

INGENIERÍA INVERSA DE UN ARCO RECURVO COMPUESTO

N. Rozo¹, G. D. Marin¹, J. D. Giraldo¹, D. A. Cardona¹, J. M. Meza^{2*}

1: Estudiante Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín

2: Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, Laboratorio de Tribología y Superficies – GTS, Medellín, Antioquia, Colombia, 050034

*Contacto: jmmezam@unal.edu.co

RESUMEN

En este trabajo se realizó la ingeniería inversa de las palas de un arco de competición recurvo comercial. Se caracterizó la secuencia de apilamiento mediante muestras metalográficas y microscopía óptica. Además, se sometió a un ensayo de flexión en cantiléver una de las palas con lo cual se determinó su rigidez y se obtuvo un valor de $EI=32.1 \text{ Nm}^2$. Luego, se procedió a la consecución de materias primas locales encontrándose fibra de carbono unidireccional de 334 g/m^2 y bidireccional de vidrio de 600 g/m^2 como las mejores opciones. Utilizando la teoría de vigas compuestas se determinó el apilamiento que reprodujera la rigidez del arco original, manteniendo el espesor original de la pala del arco. Este apilamiento fue reproducido experimentalmente mediante la técnica de infusión. La rigidez de las muestras fue evaluada experimentalmente mediante ensayos de flexión a tres puntos, obteniéndose valores cercanos a los predichos por la teoría de vigas compuestas. El modo de falla experimental fue por decohesión del núcleo evidenciando una baja resistencia al cortante del núcleo de aproximadamente 10.3 MPa.

Palabras clave: *Arco de tiro, Fibra de carbono, Fibra de vidrio, resina epóxica, Ingeniería inversa*

ABSTRACT

In this paper we made the reverse engineering of a competition bow. Characterization of layer stacking sequence was made with metallographic techniques. The stiffness to be replicated was measured through a cantilever bending test of the limb of the bow which results in a value of $EI=32.1 \text{ Nm}^2$. Unidirectional carbon fiber of 334 g/m^2 and bidirectional glass fiber of 600 g/m^2 were the local materials, which among a few materials, found to be the better options to substitute the original ones. Composite beam theory was used to predict the stacking sequence with the local materials in order to reproduce the original stiffness while the original thickness and widths of the limb were kept constant. The infusion technique was used to fabricate the samples and three-point bend test allow us to find the real stiffness values of the samples which in turn result to be close to the predicted one. The failure mode of the samples found in the experiments was core decohesion which allows us to calculate a shear failure stress of the core about 10.3 MPa.

Keywords: *Bow, Carbon fiber, Glass fiber, Epoxy resin, Reverse engineering*

1 INTRODUCCIÓN

Los arcos para tiro fabricados en materiales compuestos proveen una gran capacidad de almacenar energía con un bajo peso y buenas propiedades mecánicas [1-3]. En este trabajo se realizó la ingeniería inversa de una pala de un arco recurvo de competencia. Se ilustrará el diseño que llevó a la construcción de un material compuesto equivalente usando los materiales disponibles en la ciudad de Medellín (Colombia) tales como resina epóxica, fibras de carbono y vidrio. Finalmente se mostrarán los resultados de la validación experimental de los cálculos mediante ensayos de flexión a tres puntos.

2 INGENIERÍA INVERSA

2.1 Cálculo de la rigidez de la pala de un arco de tiro comercial

El análisis se llevó a cabo en la pala de un arco de competencia recurvo Hoyt Gold Medalist CARBONPLUS, el cual requiere (según especificación del fabricante [4]) una fuerza, F , entre 38 y 40Lb para alcanzar su deflexión ideal, la cuerda se encuentra aproximadamente a 30° con respecto a la vertical. Esto implica que cada pala debe ser cargada con aproximadamente 20Lb (88.96 N). Se le aplicó a la pala una carga gradual hasta alcanzar las condiciones especificadas para cuantificar la deflexión ($\delta = 0.13m$) la cual es la resultante de la deflexión vertical y horizontal [5]. Para los cálculos de la rigidez, se asumió la pala como una viga recta en voladizo y la cuerda como inextensible. Usando la ecuación de rigidez para una viga a flexión, ecuación (1), se estimó el valor de su rigidez ($S = 684.3N/m$) [2]. Al mantener la longitud del arco ($L=0.52m$) y las condiciones de carga de viga en voladizo ($C_1=3$) [2] es claro que la rigidez de la pala dependerá del módulo de elasticidad del material (E) y del momento de inercia de la sección transversal (I). Se tiene el factor de que la inercia del arco original presenta una variación a través de la pala del arco debido a cambios de sección en el elemento. Sin embargo, se establecen valores geométricos de la sección trasversal de 4,2cm de ancho y 6mm de espesor.

$$S = \frac{F}{\delta} = \frac{C_1 EI}{L^3} \quad (1)$$

Con la ecuación (1) se estima el valor de $EI=32 \text{ Nm}^2$ que se requiere en el arco a replicar, con el fin de obtener una rigidez similar al arco comercial.

2.2 Caracterización del apilado de la pala comercial

Para determinar la disposición del apilamiento, tipo y número de tejidos se tomó una muestra del arco recurvo Hoyt en la dirección transversal con las que se prepararon muestras metalográficas. La figura 2 muestra un barrido fotográfico de la sección. Para estimar el gramaje (gr) de los tejidos se usó la ecuación (2), la cual relaciona la masa de las fibras (m) con ρ , la densidad del material. Para esto se estimó el área de las fibras (A_f) y el número de fibras (N) en una región cuadrada de lado (a) [6]. Se pudo determinar que la mayoría de tejidos son tipo carbono unidireccional (C_U) con un gramaje de 80 g/m^2 y de vidrio unidireccional (V_U) de 400 g/m^2 ; hay algunos tejidos de vidrio bidireccional a los que no fue posible estimar su gramaje debido a dificultades para hallar el área de la fibra. También hay un núcleo rigidizante constituido por una

matriz polimérica y microesferas de vidrio que se muestra en la figura 1. Los proveedores locales sólo cuentan con fibras de C_U de 334g/m², mientras que de vidrio hay varias opciones de las cuales se escogió un tejido tipo “plano” (V_P) de 600g/m² por ser el más cercano a lo encontrado en la pala de arco Hoyt.

$$gr = \frac{m}{A} = \frac{N\rho A_f}{a} \quad (2)$$

3 CARACTERIZACIÓN DE LAS MATERIAS PRIMAS DISPONIBLES

Las materias primas a las que se puede acceder a en la ciudad han sido caracterizadas previamente [7], en particular se obtuvieron los valores de propiedades mecánicas para laminados con refuerzos de fibra (C_U) de 334 g/m² en matriz de resina epóxica y laminados con refuerzos de fibra (V_P) de 600 g/m² en matriz de resina epóxica (ver tabla 1). La técnica de fabricación utilizada fue infusión y la medición de las propiedades mecánicas se realizó en una máquina de tensión utilizando galgas extensométricas en un patrón tipo roseta adherida a la superficie de la muestra. El módulo de elasticidad del núcleo fue medido utilizando la técnica de nanoindentación, que en este caso es viable debido a que se puede considerar un material isotrópico, para esto se utilizó un equipo IBIS authority a una carga de 10 mN con 20 réplicas, obteniéndose para el material original del arco un valor de E=5.1±0.6 GPa, mientras que para el núcleo fabricado en este trabajo para tratar de replicar el original se obtuvo un valor de E=2.6±0.5 GPa.

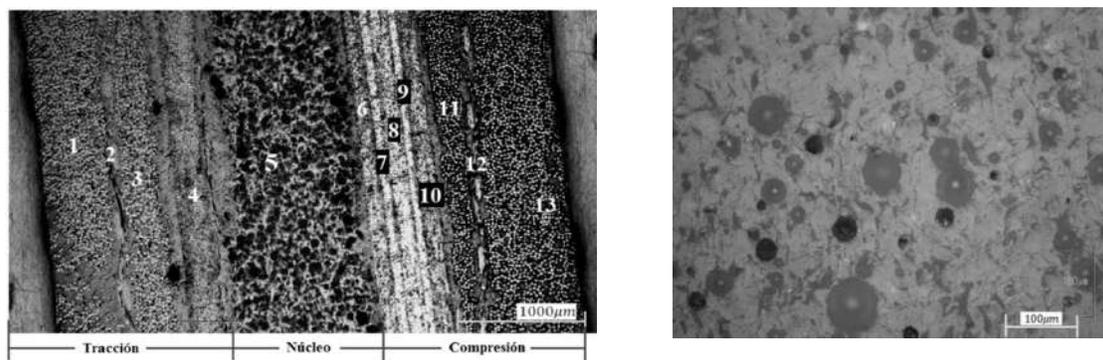


Figura 1. Muestra del arco Hoyt. Izquierda: Apilamiento visto desde corte transversal. Derecha: detalle del núcleo. 1) 0C_U, 2) 0V_P, 3) 0C_U, 4) 0V_P, 5) núcleo, 6) 0C_U, 7) 45C_U, 8) -45C_U, 9) 45C_U, 10) 0C_U, 11) 0V_U, 12) 0V_P, 13) 0V_U. El gramaje de los tejidos V_P no pudo ser determinado. El número antes de cada tipo de tejido indica la orientación de este.

Tabla 1. Valores experimentales para el laminado resina epóxica con fibra de carbono unidireccional 334 g/m² y fibra vidrio bidireccional 600 g/m². Valores extraídos de la literatura *

Material	E ₁ [GPa]	E ₂ [GPa]	v ₁₂	v ₂₁	σ _{ut} [MPa] tensión	G ₁₂ [GPa]
C_U	88,86	9,99	0,396	0,044	668	4,58
V_P	20,69	20,69	0,270	0,270	285	3,28
Núcleo	2,6	2,6	0,317*	0,317*	71,8*	1,3*

4 CÁLCULO DE LA RIGIDEZ DEL COMPUESTO PARA EL REDISEÑO DE LA PALA DE UN ARCO DE TIRO.

En el presente trabajo se combinaron herramientas computacionales para estimar los valores de las propiedades mecánicas del laminado y el uso de teoría de viga compuesta descrita en la mecánica de materiales [8, 9]

Utilizando los valores de las propiedades mecánicas de los materiales disponibles en la ciudad (tabla 1), se proponen diferentes tipos de apilados con la restricción que se conserve el espesor de la pala de arco original (6mm). Luego el lado a compresión y el lado a tracción se analizan haciendo uso del software LAMINATOR con el que se obtienen los módulos de elasticidad equivalentes de cada uno. Luego, estos apilados son analizados mediante la teoría de viga compuesta para seleccionar el que más se acerque a las propiedades mecánicas requeridas. Debido a que el núcleo no es comercial se fabricó utilizando resina epóxica Colrepx 820 y microesferas huecas de vidrio de 50 micras. Al usar la teoría de viga compuesta [8, 9] para obtener las relaciones entre los módulos de elasticidad de cada sección, obtenidos a partir del software LAMINATOR, y sus parámetros geométricos, dejando invariable el ancho del núcleo ($b_{nucleo} = 0.042m$) y el espesor del compuesto (6mm), se obtiene una nueva sección transversal. Esta posee un E constante igual al valor del núcleo y una inercia equivalente (I_{equ}). Luego, usando E_{nucleo} y la I_{equ} se emplea la ecuación (1) para obtener la deflexión esperada de dicha viga. Este proceso se realiza a cada apilado propuesto usando el software LAMINATOR. Luego se selecciona el laminado cuyo valor de EI_{equ} y deflexión estimada ($\delta_{estimada}$) se aproxime mejor al valor medido inicialmente en la pala comercial.

5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1 Resultados del laminado seleccionado

De los diferentes apilados, analizados con el software LAMINATOR, el que mejor aproximación obtuvo mediante el análisis de viga compuesta se muestra en la tabla 2 y debería tener los valores de $EI_{equ} = 32.12 \text{ Nm}^2$ y $\delta_{estimada} = 0.129m$ para una deflexión en cantiléver. Recordando que los tejidos seleccionados, además de ser los que se encuentran localmente, reproducen las propiedades requeridas por la pala del arco, donde la fibra de carbono unidireccional 334 g/m^2 aporta alta rigidez y la fibra vidrio bidireccional de 600 g/m^2 aporta resistencia mecánica en dos direcciones, tenacidad y mejora la adhesión entre fibras y núcleo. Para estimar la magnitud del esfuerzo último de ruptura (σ_{ut}) se tomaron los valores conocidos de las propiedades de resistencia de las fibras de carbono, vidrio y núcleo usados, luego se compararon con los de la literatura [10-13] para así estimar los valores de resistencia de los tejidos. Al desarrollar la macromecánica del compuesto se obtienen las propiedades aparentes que tendrán las tres secciones de la pala. Luego procede a determinar las propiedades que tendrá el laminado final (sándwich) que se muestran en la tabla 3.

5.2 Resultados de la validación experimental de la rigidez del compuesto utilizando.

Con el fin de corroborar experimentalmente los valores arrojados por el software LAMINATOR, se manufacturaron, mediante infusión, dos probetas con el apilado seleccionado. Se

caracterizaron sus propiedades, a través de ensayos de flexión a tres puntos midiendo carga y desplazamiento en una máquina universal SHIMADZU AGX 100KN, equipada con un comparador de carátula digital Mitutoyo serie 543 de resolución 0.0005mm [14]. Los datos obtenidos se graficaron y permitieron observar el comportamiento mecánico del sándwich durante el ensayo. Haciendo uso la ecuación (3), se estimó el módulo de elasticidad del compuesto (en la que m es la pendiente del gráfico F vs. desplazamiento).

$$E = \frac{mL^3}{C_1I} \quad (3)$$

Tabla 2. Apilamiento utilizado para calcular las propiedades del laminado a tensión

	No.	Tejido	Espesor		No.	Tejido	Espesor
Laminado tensión	1	0 C_U	0.30	Laminado compresión	8	0 V_P.	0.55
	2	0 V_P.	0.55		9	0 C_U.	0.30
	3	0 C_U	0.30		10	-45 C_U	0.30
	4	0 V_P.	0.55		11	45 C_U	0.30
	5	0 C_U	0.30		12	0 C_U	0.30
Núcleo	7	Resina con microesferas	1.70		13	0 V_P	0.55

Tabla 3. Propiedades del laminado a tracción, núcleo, compresión y sándwich utilizando macromecánica. Espesores en mm

Laminado	Espesor [mm]	E_1 [GPa]	E_2 [GPa]	ν_{12}	σ_{ut} [MPa]	G_{12} [GPa]
Tensión	2.0	51.4	16.4	0.307	57.1	3.9
Núcleo	1.7	2.6	2.6	0.317	40 (tensión)	1.3
Compresión	2.3	38.0	19.1	0.447	39.2	8.7
Sándwich	6.0	32.0	13.4	0.385	16.7	4.3

A continuación se presentan los resultados de los ensayos a flexión en tres puntos. Las medidas de espesor y ancho reportadas son un promedio de 4 mediciones realizadas sobre la zona central de la probeta. Con el fin de comparar con los ensayos de flexión a tres puntos se usa la ecuación (1) para estimar la deflexión teórica del arco Hoyt. Para ello se introdujo una fuerza experimental de ruptura de ($F=1500N$), constante según flexión a tres puntos $C_1=48$ [2], $L=0.15m$, $EI=32.1 Nm^2$. Se obtuvo $\delta_{est\ 3\ puntos} = 3.28mm$. Este valor teórico se aproxima al obtenido experimentalmente (2.8 mm), según la teoría de materiales compuestos [6]. Usando la teoría de viga compuesta en conjunto con el software LAMINATOR se estimaron las cargas de ruptura con el criterio de falla del esfuerzo máximo para una condición de flexión en tres apoyos. Los valores de las cargas predichos fueron de 2860N para el lado a tensión. Sin embargo, este valor es muy superior al encontrado en el ensayo (1460N).

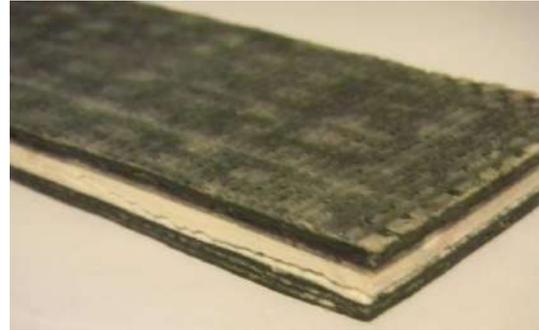
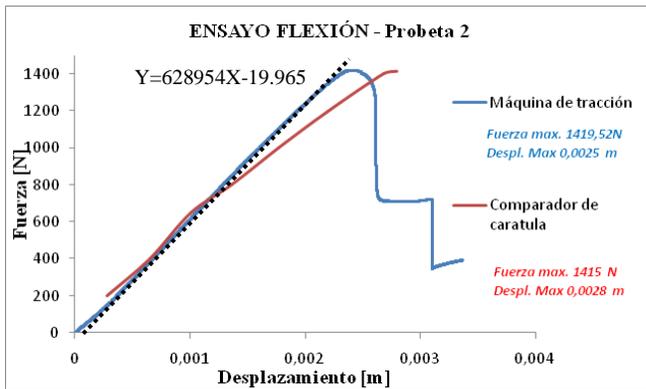


Figura 2. Curva del ensayo de flexión tres puntos para las probetas fabricadas y modo de falla.

Experimentalmente como se detalla en la figura 2, se encontró que la falla se produce en el núcleo por cargas de corte. Un cálculo del esfuerzo a cortante que soportará el núcleo a una carga de 1500 N da un valor de aproximadamente 10.3 MPa que es un valor razonable para un núcleo de resina epóxica cargado de esferas. Por otro lado, el valor del módulo de elasticidad medido (22.1 GPa) es menor al esperado teóricamente (31.2 GPa) lo que está en concordancia con el valor de deflexión calculado que resulta menor al experimental. La principal razón de esto es que el valor del módulo a cortante asumido para el núcleo está sobreestimado y precisará ser medido en futuros trabajos. También se puede decir que la diferencia de los resultados teóricos con respecto a los experimentales, se debe a que el método de viga compuesta no tiene en cuenta los efectos de la interface entre los tejidos y el núcleo, además asume que las tapas del sandwich son de material homogéneo y por tanto que la carga de falla obtenida y los módulos de elasticidad son un promedio de las propiedades de resistencia de cada uno de los tejidos, lo cual evidentemente no puede ser asumido en particular con los valores de resistencia.

6 CONCLUSIONES

Los métodos teóricos y experimentales utilizados durante este estudio evidencian la capacidad local de reproducir propiedades mecánicas según criterios de ingeniería para piezas tipo sandwich en materiales compuestos, particularmente en palas de arco de tiro. Si bien los resultados sugieren que la teoría de vigas compuestas predice razonablemente las deflexiones en estas componentes, el cálculo de esfuerzos críticos se deben realizar mediante macromecánica de materiales compuestos y en particular para el caso de estudio se requiere una caracterización más amplia de las propiedades del núcleo. También se sugiere un estudio de elementos finitos que permita obtener información más detallada de los esfuerzos dentro de la componente en estudio.

7 AGRADECIMIENTOS

Los autores le dan las gracias al proyecto ingeniería inversa de cubiertas APU para un helicóptero UH60: caracterización de materiales, diseño de la cubierta y fabricación de un prototipo utilizando técnicas de vacío patrocinado por COLCIENCIAS y La Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín. Los autores también agradecen al laboratorio de Caracterización de Materiales por su apoyo económico en el proyecto.

8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. 1er Seminario Internacional de Materiales compuestos, Almaco, Medellín, abril de 2013.
2. Ashby, M., Materials engineering, science, processing and design. 2da edición, NY, Butterworth-Heinemann, 2010.
3. Chung, D., Composite materials Science and applications. 2da edición, Springer, NY, 2010.
4. Hoyt Archery. Hoyt bow manuals. [En línea] (Citado el 10 de Enero de 2013). Disponible en la Web: www.hoytrecurve.com/customer_service/hoyt_bow_manuals.php
5. Amandeep S., et al, Design, manufacture, mechanical testing and numerical modeling of an asymmetric composite crossbow limb, Composites, 40, 249–257, 2009.
6. Miravete, A., Materiales compuesto, tomo I. Edición I, Barcelona, Reverté, 2007.
7. Ballesteros, R., Análisis del comportamiento mecánico de un material compuesto fibro-reforzado, para aplicaciones estructurales aeronáuticas. Tesis de pregrado. Universidad Pontificia Bolivariana, Facultad de Ingeniería Aeronáutica y Mecánica. Medellín, 2012.
8. Strong, B., Fundamentals of composites manufacturing. 2da ed.. Soc. Manuf. Eng. Dearborn, 2008.
9. Hibbeler R.C, Mecánica de materiales. Sexta edición, Prentice Hall, Méjico, 2006.
10. Propiedades compuesto carbono unidireccional con resina epóxica. [En línea] (Citado el 25 de agosto de 2013). Disponible en la Web: www.composite.about.com/library/data/blc-mr50ltm25-ctd.htm.
11. Antequera P. Cálculo y Diseño de Estructuras de Materiales Compuestos de Fibra de Vidrio. Tomo I. Edición I, Reverté, Madrid, 2012.
12. Resistencia cortante de la resina epóxica. [En línea] (Citado el 25 de agosto de 2013). Disponible en la Web: <http://www.mountain-plains.org/pubs/html/mpc-04-163/pg4.php>.
13. d'Almeida J. An analysis of the effect of the diameters of glass microspheres on the mechanical behavior of glass-microsphere/epoxy-matrix composites. Composites Science and Technology, 59, 2087-2091, 1999.
14. ASTM C-393-M-11. Core Shear Properties of Sandwich Constructions by Beam Flexure, 2011 (American Society for Testing and Materials, Philadelphia).