



## Otras miradas para abordar algunos conceptos fundamentales en matemáticas. Reseña

Luz Adriana Cadavid Muñoz\*

Caraba, B.J., 1984, *Conceitos fundamentáis da matemática*, Lisboa, Livraria Sá Da Costa Editora.



Este libro es una invitación para los matemáticos, educadores matemáticos y todo ciudadano que quiera leer y comprender, desde otro prisma, algo de la existencia de algunos conceptos matemáticos fundamentales.

En el prefacio, el autor precisa esta invitación en los siguientes términos:

La ciencia puede ser encarada desde dos aspectos diferentes. O se mira tal y como viene expuesta en los libros de enseñanza, como cosa creada, y el aspecto es el de un todo armonioso, donde los capítulos se encadenan en orden, sin contradicciones. O se trata de acompañarla en su desarrollo progresivo, asistir a la manera como fue siendo elaborada y el aspecto es totalmente diferente, se encuentran vacilaciones, dudas contradicciones... La ciencia vista de esta manera nos aparece como un organismo vivo, impregnado de la condición humana, con sus fuerzas y sus debilidades y subordinada a las grandes necesidades del hombre, en su lucha por el entendimiento y por la liberación; nos aparece como un gran capítulo de la vida social humana (p. xiii, Prefacio; todas las traducciones son de la autora).

Bento de Jesús Caraqa, el autor de la obra, nació en Vila Vinosa (Portugal) en 1901 y murió en Lisboa el 25 de Junio de 1948.

La época en que vivió este joven matemático correspondió a una parte de la historia de la humanidad cruzada por guerras, situación que no fue ajena a este personaje. Por sus acciones y

\* Estudiante de la Maestría en Educación, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Grupo de Investigación Matemáticas, Educación y Sociedad (MES).  
E-maij: adrica262000@yahoo.com

reflexiones en el marco de la situación política de su país en esta época, es conocido como el Matemático de la Libertad.

Además, Caraqa fue un matemático de reconocida trayectoria en su país. En el ámbito científico estuvo al frente de importantes espacios e instituciones y su producción bibliográfica da cuenta de un abordaje amplio en el campo de las matemáticas, como se muestra en la primera parte del libro.

*Conceitos fundamentáís da matemática* es un libro que recorre, a través de tres momentos (partes, según el texto), la vida de tres conceptos fundamentales para las matemáticas: *números, funciones y continuidad*.

En la parte correspondiente a los números, Caraqa realiza, en seis capítulos, un recorrido teórico que da cuenta de la construcción de los números a partir de necesidades prácticas y lógicas de la sociedad. Así, el conjunto de los números naturales surge de una necesidad de los seres humanos de contar; como lo expresa el autor, no se crearon los números naturales y después se empezó a contar. En el caso de los números irracionales, hay otro tipo de necesidad que debe superar el requisito práctico de medir, y es allí donde en el libro se habla de la exigencia de la compatibilidad lógica.

Es importante aclarar que no estamos ante un libro de historia de algunos conceptos matemáticos. El texto, aunque contiene, en la primera y la segunda partes, cada una un capítulo acerca de la historia de las matemáticas con relación a los conceptos de *números y funciones*, mirados desde los desarrollos de Occidente, lo hace más en términos de reflexiones que de descripciones. En el resto de los capítulos se está tratando una construcción teórica en términos de necesidades.

En la segunda parte del libro, en el tratamiento de las funciones, el autor hace, a mi modo de ver, una presentación muy diferente de aquellas que se realizan sobre funciones en los clásicos libros de texto de secundaria y universidad, dando cuenta de una construcción en términos epistemológicos que invita

al lector a comprender la ciencia desde la dialéctica hombre / naturaleza.

Para Caraba, la ciencia responde a necesidades reales de los seres humanos, no se hace ciencia de la nada:

El objetivo final de la ciencia es, por tanto, la formación de un cuadro ordenado y explicativo de fenómenos naturales, fenómenos del mundo físico y del mundo humano, individual y social (p. 107).

El tratamiento de las funciones, de este modo, es presentado por el autor desde un concepto de *ley natural*, que da cuenta de dos características fundamentales: la fluencia y la interdependencia. Pero, ¿cómo estudiar un fenómeno cuando todo fluye y todo depende de todo? En este punto el autor habla de seleccionar un aislado, es decir, una porción de la realidad, que provista de todas sus complejidades debe limitarse para su estudio, dejando claro que dicha limitación aporta dificultades a la comprensión de la realidad que se está estudiando.

Continúa el autor con el recorrido del estudio de las funciones; hace una reflexión acerca de las nociones de *cualidad y cantidad*, enfatiza en la de *ley natural* y desemboca en las nociones de *variable y defunción*. Así, según el autor, "el concepto de función nos aparece en el campo matemático, como un instrumento propio para el estudio de las leyes" (p. 129).

Después de esta reflexión, se hace un tratamiento a la funciones en término de sus definiciones y representaciones, se destacan algunas funciones importantes, y se realiza desde las ecuaciones algebraicas una presentación de los números complejos.

En la tercera parte del libro, para abordar el concepto de *continuidad*, el autor comienza en el primer capítulo con "el método de los límites", planteando para su inicio una reflexión acerca del concepto de *infinitésimo*, destacando las dificultades de orden filosófico generadas desde las discusiones y los planteamientos

de la Escuela de Elea y la Escuela pitagórica para referirse al problema del movimiento. En un infinitésimo se involucra el concepto de *vecindad*, la cual no es entendida como un segmento, sino desde una relación dinámica que permite comprender el carácter variable del infinitésimo: éste no es un número, es una variable. Para dichas comprensiones surge la necesidad de un lenguaje más cómodo con ayuda de las sucesiones numerables.

Para precisar el concepto de *límite*, el autor hace un acercamiento a través de lo que él llama infinitésimo principal:  $1/n$ , donde  $n$  pertenece a los números naturales. La primera definición de límite la plantea el autor de la siguiente manera:

Hay sucesiones numerables  $a_n$  en relación a cada una de las cuales existe un número  $L$ , que está relacionado con la sucesión, de modo tal que:  $a_n - L$  es infinitésimo con  $1/n$  (p. 231).

Ligada a la existencia del límite se analiza la operación de *paso al límite*, la cual está basada en la interdependencia de los términos de la sucesión  $a_n$ .

El texto explicita una segunda definición de límite, haciendo referencia a aquellas sucesiones  $a_n$  que tienden a "más-infinito" o a "menos-infinito", cuando  $n$  también lo hace.

La operación de paso al límite permitió interpretar el asunto del movimiento en el problema de Zenón de Elea, a través de una suma

de una infinidad parcelas (intervalos); así, surge la necesidad de asumir el problema del infinito. Este problema es presentado por el autor desde las series, como un nuevo instrumento matemático.

Adentrarse en el problema de la continuidad implicó retomar dos cuestiones que venían desde la Grecia clásica: la primera, en cuanto al problema del movimiento, donde la continuidad se mostraba incompatible con el devenir; la segunda, en relación con que la magnitud geométrica de naturaleza continua no encontraba armonía con los números que por esencia eran discontinuos. En este último capítulo de la tercera parte del libro el autor nos conduce por el problema de la continuidad, nuevamente bajo las consideraciones de la noción de *límite*, esta vez para las funciones de variable real.

El estudio de los conceptos de *número*, *función* y *continuidad*, a través de un camino como el que plantea el autor, posibilita transgredir una concepción mecánica de la objetivación del conocimiento matemático a la hora de aprender y, sobre todo, de enseñar matemáticas, para adentrarse, de esta manera, en una reflexión de carácter epistemológico, donde la apropiación de los conceptos matemáticos que la humanidad ha construido en el transcurso de su historia está cargada de las complejidades propias de la misma realidad. Tales complejidades explicitan las tensiones de una realidad, inmersas en contextos sociales, culturales, históricos y políticos diversos.

## Referencia

Cadavid Muñoz, Luz Adriana, "Otras miradas para abordar algunos conceptos fundamentales en matemáticas. Reseña", *Revista Educación y Pedagogía*, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, vol. 23, núm. 59, enero-abril, 2011, pp. 243-245.

Original recibido: octubre 2010

Aceptado: noviembre 2010

Se autoriza la reproducción del artículo citando la fuente y los créditos de los autores.