

La energía eléctrica dentro de la estructura tecnológica de la industria antioqueña.

Gustavo López - Elkin Castaño.

Lecturas de economía N° 34

-Introducción, 113. -I. El modelo agregado Klem, 115. -II. El modelo inter-energético, 122. -III. Estimación del modelo Klem a dos niveles, 124. -IV. Estimación del primer nivel del modelo Klem, 135. -Bibliografía, 144.

Introducción

De acuerdo con la teoría económica la demanda de energía eléctrica por parte de la industria es una demanda derivada. Esto significa que las empresas industriales consumen energía porque la requieren para el proceso mediante el cual generan un producto que es demandado -directamente- por los consumidores. Por supuesto, la realización del proceso productivo requiere de otros insumos además de la electricidad, de modo que si queremos modelar la demanda de ésta última habremos de tener en cuenta estos otros requerimientos. Como procedimiento metodológico, podemos suponer que cada empresa escogerá aquella canasta de insumos que le permita obtener un determinado nivel de producto al menor costo, con lo cual la demanda derivada de cada insumo, incluyendo la de electricidad, dependerá del nivel de producción, de las posibilidades de sustitución tecnológica entre los insumos y de sus precios relativos.

Medellín, enero-junio 1991

Este enfoque de minimización de costos que adoptaremos aquí es una alternativa frente al de la maximización de beneficios, para el cual se requiere suponer que el empresario es tomador de precios no sólo en los mercados de insumos, sino también en el de su producto, lo cual no resulta adecuado para muchas situaciones. De otro lado, el enfoque de minimización de costes sólo requiere la "cuasi-concavidad" de las funciones de producción frente a la estricta concavidad requerida por el enfoque de maximización de beneficios, lo cual implica que el procedimiento de minimización es adecuado incluso en el caso de funciones de producción bajo rendimientos constantes a escala.

Tal procedimiento de minimización de costos genera las denominadas "funciones de demanda condicionada de factores", que presentan las demandas de un insumo en términos de los precios de todos ellos (determinados en mercados de competencia) y del volumen de producción.

En nuestro caso, supondremos una función de producción de dos niveles: en el primero, la producción de una empresa es el resultado del empleo de trabajo (L), capital (K), energéticos (E) y materias primas no energéticas (M); en el segundo, los denominados insumos energéticos son generados a partir de combinaciones de electricidad¹ (EL) y otros energéticos (OE). Como el propósito del análisis es describir las posibilidades económicas de la empresa, la función de costos suministra toda la información relevante sobre la tecnología².

En la sección I se explica el empleo de una función de costos de tipo translogarítmico (Christensen, Jorgenson y Lau, 1973) para explicar las relaciones de sustitución y complementariedad entre los insumos en el primer nivel de la función de producción con aplicación al caso de la producción industrial de Antioquia para el período 1975-1987. En

1 Se incluye tanto la electricidad comprada como la autogenerada

2 Para un desarrollo teórico amplio sobre este tema ver: Hal Varian. *Análisis microeconómico*. Antoni Bosch Editor, Barcelona, 1986.

la sección II, introduciremos el supuesto de separabilidad débil en la función de producción con el propósito de separar los insumos energéticos de los restantes y poder, de este forma, calcular las relaciones de sustitución entre la electricidad y otros insumos energéticos. En la sección III se presentarán los datos empleados y los resultados obtenidos en la estimación del modelo interenergético. Finalmente, en la sección IV se exponen los resultados de la estimación del modelo Klem.

I. El modelo agregado Klem

Supongamos una función de producción agregada positiva, dos veces diferenciable y caracterizada por rendimientos constantes a escala:

$$Q = Q(K,L,E,M) \tag{1}$$

- donde
- Q = cantidad de producto
 - K = capital utilizado
 - E = insumo energético
 - L = mano de obra empleada
 - M = materias primas no energéticas

Si consideramos que los empresarios son tomadores de precios en el mercado de factores y asumimos como dada la cantidad de producto de acuerdo a la función de producción (1), la aplicación del principio fundamental de la dualidad en la producción (Vease Varian, 1986) implica que toda la información de relevancia económica sobre la tecnología se puede representar por una función de costos de la forma:

$$C = C(P_K, P_L, P_E, P_M, Q) \tag{2}$$

donde C es el costo total y P_K , P_L , P_E y P_M son los precios de los factores. Para que esta función de costos se "comporte correctamente"

debe ser no decreciente, homogénea de grado uno, cóncava y continua con respecto a los precios.

Existen varias formas flexibles de representar la función de costos (2), es decir, aproximaciones a la verdadera función de costos que no imponen restricciones previas a los valores de las elasticidades. Debido a su flexibilidad, emplearemos una función translogarítmica³ cuya forma es:

$$\begin{aligned} \text{Ln } C = & \text{Ln}\alpha_0 + \alpha_Q \text{Ln}Q + (1/2)\alpha_{QQ}(\text{Ln}Q)^2 + \sum \alpha_i \text{Ln}P_i \\ & + (1/2)\sum_i \sum_j \alpha_{ij} \text{Ln}P_i \text{Ln}P_j + \sum_i \alpha_{iQ} \text{Ln}Q \text{Ln}P_i \end{aligned} \quad (3)$$

La homogeneidad lineal en precios impone las siguientes restricciones sobre los parámetros de la función de costo (3)

$$\begin{array}{rcccccc} \alpha_K & + & \alpha_L & + & \alpha_E & + & \alpha_M & = & 1 \\ \alpha_{KK} & + & \alpha_{KL} & + & \alpha_{KE} & + & \alpha_{KM} & = & 0 \\ \alpha_{LK} & + & \alpha_{LL} & + & \alpha_{LE} & + & \alpha_{LM} & = & 0 \end{array}$$

3 En el trabajo empírico se han empleado generalmente tres formas funcionales flexibles. La función translog (TL), la generalizada de Leontief (GL) y la extendida generalizada de Cobb-Douglas (EGCD). Experimentos de Montecarlo han mostrado que la forma TL suministra una información adecuada de la realidad cuando ésta no es muy compleja. Si se compara con las otras dos formas, dichos experimentos han indicado una preferencia por la forma TL. La forma GL, si bien por construcción es linealmente homogénea en los precios de los insumos, es incapaz de distinguir entre homoteticidad, homogeneidad y homogeneidad lineal, aunque se considera como una buena aproximación cuando las elasticidades de sustitución son pequeñas y positivas, caso en el cual las formas TL y EGCD se comportan mal. La forma EGCD si bien se aproxima mucho a la forma TL, genera funciones de demanda condicionada de factores que no son lineales y que además contienen n-1 parámetros más que las formas TL y GL, donde n es el número de insumos considerados. Para un estudio más extenso sobre el tema ver: Guilkey, David et al(1983). "A comparison of the performance of three flexible functional forms". *International Economic Review*. Vol. 24. No. 3, pp. 511-516.

$$\begin{aligned}
 \alpha_{EK} + \alpha_{EL} + \alpha_{EE} + \alpha_{EM} &= 0 \\
 \alpha_{MK} + \alpha_{ML} + \alpha_{ME} + \alpha_{MM} &= 0 \\
 \alpha_{KQ} + \alpha_{LQ} + \alpha_{EQ} + \alpha_{MQ} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

donde $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ $i \neq j$

Las funciones de demanda condicionada de factores se obtienen diferenciando (3) con respecto al logaritmo del precio y asumiendo que la cantidad de producto y los precios son fijos.

$$\frac{\delta \text{Ln } C}{\delta \text{Ln } P_i} = \frac{\delta C \cdot P_i}{\delta P_i \cdot C}$$

y usando el Lema de Shephard

$$X_i = \frac{\delta C}{\delta P_i}$$

obtenemos un sistema de ecuaciones, cada una de las cuales muestra la participación del respectivo insumo en el costo total en función de los precios

$$\begin{aligned}
 S_K &= \alpha_K + \alpha_{KK} \text{Ln}_{PK} + \alpha_{KL} \text{Ln}_{PL} + \alpha_{KE} \text{Ln}_{PE} + \alpha_{KM} \text{Ln}_{PM} + \alpha_{KQ} \text{Ln}_Q \\
 S_L &= \alpha_L + \alpha_{KL} \text{Ln}_{PK} + \alpha_{LL} \text{Ln}_{PL} + \alpha_{LE} \text{Ln}_{PE} + \alpha_{LM} \text{Ln}_{PM} + \alpha_{LQ} \text{Ln}_Q \\
 S_E &= \alpha_E + \alpha_{KE} \text{Ln}_{PK} + \alpha_{LE} \text{Ln}_{PL} + \alpha_{EE} \text{Ln}_{PE} + \alpha_{EM} \text{Ln}_{PM} + \alpha_{EQ} \text{Ln}_Q \\
 S_M &= \alpha_M + \alpha_{KM} \text{Ln}_{PK} + \alpha_{LM} \text{Ln}_{PL} + \alpha_{ME} \text{Ln}_{PE} + \alpha_{MM} \text{Ln}_{PM} + \alpha_{MQ} \text{Ln}_Q
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Las elasticidades parciales de sustitución de Allen entre los insumos i y j se obtienen como⁴

4 Bernd, Ernst y Wood, David. "Technology, prices and the derived demand for energy". *The Review of Economics and Statistics*. Vol. LVII. No.3. August 1975, p. 261.

$$\sigma_{ij} = \frac{C_i * C_{ij}}{C_i * C_j}, \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

donde $C_i = \frac{\partial C}{\partial P_i}$, $C_{ij} = \frac{\partial^2 C}{\partial P_i \partial P_j}$

En el caso de la función translog las elasticidades parciales de sustitución de Allen son:

$$\sigma_{ij} = \frac{\alpha_{ij} + S_i S_j}{S_i S_j} \quad i, j = K, L, E, M \quad i \neq j$$

$$\sigma_{ii} = \frac{\alpha_{ii} + S_i^2 - S_i}{S_i} \quad i = K, L, E, M \quad (6)$$

Como se puede observar, estas elasticidades no están restringidas a ser constantes y antes por el contrario varían en el tiempo con los valores de las funciones de participación en los costos, S_i .

Las elasticidades precio de la demanda por factores de producción para la función de costo translog se definen:

$$e_{ij} = S_j \sigma_{ij} \quad i, j = K, E, L, M \quad i \neq j$$

$$e_{ii} = S_i \sigma_{ii} \quad (7)$$

Obsérvese que aunque $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, en general $e_{ij} \neq e_{ji}$

La función de costo translog (3) se caracteriza por ser no homotética⁵ y de rendimientos no constantes. Si queremos que la función

5 Las funciones homotéticas se caracterizan por generar sendas de expansión lineales.

(3) cumpla con estas características debemos incorporar restricciones adicionales. La estructura es homotética si $\alpha_{qi} = 0$ para todo i ; es homogénea si $\alpha_{qq} = \alpha_{qi} = 0$ para todo i , y linealmente homogénea si

$(\alpha_q - 1) = \alpha_{qq} = \alpha_{qi} = 0$ para todo i . (Christensen, Jorgenson y Lau, 1973).

De otro lado, con el fin de que la función de costo translog se “comporte correctamente”, es necesario que esta sea cóncava con respecto a los precios, es decir, que la matriz Hessiana de las derivadas parciales de segundo orden de la función de costo con respecto a los precios de los insumos sea semi-definida negativa⁶.

Empíricamente, con frecuencia se han examinado los estimadores puntuales de las elasticidades parciales de sustitución (σ_{ij}) y a partir de estos se determina, si para los datos, la matriz [σ_{ij}] es semi-definida negativa. Si la matriz satisface esta condición entonces se considera que la función de costos se “comporta correctamente” en cada punto del tiempo. Sin embargo, si el objetivo del análisis es la simulación, aún si la condición de concavidad se satisface localmente en cada punto del tiempo empleado, esto no necesariamente implica que para los valores proyectados o simulados de los precios de los insumos se siga obteniendo una función de costos cóncava. Para ello es necesario verificar la concavidad global de la función. Existe un procedimiento para contrastar esta propiedad, desarrollado por Jorgenson-Fraumeni⁷, se basa en expresar la matriz Hessiana de la función de costo unitario como:

6 Una condición necesaria y suficiente para que una matriz sea semidefinida negativa es que sus menores principales alternen de signo, de modo que todos los impares sean menores o iguales que cero y todos los pares mayores o iguales a cero.

7 Para una justificación de este procedimiento ver: Bernd, Ernst and Wood, David. “Concavity and the especification of technical progress in U.S. manufacturing”. Er: Lessourd, Jean Baptiste (ed.): *Energie. Modélisation et Econométrie*. París. Economica, 1985.

$$H = [\alpha_{ij}] + ww^T - w$$

donde

$$[\alpha_{ij}] = \begin{vmatrix} \alpha_{KK} & \alpha_{KL} & \alpha_{KE} & \alpha_{KM} \\ \alpha_{KL} & \alpha_{LL} & \alpha_{EL} & \alpha_{LM} \\ \alpha_{KE} & \alpha_{LE} & \alpha_{EE} & \alpha_{EM} \\ \alpha_{KM} & \alpha_{LM} & \alpha_{EM} & \alpha_{MM} \end{vmatrix}$$

$$w = \begin{vmatrix} S_K \\ S_L \\ S_E \\ S_M \end{vmatrix} \quad W = \begin{vmatrix} SK & 0 & 0 & 0 \\ 0 & SL & 0 & 0 \\ 0 & 0 & SE & 0 \\ 0 & 0 & 0 & SM \end{vmatrix} \quad (8)$$

Asumiendo monotonicidad (es decir, $S_i > 0$, $i = K, L, E, M$) una condición necesaria y suficiente para que H sea globalmente una matriz semi-definida negativa es que la matriz $[\alpha_{ij}]$ sea semi-definida negativa.

Si reemplazamos (6) en (7) obtenemos:

$$e_{ii} = S_i \sigma_{ii} = \frac{S_i (\alpha_{ii} + S_i^2 - S_i)}{S_i^2}$$

$$e_{ii} = \frac{\alpha_{ii}}{S_i} + S_i - 1 \quad i = K, L, E, M \quad (9)$$

Por tanto, para que la matriz $[\alpha_{ij}]$ sea semi-definida negativa, es necesario que $\alpha_{ii} < 0$ lo que implica en (9)

$$e_{ii} < S_i - 1 \quad i = K, L, E, M \quad (10)$$

En resumen, la restricción de concavidad global de la función translog requiere no solamente que $\alpha_{ii} < 0$, sino que también $e_{ii} < 0$ pero sujeto a $e_{ii} < S_i - 1$.

Para la estimación econométrica de las ecuaciones de participación derivadas de una función de costo de tipo translog debemos tener en cuenta que:

(i) las desviaciones de las participaciones con respecto a las derivadas de los logaritmos de dicha función son el resultado de errores aleatorios en el comportamiento minimizante del costo.

Esto nos permite agregar un término de perturbación aditivo a cada una de las ecuaciones de participación.

(ii) La suma en cada período de tiempo de las participaciones es la unidad y por tanto la suma de las perturbaciones a través de todas las ecuaciones de participación es cero en cada observación. Esto implica que la matriz de covarianzas del vector de perturbaciones es singular y el proceso de estimación debería ser el adecuado para ajustar un sistema de ecuaciones lineales con restricciones y matriz de covarianzas singular. Los métodos de estimación para estos sistemas de ecuaciones son bien conocidos (Véase por ejemplo Aigner, 1973). En el presente contexto debemos eliminar una de las ecuaciones y proceder a la estimación de las restantes.

(iii) El método de estimación elegido para las ecuaciones restantes debería proporcionar resultados que sean invariantes a la ecuación eliminada arbitrariamente. En nuestro caso consideramos que los precios, que son las variables explicativas de las ecuaciones de participación, son exógenos⁸, lo que nos permite usar el método de estimación iterativo de las ecuaciones aparentemente no relacionadas de Zellner (1962), el cual es invariante a la ecuación eliminada, consistente y eficiente asintóticamente.

8 Este supuesto se fundamenta en que los precios de los insumos para la industria de Antioquia son determinados, ya sea por el gobierno o por condiciones macroeconómicas.

II. El modelo interenergético

Consideremos el caso en el cual la empresa optimiza su comportamiento eligiendo entre un número diverso de tipos de energía, E_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Consideremos entonces la siguiente función de producción

$$Q = Q(E_1, E_2, \dots, E_n, K, L, M) \quad (11)$$

Suponiendo una función de producción agregada, dos veces diferenciable y débilmente separable con respecto al insumo energético:⁹

$$Q = Q[E(E_1, E_2, \dots, E_n), K, L, M] \quad (12)$$

donde E es una función homotética en n insumos energéticos. Por el teorema de la dualidad, si la función de producción es homotética y débilmente separable en los insumos energéticos, la correspondiente función de costo dual también es débilmente separable en los precios de los insumos

$$C = C[P_E(P_{E_1}, \dots, P_{E_n}), P_K, P_L, P_M, Q] \quad (13)$$

Podemos entonces emplear otra función de costos que represente el costo unitario de la energía (P_E) que el empresario minimiza. Representemos este costo unitario, al igual que en el nivel KLEM, por una función de costo translog, homogénea y por tanto homotética con respecto a P_E .

$$\ln P_E = \ln \beta_0 + \sum_i \beta_i \ln P_i + (1/2) \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln P_i \ln P_j \quad (14)$$

donde $i = 1, 2, \dots, n$

9 El supuesto de separabilidad débil implica que la relación de sustitución entre algún par de energéticos es independiente de los precios de los insumos no energéticos y del nivel de producto.

Para que la función (14) se “comporte correctamente”, debería ser una función no decreciente con respecto a los precios de los energéticos, homogénea, cóncava y continua.

Aplicando el Lema de Shephard y asumiendo que los precios de los energéticos son fijos, se obtienen las funciones de demanda condicionada de los energéticos para los tipos individuales de energéticos en términos de participación en el costo agregado de la energía P_E .

$$S_{E_i} = \beta_i + \sum_j \beta_{ij} P_{E_j} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

donde se asume que los parámetros de la función (15) cumplen con las restricciones de homogeneidad lineal y de simetría

$$\begin{aligned} \sum \beta_i &= 1 \\ \sum \beta_{ij} &= \sum \beta_{ji} = 0 \\ \beta_{ij} &= \beta_{ji} \end{aligned}$$

En nuestro caso desagregamos los insumos energéticos en electricidad (E_{EL}) y en otros insumos energéticos distintos de electricidad (E_{OE}). Por tanto, las correspondientes funciones de demanda de estos insumos según el sistema (15) son

$$\begin{aligned} S_{EL} &= \beta_{EL} + \beta_{EL,EL} \text{Ln}P_{EL} + \beta_{EL,OE} \text{Ln}P_{OE} \\ S_{OE} &= \beta_{OE} + \beta_{EL,OE} \text{Ln}P_{EL} + \beta_{OE,OE} \text{Ln}P_{OE} \end{aligned} \quad (17)$$

Al igual que en el nivel KLEM a un nivel interenergético se pueden obtener las elasticidades parciales de sustitución y contrastar empíricamente el cumplimiento de la propiedad de concavidad local y global de la función (14).

La estimación del modelo interenergético es válida si se cumple el supuesto de separabilidad débil¹⁰ en la función de producción, lo cual implica en la función dual de costo que las relaciones de sustitución entre algún par de energéticos son independientes de los precios de los insumos no energéticos P_L , P_K y P_M y del producto Q .

III. Estimación del modelo Klem a dos niveles

A. Construcción de la base de datos

La estimación del modelo interenergético requiere información sobre precios y cantidades consumidas de cada uno de los insumos que conforman la canasta de energéticos empleados en la industria de Antioquia.

Se consideraron como insumos principales de la canasta, que-rosene, ACPM, *fuel-oil*, crudo de castilla, electricidad y carbón. Los datos de cantidades consumidas por la industria se encuentran en la Tabla 1 y la información sobre precios corrientes se encuentra en la Tabla 2.

Si consideramos que en el proceso productivo los insumos se deben tener en cuenta en términos del servicio que prestan y no en sus cantidades físicas, se empleó el siguiente procedimiento para cuantificar los servicios de los insumos energéticos al proceso de producción.

En primer lugar, se calculó el precio relativo de cada energético deflactando por el Índice de Precios al por Mayor (IPM) (Véase Tabla 3). Luego se agregaron el carbón y los hidrocarburos (querosene, ACPM, *fuel-oil* y crudo de castilla) empleando un índice Divisia, con

10 Existe una metodología propuesta por Berndt y Wood (1975) para contrastar la separabilidad débil.

Tabla 1

Año	Querosene MBL	ACPM MBL	Fuel-oil MBL	Crudo MBL	Electr. GWH	Carbón Toneladas
1975	346.1	356.5	947.1	0.0	989.5	462.2
1976	343.0	332.3	950.6	0.0	1027.7	559.2
1977	352.3	368.7	954.1	0.0	1038.8	505.2
1978	356.3	427.3	957.7	0.0	1135.5	573.8
1979	379.0	480.2	961.2	0.0	1196.9	642.1
1980	309.6	560.8	964.8	0.0	1271.3	554.2
1981	277.5	606.4	968.3	0.0	1183.0	546.2
1982	269.8	614.9	907.4	61.0	1154.8	555.8
1983	233.3	618.4	634.4	334.0	1245.8	552.6
1984	242.2	656.5	201.3	471.4	1325.8	523.0
1985	260.1	654.5	98.6	692.8	1385.4	482.9
1986	290.0	640.5	100.4	736.6	1496.2	509.5
1987	292.0	671.4	84.7	785.1	1576.3	524.6

Nota: Los datos de *fuel-oil* entre 1975-1979 son cálculos nuestros asumiendo una tasa del crecimiento del 0.38%, tasa a la cual creció el consumo de este energético entre 1981/1980.

Fuente: *Escenarios energéticos para Antioquia*. Gobernación de Antioquia. Departamento Administrativo de Planeación. Medellín, abril de 1990. Tabla 2.1.

las cantidades y precios relativos anteriores¹¹. De lo anterior se obtuvo un índice de cantidades y precios relativos de los energéticos distintos de la electricidad con base 1975, el cual se empleó en la estimación del submodelo energético (Véase Tabla 4).

11 Una práctica común en la aplicación empírica de funciones de tipo translog es emplear una agregación **divisia** con el fin de reducir el número de componentes que entran en el proceso de estimación. Si el índice agregado (E) existe y es lineal, homogéneo en sus componentes (E_i) y existe un precio normal (PE) único en cada punto, entonces el índice Divisia se comporta independientemente y mantiene los valores reales de la función agregada. Fuss, Melvyn(1977).

Tabla 2 Precios corrientes de los energéticos

Año	Fuel-oil \$/barril (1)	ACPM \$/barril (1)	Crudo \$/barril (1)	Querosene \$/barril (1)	Electr. \$/GWH (2)	Carbón \$/tonel. (3)
1975	65.94	122.22	0.00	173.04	390000	106.40
1976	140.70	279.72	0.00	279.72	540000	193.00
1977	214.62	406.98	0.00	398.58	740000	399.95
1978	215.04	517.02	0.00	517.02	900000	533.00
1979	469.14	862.26	0.00	862.26	1150000	526.70
1980	597.24	1386.84	391.02	1386.84	1490000	633.66
1981	755.16	1882.02	546.00	1882.02	1950000	803.00
1982	925.26	2319.66	756.00	2319.66	2640000	1072.00
1983	1133.16	2814.00	966.00	2814.00	3680000	1332.00
1984	1713.60	3331.02	1117.20	3331.02	4740000	1385.10
1985	2001.72	3742.20	1285.20	3742.20	6660000	2006.80
1986	2368.80	4501.14	1541.40	4501.14	8760000	3413.00
1987	2998.80	5511.24	1850.10	5510.82	10970000	3864.00

- Fuente:
1. SIE. Ministerio de Minas y Energía.
 2. ISA. Sistema eléctrico colombiano. Balance Energético 1973-1988. OP-08.
 3. Escenarios energéticos para Antioquia. Gobernación de Antioquia. Departamento Administrativo de Planeación. Medellín, abril de 1990. Tabla 2.1.

Con la electricidad se siguió un procedimiento similar. Inicialmente se calculó su precio relativo deflactando por IPM (Ver Tabla 3) y se normalizó dicho precio con base 1975=1. Luego se ajustó la cantidad de electricidad demandada en la industria antioqueña tomando como base el precio normalizado:

$$E_L^* = \frac{E_L P_{EL}^*}{P_{EL}}$$

Tabla 3 Precios relativos de los energéticos

Año	Fuel-oil \$/barril	ACPM \$/barril	Crudo \$/barril	Querosene \$/barril	Electricidad \$/GWH	Carbón \$/tonel.
1975	65.94	122.22	0.00	173.04	390000.00	106.40
1976	110.56	219.80	0.00	219.80	424328.15	151.66
1977	141.51	268.35	0.00	262.81	487933.54	263.71
1978	116.62	280.39	0.00	280.39	488095.88	289.06
1979	197.24	362.52	0.00	362.52	483498.00	221.44
1980	200.26	465.02	131.11	465.02	499614.39	212.47
1981	204.99	510.88	148.21	510.88	529330.33	217.98
1982	201.58	505.37	164.71	505.37	575163.40	233.55
1983	209.29	519.74	178.42	519.74	679694.14	246.02
1984	261.16	507.65	170.26	507.65	722384.78	211.09
1985	248.07	463.76	159.27	463.76	825360.63	248.70
1986	236.02	448.48	153.58	448.48	872822.92	340.06
1987	238.70	438.69	147.27	438.66	873206.03	307.57

Fuente: CIE. Cálculos nuestros

donde E_L es la cantidad de energía eléctrica consumida en GWH, P_{EL} es el precio relativo de la electricidad y P_{EL}^* es el precio normalizado de la electricidad. Este precio normalizado y la cantidad ajustada de electricidad (E_L^*) se emplearon en la estimación del submodelo energético. (Ver Tabla 4).

Tabla 4 Datos del modelo interenergético

Año	Precio normal electric. \$/GWH	Electricidad ajustada GWH	Precio normal otros energét. \$/divisia	Otros energét. divisia
1975	1.000000	386000000	1.000000	166000000
1976	1.088021	401000000	1.560035	163000000
1977	1.251112	405000000	1.930755	169000000
1978	1.251528	443000000	1.856898	179000000
1979	1.239738	467000000	2.642238	190000000
1980	1.281063	496000000	3.122313	192000000
1981	1.357257	461000000	3.354787	194000000
1982	1.474778	450000000	3.312835	193000000
1983	1.742805	486000000	3.424809	185000000
1984	1.852269	517000000	3.460219	170000000
1985	2.116309	540000000	3.181981	176000000
1986	2.238007	584000000	3.073467	180000000
1987	2.238990	615000000	2.997921	186000000

Fuente: CIE. Cálculos nuestros.

B. Estimación del modelo interenergético

Tal como se había señalado en la sección anterior para la construcción del submodelo energético se agruparon los insumos en electricidad, E_{EL} , y otros insumos energéticos distintos a la electricidad (carbón, querosene, ACPM, *fuel-oil* y crudo de castilla), E_{OE} .

El submodelo energético especificado de acuerdo a lo presentado en la sección anterior es:

$$\begin{aligned}
 S_{EL} &= \beta_1 + \beta_{11} \text{Ln}P_{EL} + \beta_{12} \text{Ln}P_{OE} + e_{1t} \\
 S_{OE} &= \beta_2 + \beta_{21} \text{Ln}P_{EL} + \beta_{22} \text{Ln}P_{OE} + e_{2t}
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

sujeto a:

$$\begin{aligned}
 \beta_1 + \beta_2 &= 1 \\
 \beta_{12} &= \beta_{21} \\
 \beta_{11} + \beta_{12} &= 0 = \beta_{21} + \beta_{22}
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Imponiendo en (19) las condiciones de simetría y de homogeneidad lineal en precios y teniendo en cuenta que el sistema es singular, debemos estimar la ecuación simplificada:

$$S_{EL} = \beta_1 + \beta_{11} \text{Ln}(P_{EL}/P_{OE}) + e_{1t}
 \tag{20}$$

Se estimó la ecuación anterior usando Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y se encontró evidencia de autocorrelación y heterocedasticidad. Posiblemente esta se deba a una subespecificación en la ecuación de participación (20).

Tal subespecificación podría ser generada por la ausencia de dinamismo en la misma ecuación. Esto equivale a asumir que la industria minimiza su función de costos de los energéticos en cada período del tiempo, supuesto que se puede validar si tenemos en cuenta que durante el período muestral, la política de precios varió drásticamente.

Sin alejarnos de la especificación translog, podemos adaptar la ecuación (20) de forma que refleje el cambio en la estructura de la función de costos de los energéticos.

Suponemos que el parámetro β_{11} es una función del tiempo, es decir

$$\beta_{11} = \beta_{11}(t)$$

siendo

$$\beta_{11}(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_p t^p \quad (21)$$

y donde $a_i, i = 0, 1, 2, \dots, p$, son parámetros a estimar. En nuestro caso se eligió $p=2$, como el grado del polinomio que representa más adecuadamente la evolución del parámetro β_{11} .

En síntesis, el modelo que debemos estimar es:

$$S_{EL} = \beta_1 + \beta_{11}(t) \text{Ln}(P_{EL}/P_{OE}) + e_1$$

donde

$$\beta_{11}(t) = a_0 + a_{1t} + a_{2t} \quad \text{con } a_0 = 0 \quad (22)$$

Empleando esta nueva especificación se ajustó el modelo utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios y los resultados se encuentran en la Tabla 5.

En los resultados anteriores, observamos el buen comportamiento estadístico de las ecuaciones estimadas: alto grado de ajuste, un alto valor del logaritmo de la función de verosimilitud frente a estimaciones alternativas y valores mínimos de los criterios de selección de Akaike (AIC) y Schwartz (SIC) frente a modelos alternativos, no autocorrelación, homocedasticidad y normalidad en el término de error (el test de Filliben, 1975, a un nivel de 0.01 no rechaza el supuesto de normalidad; el gráfico de probabilidad normal confirma este resultado).

C. Análisis sobre comportamiento de la función de costos

Tal como se mostró en la sección II para que la función (14) represente adecuadamente una función de costos ella debe ser

Tabla 5 Estimación por mínimos cuadrados ordinarios

1. Ecuación de participación de la electricidad

Coeficiente	Estimación	Desv. est.	Valor-t
β_1	0.69344	0.67269E-02	103.080
a_1	0.07464	0.34321E-02	21.747
a_2	-0.6197E-02	0.34169E-03	-18.136

2. Valor de los parámetros cambiantes

Año	β_{11}	β_{12}	β_{22}
1975	0.0684401	-0.0684401	0.0684401
1976	0.1244860	-0.1244860	0.1244860
1977	0.1681379	-0.1681379	0.1681379
1978	0.1993957	-0.1993957	0.1993957
1979	0.2182593	-0.2182593	0.2182593
1980	0.2247289	-0.2247289	0.2247289
1981	0.2188044	-0.2188044	0.2188044
1982	0.2004486	-0.2004486	0.2004486
1983	0.1697731	-0.1697731	0.1697731
1984	0.1266663	-0.1266663	0.1266663
1985	0.0711654	-0.0711654	0.0711654
1986	0.0032704	-0.0032704	0.0032704
1987	-0.0770187	0.0770187	-0.0770187

$R^2 = 0.9746$ $DW = 1.5481$ $RHO = 0.21394$

Varianza residual = 0.00014

Log. función de verosimilitud = 39.21383

Criterio Selección de modelos: AIC = -70.4277 SIC = -68.1679

Test de aleatoriedad de los residuos = -0.85227

cóncava con respecto a los precios energéticos, es decir, que la matriz Hessiana de las derivadas parciales de segundo orden de la función de costos con respecto a los precios sea semi-definida negativa y sus funciones de demanda de los insumos deben ser estrictamente positivas. En nuestro caso la positividad se satisface si los valores ajustados de las participaciones son positivos lo cual, según se observa en la Tabla 4, se cumple.

La condición de concavidad local se verifica puesto que la matriz $[\sigma_{ij}]$ satisface en cada punto del tiempo las condiciones necesarias y suficientes para ser una matriz semi-definida negativa¹². Por tanto, concluimos que la función de costo translog del submodelo energético se comporta localmente bien.

D. Cálculo de las elasticidades de sustitución parciales de Allen y elasticidades precio.

De acuerdo con los resultados de la estimación, se calcularon las elasticidades de sustitución propias y cruzadas de Allen entre los energéticos empleando la ecuación (6) y las elasticidades precio propias y cruzadas empleando la ecuación (7). Los resultados se encuentran en las Tablas 6 y 7 respectivamente.

Tabla 6 Elasticidades de sustitución de Allen del modelo inter-energético

Tiempo	$\sigma_{EL,EL}$	$\sigma_{OE,OE}$	$\sigma_{EL,OE}$
1975	-0.2900886	-1.5685160	0.6745434
1976	-0.2709475	-0.7976358	0.4648843
1977	-0.1895523	-0.4570921	0.2943516

12 En general, la función de costo translog no satisface estas restricciones globalmente salvo para el año de 1987.

Tabla 6 (Continuación)

Tiempo	$\sigma_{EL,EL}$	$\sigma_{OE,OE}$	$\sigma_{EL,OE}$
1978	-0.8936988E-01	-0.2486552	0.1490714
1979	-0.1062379	-0.1412934	0.1225182
1980	-0.9465118E-01	-0.1063347	0.1003230
1981	-0.1294417	-0.1196374	0.1244430
1982	-0.1905448	-0.2052869	0.1977785
1983	-0.2292727	-0.4097381	0.3064992
1984	-0.2841933	-0.7531788	0.4626536
1985	-0.332042	-1.3826710	0.6775734
1986	-0.4166542	-2.3255320	0.9843488
1987	-0.5569812	-3.3964780	1.3754180
Media 1980-1987	-0.279220	-1.0873600	0.5286300
Media 1985-1987	-0.43523	-2.3682300	1.0124470

Tabla 7 Elasticidades precio propias y cruzadas. Modelo interenergético

Tiempo	$e_{EL,EL}$	$e_{OE,OE}$	$e_{OE,EL}$	$e_{EL,OE}$
1975	-0.2028518	-0.4716915	0.4716915	0.2028518
1976	-0.1711794	-0.2937049	0.2937049	0.1711794
1977	-0.1153019	-0.1790497	0.1790497	0.1153019
1978	-0.5587327E-01	-0.9319816E-01	0.9319816E-01	0.5587327E-01
1979	-0.5689935E-01	-0.6561884E-01	0.6561884E-01	0.5689935E-01
1980	-0.4870230E-01	-0.5162071E-01	0.5162071E-01	0.4870230E-01
1981	-0.6344657E-01	-0.6099644E-01	0.6099644E-01	0.6344657E-01
1982	-0.9704713E-01	-0.1007314	0.1007314	0.9704713E-01
1983	-0.1311601	-0.1753391	0.1753391	0.1311601
1984	-0.1760509	-0.2866027	0.2866027	0.1760509
1985	-0.2228404	-0.4547330	0.4547330	0.2228404
1986	-0.2927425	-0.6916063	0.6916063	0.2927425
1987	-0.3964408	-0.9789770	0.9789770	0.3964408
Media				
1980-1987	-0.1785500	-0.3500800	0.3500800	0.1785500
1985-1987	-0.3040100	-0.7084400	0.7084400	0.3040100

De los resultados de las Tablas 6 y 7, observamos que:

(i) las elasticidades de sustitución propias son negativas para cada año reflejando el cumplimiento de las condiciones de concavidad de la función de costos.

(ii) Las elasticidades precio de la electricidad y de los otros energéticos son negativas y tienden a aumentar su magnitud en el tiempo. En estos resultados se puede apreciar la ventaja de la formulación en términos de una función translogarítmica, pues en otras formas funcionales las elasticidades precio aparecen como constantes y se pierde la oportunidad de apreciar el cambio de sensibilidad a los precios que se va produciendo a medida que éstos aumentan. Nótese la diferencia en los valores de las elasticidades para el promedio del período (-0.178 y -0.35) y para los últimos años (-0.304 y -0.708).

(iii) La elasticidad precio cruzada entre electricidad y otros energéticos es positiva indicando sustituibilidad entre estos dos insumos y su valor medio para los últimos tres años es de 0.304. Para la interpretación de este resultado hay que recordar que “otros energéticos” es en realidad un agregado.

(iv) Las elasticidades precio cruzadas, $e_{EL,OE}$ y $e_{OE,EL}$, indican que el grado de respuesta de la demanda de electricidad ante el incremento del precio de los otros energéticos es menor que el cambio en la demanda de los otros energéticos cuando se incrementa el precio de la electricidad. Es decir, que ante un aumento en el precio de la electricidad, los empresarios tenderían a reemplazarla por otros energéticos, quizá porque éstos pueden emplearse como materia prima para generarla, mientras que si subiera en igual proporción el precio de los otros energéticos tendrían menos facilidad para reemplazarlos por electricidad.

Investigaciones realizadas para otros países en desarrollo, llegan a elasticidades precio similares. Bong y Labys (1988) también emplearon una función de costo translog para estimar la demanda de

energéticos para Corea entre 1960 y 1978. En el caso de la industria, la elasticidad precio propia en 1978 de la electricidad era de -0.34, para el carbón de -2.24 y para los hidrocarburos de -0.24. Así mismo, en una investigación realizada para la India, Uri (1979), obtuvo elasticidades precio propias en un rango de -0.15 a -0.32 para el carbón, de -0.03 a -0.14 para los hidrocarburos y de -0.03 a -0.22 para la electricidad. Con respecto a las elasticidades cruzadas, Bong y Labys (1988) estimaron para 1978, una elasticidad entre la electricidad y el carbón de 0.31 y entre la electricidad y los hidrocarburos de 0.03. En nuestro caso, por un lado, se agregaron el carbón y los hidrocarburos en un sólo energético, y, de otro lado, la elasticidad precio propia de la electricidad es ligeramente superior a la obtenida para la industria de la India pero inferior a la de Corea.

IV. Estimación del primer nivel del modelo Klem

La sección I describe la especificación teórica de las ecuaciones de participación generadas por el criterio de minimización de la función de costos agregada. Debido al pequeño número de datos no se pudo chequear hipótesis acerca de la estructura del modelo, ni sobre el supuesto de separabilidad débil de los energéticos en la función de producción¹³. Como consecuencia, para tratar de obtener una mejor especificación del modelo Klem se introdujo una variable DUMMY con la cual se pretende recoger en forma muy general, los posibles efectos de un cambio de estructura. Esta variable toma los siguientes valores:

$$\text{DUMMY} = \begin{cases} 1 & t > 1982 \\ 0 & t < 1982 \end{cases}$$

13 Debido a que en un proceso productivo existe muy poca o ninguna sustitución directa entre el insumo energético y los insumos capital, trabajo y materias primas no energéticas, podemos suponer que la hipótesis de separabilidad débil no se rechaza.

Para la estimación de las ecuaciones de participación (5) se eliminó arbitrariamente la ecuación correspondiente a los materias primas no energéticas.

Las series sobre cantidades y precios de capital (K), trabajo (L), energéticos (E) y materias primas no energéticas (M), empleadas en la estimación aparecen en la Tabla 8.

Tabla 8 Datos del primer nivel del modelo Klem

Año	Personal Ocupado <u>Miles \$ 75</u>	Indice Remunerac. <u>Trabajo</u>	Materias Primas <u>Miles \$ 75</u>	Indice Precio <u>Mat. Prim.</u>
1975	6203442	1.00000	21250000	1.00000
1976	6490286	1.00187	25378040	0.98070
1977	6732974	0.98116	26046006	0.97190
1978	6836872	1.12951	27907065	0.93070
1979	7050216	1.16458	29381145	0.91640
1980	7033685	1.20087	32604140	0.87220
1981	6683881	1.27864	32845526	0.83820
1982	6439973	1.31471	33271100	0.80380
1983	6160895	1.30200	33612027	0.81600
1984	6090225	1.33924	38987595	0.79620
1985	5776921	1.34145	44846426	0.78500
1986	5844652	1.29365	45168049	0.79660
1987	6029927	1.31571	50464722	0.79430

Tabla 8 (Continuación)

Año	Stock capital Miles \$ 75	Indice precio capital	Insumo energético miles divisia	Indice precio energético
1975	12710621	1.00000	0.55200E+06	1.00000
1976	11165899	1.21354	0.56376E+06	1.22496
1977	12008818	1.17054	0.57373E+06	1.45189
1978	12701080	1.21561	0.61819E+06	1.43453
1979	11245925	1.44617	0.64953E+06	1.66425
1980	16683251	1.04946	0.67099E+06	1.84039
1981	20250053	0.94422	0.65159E+06	1.95907
1982	28714775	0.73249	0.64560E+06	2.01831
1983	33439676	0.67047	0.66438E+06	2.22851
1984	30079620	0.75719	0.67224E+06	2.29957
1985	28924606	0.82668	0.70587E+06	2.41239
1986	36321389	0.70308	0.75404E+06	2.46699
1987	38894789	0.69027	0.79268E+06	2.44056

Usando el método de las ecuaciones aparentemente no relacionadas de Zellner (1962), se obtuvieron los resultados presentados en la Tabla 9.

Tabla 9 Estimación del modelo Klem empleando el método de las ecuaciones aparentemente no relacionadas

Test de Breusch-Pagan para contrastar la hipótesis nula de que la matriz de covarianzas de los errores es diagonal:

Estadístico Chi-Cuadrado = 6.4189 Grados de libertad = 3
 Para un nivel de significación $\alpha = 0.05$, no se rechaza la hipótesis.

Ecuación de los energéticos

Variable	Estimación	Desv. est.	Valor-T
Ln(PE/PM)	0.014599	0.0016102	9.0668
Ln(PK/PM)	0.001616	0.0012098	1.3359
Ln(PL/PM)	-0.006580	0.0029846	-2.2047
CONSTANTE	0.012599	0.0005315	23.7040

$R^2 = 0.9751$ DURBIN-WATSON = 1.8908
 VARIANZA RESIDUAL = 0.38779E-09
 TEST DE ALEATORIEDAD = 0.31399

Ecuación de capital

Variable	Estimación	Desv. est.	Valor-T
Ln(P_E/P_M)	0.001616	0.0012098	1.3359
Ln(P_K/P_M)	-0.043221	0.0179560	-2.4070
Ln(P_L/P_M)	0.058184	0.0168650	3.4500
DUMMY	0.010728	0.0072105	1.4878
CONSTANTE	0.312690	0.0066719	46.8670

$R^2 = 0.9007$ DURBIN-WATSON = 1.1054
 VARIANZA RESIDUAL = 0.79745E-04
 TEST DE ALEATORIEDAD = -0.26914

Tabla 9 (Continuación)

Ecuación de trabajo	Variable	Estimación	Desv. est.	Valor-T
	$\text{Ln}(P_E/P_M)$	-0.006580	0.0029846	-2.2047
	$\text{Ln}(P_K/P_M)$	0.058184	0.0168650	3.4500
	$\text{Ln}(P_L/P_M)$	0.001993	0.0209200	0.0953
	DUMMY	-0.015643	0.0071457	-2.1892
	CONSTANTE	0.143530	0.0080891	17.7430

$R^2 = 0.6511$ DURBIN-WATSON = 0.9641

VARIANZA RESIDUAL = 0.12693E-03

TEST DE ALEATORIEDAD = -2.01850

Las elasticidades de sustitución propias y cruzadas se encuentran en la Tabla 10.

Tabla 10 **Elasticidades de sustitución modelo Klem**

Año	σ_{EE}	σ_{KK}	σ_{LL}	σ_{MM}
1975	6.667673	-2.646807	-5.477604	-0.6230412
1976	1.335200	-2.857707	-5.919474	-0.5651660
1977	-9.093326	-2.809362	-5.985778	-0.5762563
1978	-8.956955	-2.693509	-5.393943	-0.6298770
1979	-13.13928	-2.676881	-5.310353	-0.6459131
1980	-14.42246	-2.613467	-5.499341	-0.6507344
1981	-14.66688	-2.330646	-5.521050	-0.7154630
1982	-14.68934	-2.059498	-5.704708	-0.7822525

Tabla 10 (Continuación)

Año	σ_{EE}	σ_{KK}	σ_{LL}	σ_{MM}
1983	-15.62717	-1.950016	-6.289739	-0.7901733
1984	-15.44111	-2.125082	-6.666986	-0.7120763
1985	-15.59569	-2.223012	-7.692077	-0.6449372
1986	-15.90400	-2.111430	-8.206839	-0.6613350
1987	-15.69086	-2.214221	-8.493592	-0.6229937
Media	-11.37700	-2.408600	-6.320100	-0.6630900
1985-87	-15.73000	-2.182900	-8.130800	-0.6430900

Año	σ_{EK}	σ_{ET}	σ_{EM}	σ_{KL}	σ_{KM}	σ_{LM}
1975	1.38186	-2.18558	-0.36173	2.22331	0.89824	0.32597
1976	1.35962	-2.05119	-0.16729	2.37502	0.89763	0.31039
1977	1.30243	-1.62009	-0.00122	2.37293	0.89791	0.29772
1978	1.29535	-1.40419	-0.04670	2.22107	0.89655	0.33136
1979	1.25318	-1.04186	0.08826	2.20006	0.89572	0.33227
1980	1.23130	-0.95207	0.15099	2.21746	0.89696	0.30953
1981	1.21118	-0.92366	0.12560	2.13562	0.89955	0.27348
1982	1.19528	-0.97513	0.08436	2.08198	0.90239	0.21613
1983	1.17149	-0.95153	0.16425	2.13959	0.90503	0.14190
1984	1.18521	-1.10566	0.18986	2.26374	0.90538	0.14587
1985	1.18662	-1.34438	0.24433	2.47630	0.90740	0.07633
1986	1.17121	-1.35428	0.27558	2.51646	0.90920	0.00857
1987	1.18353	-1.52869	0.26714	2.61119	0.90913	0.00591
Media	1.2406	-1.3414	0.0779	2.2950	0.9016	0.2135
1985/87	1.1805	-1.4091	0.2634	2.5346	0.9086	0.0303

Las elasticidades precio propias y cruzadas que se han obtenido a partir de las elasticidades de sustitución parcial de acuerdo con la ecuación (7), se encuentran en la Tabla 11.

Tabla 11 Elasticidades precio propias y cruzadas del modelo Klem

Año	e_{EE}	e_{KK}	e_{LL}	e_{MM}
1975	0.9039567E-01	-0.8262724	-0.8345601	-0.3251696
1976	-0.2020673E-01	-0.8485979	-0.8435152	-0.3082512
1977	-0.1618185	-0.8436342	-0.8447511	-0.3116304
1978	-0.1587933	-0.8313711	-0.8327109	-0.3270544
1979	-0.2706430	-0.8295663	-0.8308099	-0.3313862
1980	-0.3201706	-0.8225752	-0.8350320	-0.3326642
1981	-0.3315236	-0.7890868	-0.8354998	-0.3487858
1982	-0.3326125	-0.7527493	-0.8393251	-0.3635339
1983	-0.3898497	-0.7366471	-0.8500974	-0.3651645
1984	-0.3757841	-0.7619758	-0.8560735	-0.3479885
1985	-0.3873076	-0.7752164	-0.8693467	-0.3311261
1986	-0.4170487	-0.7600798	-0.8747167	-0.3354356
1987	-0.3952505	-0.7740528	-0.8774046	-0.3251564
Media	-0.26697	-0.79629	-0.84799	-0.33487
1985/87	-0.39987	-0.76978	-0.87382	-0.33057

Año	e_{EK}	e_{KE}	e_{EL}	e_{LE}	e_{EM}	e_{ME}
1975	0.43139	0.01873	-0.33299	-0.02963	-0.18879	-0.00490
1976	0.40374	0.02058	-0.29229	-0.03104	-0.09124	-0.00253
1977	0.39111	0.02318	-0.22864	-0.02883	-0.00066	-0.00002
1978	0.39982	0.02296	-0.21678	-0.02489	-0.02425	-0.00083
1979	0.38836	0.02581	-0.16300	-0.02146	0.04528	0.00182

Tabla 11 (Continuación)

Año	e_{EK}	e_{KE}	e_{EL}	e_{LE}	e_{EM}	e_{ME}
1980	0.38755	0.02733	-0.14456	-0.02114	0.07719	0.00335
1981	0.41007	0.02738	-0.13978	-0.02088	0.06123	0.00284
1982	0.43688	0.02706	-0.14347	-0.02208	0.03921	0.00191
1983	0.44255	0.02923	-0.12861	-0.02374	0.07591	0.00410
1984	0.42497	0.02884	-0.14197	-0.02691	0.09278	0.00462
1985	0.41380	0.02947	-0.15194	-0.03339	0.12545	0.00607
1986	0.42161	0.03071	-0.14434	-0.03551	0.13978	0.00723
1987	0.41374	0.02981	-0.15792	-0.03851	0.13943	0.00673
Media	0.4127	0.02624	-0.18356	-0.02754	0.03779	0.00234
85/87	0.4164	0.02999	-0.15140	-0.03580	0.13488	0.00667

Año	e_{KL}	e_{LK}	e_{KM}	e_{MK}	e_{LM}	e_{ML}
1975	0.33874	0.69407	0.46880	0.28041	0.17012	0.04966
1976	0.33844	0.70527	0.48958	0.26655	0.16929	0.04423
1977	0.33488	0.71258	0.48557	0.26964	0.16100	0.04202
1978	0.34289	0.68555	0.46552	0.27673	0.17206	0.05116
1979	0.34420	0.68180	0.45955	0.27758	0.17047	0.05198
1980	0.33670	0.69793	0.45854	0.28231	0.15823	0.04700
1981	0.32318	0.72306	0.43853	0.30456	0.13332	0.04139
1982	0.30632	0.76097	0.41937	0.32983	0.10044	0.03180
1983	0.28918	0.80826	0.41824	0.34189	0.06558	0.01918
1984	0.29068	0.81169	0.44246	0.32464	0.07129	0.01873
1985	0.27987	0.86354	0.46588	0.31643	0.03919	0.00863
1986	0.26821	0.90588	0.46115	0.32730	0.00435	0.00091
1987	0.26974	0.91283	0.47450	0.31782	0.00309	0.00061
Media	0.3125	0.76642	0.45751	0.30121	0.10911	0.03133
85/87	0.2726	0.89408	0.46718	0.32051	0.01554	0.00338

Podemos resumir los resultados empíricos de la siguiente forma:

(i) Todas las elasticidades precio propias son negativas para todo el período de la muestra, excepto para el insumo energético en el año de 1975. Esto refleja una aparente falla en la concavidad de la función de costos agregada.

(ii) La elasticidad precio propia de los energéticos ha ido creciendo en magnitud a través del período muestral, lo que indica una mayor respuesta de la industria a los incrementos bruscos de precios tanto de la electricidad como de los hidrocarburos en los últimos años.

La elasticidad precio propia del capital se ha mantenido casi constante con un valor medio para los tres últimos años de -0.77.

Con respecto al insumo trabajo, su elasticidad precio es también estable, aunque con una ligera pero permanente tendencia a incrementar su magnitud. Su valor medio es de -0.87 para los últimos tres períodos, lo que la destaca como la más alta entre los cuatro insumos considerados.

Finalmente, la elasticidad precio propia de las materias primas no energéticas es igualmente estable con un valor medio para los años 1985-1987 de -0.33.

(iii) Con respecto a las elasticidades precio cruzadas se observa: la elasticidad entre los insumos capital y energéticos es positiva indicando una aparente sustituibilidad entre estos insumos para la industria de Antioquia. Su media para los últimos tres años es de 0.03.

La elasticidad entre los insumos trabajo y energía es negativa y estable pero muy próxima a cero, reflejando una aparente baja relación de complementariedad; su valor medio entre 1985-87 es de -0.036.

La elasticidad precio energía-trabajo es también negativa pero de mayor magnitud que la anterior; su valor medio en igual período de referencia es de -0.15.

Las elasticidades precio energía-materias primas y materias primas-energía son positivas a partir de 1979. Su valores medios para los últimos tres años son de 0.135 y 0.0067, respectivamente. Estas elasticidades indican una aparente sustituibilidad.

Para los insumos capital-trabajo su elasticidad precio es de 0.27 para los últimos tres años, indicando aparente sustituibilidad, y de y 0.89 para la relación trabajo-capital.

En el caso de los insumos capital-materias primas su elasticidad precio entre 1985-87 es de 0.47 y de 0.32 para los insumos materias primas-capital. Estos valores indican aparente sustituibilidad.

Finalmente, para los insumos trabajo-materias primas y materias primas-trabajo, sus elasticidades son positivas y sus valores son 0.016 y 0.0034 respectivamente para los últimos tres años.

En el caso de Corea, Bong y Labys (1988), obtuvieron para 1980 las siguientes elasticidades precio propias y cruzadas para la industria de ese país: $e_{KK} = -0.42$, $e_{ii} = -0.55$, $e_{EE} = -0.47$, $e_{KL} = 0.23$, $e_{EK} = 0.48$, $e_{EL} = -0.01$.

Bibliografía

Abraham, B. and Ledolter, J. *Statistical Methods for Forecasting*. New York, John Wiley.

Aigner, D. J. "On estimation of an econometric model of short-run bank behaviour". *Journal of Econometrics*. No.1. Septiembre 1973, pp. 201-228.

Berndt, Ernest and Wood, David. "Concavity and the specification of technical progress in U.S. manufacturing". En: Lesourd, Jean-Baptiste (eds). *Energie: Modelisation et Econometrie*. París. Economica. 1985. pp. 445-471.

————— "Engineering and econometric interpretations of Energy-Capital complementary". *The American Economic Review*. Vol. 69. No. 3, june 1979. pp. 342-354.

————— "Technology, prices and the derived demand for energy". *The Review of Economics and Statistics*. Vol. LVII. No. 3, august 1975. pp. 259-268.

Bickel, P. and Freedman, D. "More on bootstrapping regression models". *Technical report, Statistics Department, university of California, Berkeley*, 1981.

Bong, C. K. and Labys, W. C. "Application of the translog model of energy substitution to developing countries. The case of Korea". *Energy Economics*. Vol. 10. No. 4, october 1988. pp. 313-323.

Bossier, Andree, N. Gouzee et D. Rigaux. "Modeles de la Demande D'énergie en Belgique: Application a l'industrie manufacturiere". En: Lesourd, Jean-Baptiste (eds). *Energie: Modelisation et Econometrie*. París. Economica. 1985.

Christensen, L.R., D.W. Jorgenson and L. J. Lau. "Transcendental logarithmic production frontiers" *Review of Economics and Statistics*, 55, 28-45, Febrero, 1973.

Efron, B. "Bootstrap methods: another look at the jakknife". *Annals of Statistics*, 7, 1-26, 1979.

Freedman, D. "Bootstrapping regression models". *Annals of Statistics*, 9, 1218-1228, 1981.

Freedman, D. and Peters, S. C. "Bootstrapping a regression equation: Some empirical results", *JASA*, 79, 97-100, 1984.

Filliben, J.J. "The probability plot correlation coefficient test for normality" *Technometrics*, 17, 1, 111-117, 1975.

Fuss, Melvyn. "The demand for energy in Canadian Manufacturing: An example of the estimation of production structures with many inputs." *Journal of Econometrics*. No. 5. 1977. pp. 89-116.

Guilkey, David et al "A comparison of the performance of three flexible functional forms" *International Economic Review*. Vol. 24. No. 3, october 1983. pp. 591-616.

Harberger, A. "La tasa de rendimiento de capital en Colombia". *Revista de Planeación y Desarrollo*. Vol. I. No. 3, octubre de 1969. pp. 13-42.

Intriligator, Michael. *Optimización matemática y teoría económica*. Madrid, Ed. Prentice-Hall, 1973.

Lora, Eduardo. *Técnicas de medición económica. Metodología y aplicaciones en Colombia*. Bogotá, Siglo Ventiuno editores-Fedesarrollo, 1987.

Peters, S. C., and Freedman, D. "Some notes on the bootstrap in regression problems". *Journal of Business and Economics Statistics*, 2, 406-409, 1984.

SCA. *Reference Manual for forecasting and Time Series Analysis*, Version III. 2, 1989.

SHAZAM, *The econometrics computer program*, Versión 5.1, 1986.

Uri, N. D. "Energy demand and interfuel substitution in India". *European Economic Review*. 1979. pp.181-190.

Varian, Hal. *Análisis Microeconómico*. Barcelona. Antoni-Bosch, editor. 1986.

White, K. J. "A general computer program for econometric methods-SHAZAM", *Econometrica*, Jan., 239-240, 1978.

Wu, C. F. G. "Jackknife, Bootstrap and Other Resampling Methods in Regression Analysis". *Annals of Statistics*, 14, 1261-1295, 1986.

Zellner, A. "An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests of aggregation bias", *Journal of the American Statistical Association*, 57, 348-368, 1962.