Zellner, A. (1962). "A Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Test for Aggregation Bias". *Journal of the American Statistical Association*. No. 57. pp. 348-368.