



Kandinsky, *Composición VII*, Óleo sobre lienzo, 1913.

ESQUEMA PARA LA INSTRUCCIÓN Y EVALUACIÓN  
DEL RAZONAMIENTO EN ESTADÍSTICA  
INFERENCIAL ELEMENTAL

Angustias Vallecillos Jiménez  
Antonio J. Moreno Verdejo

RESUMEN

ESQUEMA PARA LA INSTRUCCIÓN Y EVALUACIÓN DEL RAZONAMIENTO EN ESTADÍSTICA  
INFERENCIAL ELEMENTAL

*El principal objetivo de este trabajo es describir un esquema para caracterizar y evaluar el aprendizaje de la inferencia estadística elemental. La inferencia estadística ha sido recientemente incluida en los currículos españoles para la enseñanza secundaria y esto ha planteado nuevas necesidades tanto de tipo teórico como didáctico. El esquema que describimos es nuestra contribución teórica al conocimiento en el dominio del razonamiento estadístico y para planificar la enseñanza del tema.*

RESUMÉ

SCHEMA POUR L'INSTRUCTION ET EVALUATION DU RAISONNEMENT EN STATISTIQUE  
INFERENTIELLE ELEMENTAIRE

*Le but principal de ce travail est celui de décrire un schéma pour caractériser et évaluer l'apprentissage de l'inférence statistique élémentaire. L'inférence statistique a été récemment incluse dans les curricula d'Espagne pour l'enseignement secondaire, ce qui a soulevé des nouveaux besoins théoriques et didactiques. Le schéma décrit est notre contribution théorique à la connaissance dans le domaine du raisonnement statistique et à la mise en place des plans d'enseignement du sujet.*

ABSTRACT

SCHEME FOR THE INSTRUCTION AND EVALUATION OF REASONING IN BASIC  
INFERENTIAL STATISTICS

*The main objective of this paper is to describe a scheme to characterize and evaluate basic inferential Statistics. The statistical inference has recently been included in Spanish curriculums to Secondary teaching and this has placed new necessities not only theoretical but also didactic. The scheme we will describe is our theoretical contribution to knowledge in the domain of statistical reasoning to plan teaching a theme.*

PALABRAS CLAVE

*Enseñanza de la matemática en España, inferencia estadística, esquema teórico, enseñanza secundaria.  
Teaching Mathematics in Spain, Statistics inference, theoretical scheme, high school learning*

# ESQUEMA PARA LA INSTRUCCIÓN Y EVALUACIÓN DEL RAZONAMIENTO EN ESTADÍSTICA INFERENCIAL ELEMENTAL

**Angustias Vallecillos Jiménez\* Antonio  
J. Moreno Verdejo\*\***

## INTRODUCCIÓN

Uno de los rasgos característicos de la sociedad actual es su enorme desarrollo tecnológico, que ha sido aplicado para la mejora social y económica de los ciudadanos. En esta sociedad tecnológica, la información y la comunicación juegan papeles clave, y la educación debe proporcionar a los ciudadanos los elementos necesarios para desenvolverse en ella. El acceso a la información, el uso de datos, su análisis y la toma de decisiones informadas en situación de incertidumbre, la comprensión y la capacidad de crítica de la información proporcionada por los medios de comunicación de masas, etc., forman parte de las nuevas necesidades formativas de los ciudadanos del mundo actual.

Como respuesta a estas nuevas necesidades sociales, los sistemas educativos han introducido reformas en los currículos que afectan a la educación estadística en muchos países y en todos los niveles (véase al respecto Minis-

terio de Educación y Ciencia -MEC-, 1990; Junta de Andalucía, 1992,1994,1997; National Council of Teachers of Mathematics -NCTM-, 2000). Una de las novedades de la reforma en España ha sido la introducción de la estadística inferencial en los currículos para la enseñanza obligatoria (ESO, 6-16 años) y el bachillerato (16-18 años). Paralelamente, la introducción de más y nuevos contenidos estadísticos, y cada vez en niveles de enseñanza más elementales, plantea una necesidad mayor de que la investigación educativa se ocupe del aprendizaje de estos contenidos y su evolución a lo largo de los años de escolaridad del alumno.

Aunque ya contamos con algunos resultados de investigaciones llevadas a cabo al respecto en el campo del análisis de datos y de la probabilidad principalmente, este campo puede considerarse todavía en vías de desarrollo (Shaughnessy, 1992; Mokros y Russell, 1995; Gal y Garfield, 1997; Batanero y cois., 1994;

Universidad de Granada. España. Dirección  
electrónica: [avalleci@ugr.es](mailto:avalleci@ugr.es)

Instituto de Enseñanza Secundaria (IES). Los Cahorros. Granada. España  
Dirección electrónica: [antoniomore@wanadoo.es](mailto:antoniomore@wanadoo.es)

Los autores agradecen al Proyecto de Investigación BS02000-1507, financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, Madrid, España.

Jones y cois., 1997; 1999; Jones y otros, 2000). En el campo de la estadística inferencial, las investigaciones realizadas son aun más escasas (Watson y Moritz, 2000; Jacobs, 1996; Moreno, 2000; Moreno y Valletillos, 2001a; 2001b; 2002).

Jones y otros (2000) proponen un esquema para caracterizar el pensamiento estadístico en niños, basado en el modelo cognitivo descrito por Biggs y Collis (1991). En nuestro trabajo hemos intentado desarrollar un esquema análogo para el caso de la estadística inferencial, de manera que, finalmente, podamos tener un esquema general aplicable a la estadística básica, descriptiva e inferencial. Para ello, sobre la base de nuestra experiencia investigativa sobre el tema, hemos construido el esquema teórico inicial para evaluar el aprendizaje de la estadística inferencial en alumnos de enseñanza secundaria, hemos elaborado un cuestionario que han completado 49 estudiantes de este nivel y hemos analizado los resultados. Finalmente, incorporando la información obtenida, hemos refinado el esquema inicial y hemos elaborado las conclusiones del estudio.

Este esquema teórico de análisis, desarrollado para evaluar el aprendizaje de la estadística inferencial básica, ha sido validado con estudiantes de nivel de secundaria, pero puede ser empleado para planificar la enseñanza del tema y evaluar el aprendizaje de los estudiantes de cursos introductorios en el nivel universitario.

## ESQUEMA TEÓRICO

Los profesores necesitan, para planificar y llevar a cabo una docencia efectiva, una buena información acerca del aprendizaje y la comprensión de los conceptos estadísticos por parte de los estudiantes, así como su desempeño en la resolución de problemas. El conocimiento estadístico es adquirido por los es-

tudiantes a través de los diferentes niveles escolares por los que pasan y a lo largo del tiempo de escolaridad, esto es, no es algo que se adquiere en un momento dado, sino de manera paulatina. Por esta razón, situamos nuestro esquema en un modelo de desarrollo cognitivo como el de Bigg y Collis (1982; 1991). Estos autores describen la taxonomía SOLO (acrónimo de Structure of the Observed Learning Outcome) como un sistema jerarquizado formado por cinco modos de representación del conocimiento y tres niveles de respuesta en cada uno de ellos para determinar el aprendizaje observable:

1. Uniestructural: son respuestas que toman en consideración un solo aspecto del concepto o tarea considerada.
2. Multiestructural: respuestas en las que aparecen varios aspectos del concepto o tarea considerada, pero no todos.
3. Relacional: en estas respuestas se consideran todos los aspectos del concepto o tarea en cuestión, pero, además, éstos aparecen integrados de manera que el estudiante manifiesta una completa comprensión y un aprendizaje significativo.

Situado en este modelo cognitivo general (Bigg y Collis, 1982; 1991), Jones y otros (2000) formulan un esquema para caracterizar el pensamiento estadístico de los niños. Definen cuatro constructos: describir, organizar, representar y analizar e interpretar datos. En cada uno de estos constructos establecen cuatro niveles de pensamiento, que representan un continuo desde el pensamiento idiosincrásico hasta el razonamiento analítico. Los autores afirman, como resultado de su estudio, que el pensamiento estadístico de los niños puede ser descrito de acuerdo con el esquema propuesto.

Nuestro esquema inicial para caracterizar el pensamiento en inferencia estadística está también situado en el modelo cognitivo ge-

neral propuesto por Bigg y Collis (1982; 1991), y como el esquema de Jones y otros (2000), consideramos cuatro constructos y cuatro niveles en cada uno de ellos. Sin embargo, en nuestro esquema consideramos dos aspectos relacionados para determinar cada constructo y nivel: el contenido estadístico y el resultado del cuestionario completado por los estudiantes.

En una primera fase, hemos fijado fundamentalmente los constructos y niveles sobre la base del contenido estadístico. Luego hemos considerado las respuestas de los estudiantes al cuestionario y revisado completamente el esquema inicial. Con la articulación e integración de todos los aspectos anteriores, hemos conformado el esquema propuesto. Hemos establecido cuatro constructos: *poblaciones y muestras, y sus relaciones* (PM); *proceso inferencial* (PI); *tamaño muestral* (TAM) y *tipos de muestreo y sesgos* (TIM), y cuatro niveles de razonamiento en cada uno de ellos.

## METODOLOGÍA

Describimos aquí, brevemente, los objetivos marcados, los constructos, los alumnos participantes, así como el cuestionario y el procedimiento de aplicación empleado.

### OBJETIVOS DEL TRABAJO

Los objetivos del trabajo que describimos son principalmente tres:

1. Desarrollar un esquema inicial para caracterizar y evaluar el aprendizaje de la inferencia estadística básica.
2. Elaborar un cuestionario para evaluar el aprendizaje de la inferencia estadística en el nivel de secundaria.
3. Probar el esquema en orden a conseguir el primer objetivo, y validarlo y retinarlo mediante los resultados del cuestionario.

### LOS CONSTRUCTOS

Pretendemos describir y fijar, en primer lugar, los elementos y conceptos clave de la estadística inferencial para la formación básica de los estudiantes en los niveles introductorios. Para ello utilizaremos la expresión *constructo*, que se emplea en el campo de la psicología para describir fenómenos complejos como la personalidad, motivación, etc., de difícil definición. Para nosotros, cada constructo representa una categoría de conceptos clasificables, todos ellos dentro de un mismo epígrafe bajo el que pueden ser descritos. Creemos que la descripción de las muestras, las poblaciones de las que han sido extraídas y las relaciones entre ambas; las cuestiones relacionadas con el tamaño, los métodos de selección y las posibles fuentes de sesgos en la selección de muestras son importantes núcleos conceptuales que están en la base de los aprendizajes en estadística inferencial que pueden ser descritos en estos términos. Todos estos elementos han sido ya reconocidos como tales por profesores, investigadores o documentos curriculares con anterioridad (Shaugnessy, 1992; Batanero, Godino, Valle-cillos, Green y Holmes, 1994; Vallecillos, 2001; NCTM, 2000; Junta de Andalucía, 1992,1997).

Nuestra propuesta posee una novedad: hemos incluido como constructo diferenciado el que hemos llamado *proceso inferencial*, porque nos parece que merece una mención aparte. En erecto, a veces los estudiantes no distinguen bien la población de la muestra y no son conscientes, por tanto, de que las conclusiones obtenidas en el estudio de una muestra no son las requeridas, y es necesario concienciarles de que se lleva a cabo una generalización de éstas en las condiciones del estudio y, por tanto, sujeta a ciertas limitaciones y a la posibilidad de error. Otras veces los estudiantes no admiten la posibilidad de generalización y sólo confían en la realización de censos, por lo que es necesario hacerles reflexionar sobre la imposibilidad de éstos en ciertas situaciones, como pueden ser pruebas

destructivas o con costos temporales o económicos inabordables.

Describimos los constructos clave a continuación.

*1. Poblaciones y muestras, y sus relaciones (PM).*

Intentamos comprender las ideas de los estudiantes acerca de los conceptos *muestra* y *población*, así como la relación entre ellos. Estos conceptos son empleados intuitivamente en muchos ámbitos de la vida diaria, fuera del entorno escolar. Aspectos tales como la variabilidad y la representatividad muestral tienen una gran incidencia en muchos aspectos de la vida social. Kahneman, Slovic y Tversky (1982) han investigado ampliamente sobre estos aspectos y encontrado que los sujetos razonan usando *heurísticas* que les llevan la mayor parte de las veces a conclusiones erróneas. Entre los estudiantes del nivel de secundaria también se ha detectado la presencia de heurísticas de razonamiento (Rubin, Bruce y Tenney, 1991; Moreno, 2000). En otro orden de cosas, también nos interesamos en averiguar si el esquema *parte-todo* utilizado en la enseñanza de contenidos de tipo numérico como las fracciones y los números racionales, es empleado en este contexto y cómo.

*2. Proceso inferencial (PI).* Intentamos comprender cómo conciben los estudiantes el proceso que permite describir la población sobre la base de la información obtenida de la observación de una de sus muestras. Para ello hemos determinado las concepciones (Artigue, 1990) de los estudiantes sobre el proceso, como modelos teóricos construidos por nosotros que guían supuestamente las respuestas de los estudiantes.

*3. Tamaño muestral (TAM).* Para conseguir un buen aprendizaje relativo al concepto *muestra*, es necesario tener en cuenta dos aspectos que son esenciales: la sensibilización de los estudiantes acerca de la importancia del tamaño muestral y la apreciación del mismo cuando se emiten juicios o toman decisiones

basadas en muestras. Los trabajos de Kahneman y sus colegas determinaron como creencia muy extendida entre la población, incluso entre personas con entrenamiento estadístico, la *ley de los pequeños números*. Esta creencia forma parte de la heurística de la representatividad que lleva a las personas a creer que las muestras, incluso las muy pequeñas, reproducen siempre las características de la población de la que proceden, mostrando una insensibilidad hacia el tamaño de la muestra (Kahneman y cois., 1982).

*4. Tipos de muestreo y sesgos (TIM).* El muestreo basado en la aleatorización de las unidades estadísticas proporciona muestras representativas de las poblaciones bajo estudio. En este apartado consideramos básicos para la buena enseñanza del tema dos aspectos: la sensibilización de los estudiantes acerca de la importancia de la aleatorización en la selección de las muestras empleadas, así como acerca de la presencia de *sesgos* en cualquier otro caso y de los efectos perniciosos derivados del uso de muestras sesgadas.

En cada uno de estos constructos consideramos cuatro niveles de razonamiento que suponemos representan su evolución. El primer nivel de razonamiento, *idiosincrásico*, está caracterizado por un tipo de argumentación basado en creencias personales; el segundo, *transicional*, está marcado por ser un período de transición hacia un tipo de razonamiento cuantitativo. En este nivel, *cuantitativo*, las argumentaciones pueden ser correctas, si bien aisladamente y sin una articulación completa. En el nivel *analítico*, el estudiante muestra una buena comprensión de los conceptos y procedimientos empleados, así como la integración efectiva entre ellos.

**ESQUEMA PARA EL RAZONAMIENTO EN INFERENCIA ESTADÍSTICA**

En la tabla 1 sintetizamos el esquema ERIE, acrónimo de Esquema para el razonamiento en inferencia estadística.

Tabla 1.  
Esquema para el razonamiento en inferencia estadística (ERIE)

<i>Constructos</i>	<i>Nivel 1: Idiosincrásico</i>	<i>Nivel 2: Transicional</i>	<i>Nivel 3: Cuantitativo</i>	<i>Nivel 4: Analítico</i>
Poblaciones y muestras y sus relaciones (PM)	Concepto de población usual.	Concepto de población estadístico.	Concepto de población estadístico.	Concepto de población estadístico.
	Concepto de muestra usual.	Población de tipo discreto.	Población de tipo discreto.	Concepto de muestra usual.
	No identifica la población ni la muestra. Confunde la población y la muestra.	Identifica población o muestra en contexto concreto.	Identifica población o muestra sólo en ciertos contextos.	Identifica y relaciona población y muestra en todos los contextos.
Proceso Inferencial (PI)	Criterio subjetivo.	Criterio subjetivo y/o numérico con errores.	Criterio numérico con expresión informal.	Criterio numérico y expresión informal.
	Concepción previa.	Concepción determinista.	Concepción identidad.	Concepción inferencial.
Tamaño muestral (TAM)	Reconocimiento de la característica de tamaño muestral.	Importancia de la característica de tamaño muestral.	Relación entre el tamaño muestral y la estimación.	Relación entre el tamaño muestral y la estimación en todos los contextos.
	Insensibilidad al tamaño muestral.	Reconoce el interés del tamaño muestral en ciertos contextos.	Reconoce la relación entre el tamaño muestral y/o la estimación en contextos numéricos.	Sensibilidad al tamaño muestral en todos los contextos y en relación con la característica estimada.
Tipos de muestreo y sesgos (TIM)	Reconoce la posibilidad de diferentes tipos de muestreo.	Métodos de muestreo. Aleatorización.	Tipos de muestreo aleatorios.	Muéstreos aleatorios y estimación de características poblacionales.
	Insensibilidad a los tipos de muestreo.	Reconoce diferentes tipos de muestreo.	Reconoce diferentes tipos de muestreo aleatorios.	Reconoce el tipo de muestreo más adecuado.
	Insensibilidad a los sesgos.	Reconoce la posibilidad de sesgos.	Reconoce la posibilidad de sesgos.	Sensibilidad a los sesgos.

## **PARTICIPANTES**

Los participantes en esta investigación piloto han sido 49 estudiantes de secundaria de dos centros distintos y pertenecientes a dos cursos diferentes. Treinta estudiantes de 3<sup>o</sup> de ESO (14-15 años) sin ninguna información estadística previa y diecinueve del Curso de Orientación Universitaria -COU- (17-18 años). Estos alumnos de COU, último curso del nivel de secundaria, tienen algunos conocimientos de estadística descriptiva.

## **CUESTIONARIO**

El cuestionario completo que han contestado los 49 estudiantes está formado por dos partes diferentes, con doce cuestiones cada una, acerca de conceptos de estadística elemental. Los ítems están situados en tres contextos, concreto, narrativo y numérico. Incluimos aquí dos ítems de diferente tipo, uno de la Parte I y otro de la Parte II del cuestionario, para ilustración del lector.

**ítem 1.1.1.** *Tenemos un saco de 100 bolas de dos colores, rojo y verde. Queremos estudiar el número de bolas de cada color. Para ello sacamos 25 bolas y observamos que 14 son rojas y 11 son verdes.*

*Indica:*

- a) *El conjunto de objetos sobre el que se realiza el estudio.*
- b) *La muestra que se observa.*

**ítem II.3.** *El Ayuntamiento de Granada ha iniciado una campaña explicando qué se debe hacer cuando queremos deshacernos de muebles en mal estado. Quiere saber si las instrucciones han resultado claras y comprensibles. La población de Granada es de 300.000 personas, así que decide preguntar a 2.000 adultos de Granada sobre lo que piensan. Han preguntado a personas de barrios grandes y de barrios pequeños, algunos hombres y algunas mujeres, algunos jóvenes y otros más mayores, y a algunos que viven en casas y algunos que viven en pisos. Están seguros de que tienen un variado grupo de personas.*

*El resultado de la encuesta es que el 73% de estos adultos creen que las instrucciones del Ayuntamiento son claras y el 27% piensan que no lo son.*

*¿Qué puedes decirle al Ayuntamiento sobre el porcentaje de adultos en toda Granada que piensa que las instrucciones son claras?*

- a. *El 50%, porque probablemente la mitad de las personas pensaron que las instrucciones eran claras y la mitad de ellos pensó que no lo eran.*
- b. *El 73%>, porque los adultos a los que se les preguntó dan una idea general de lo que ocurriría si se preguntase a toda la población.*
- c. *No puedo decir nada, porque el resultado de la encuesta podría haber sido cualquier otro.*
- d. *No puedo decir nada, porque no pueden preguntar a todos los adultos de la ciudad.*
- e. *Sería el \_\_\_\_\_  
porque \_\_\_\_\_*

## **PROCEDIMIENTO**

Los alumnos de 3<sup>o</sup> de ESO completaron la Parte I del cuestionario en una sesión de 60 minutos y la Parte II en otra sesión de mismo tiempo. En algunas cuestiones de la Parte I del cuestionario interviene, en primer lugar, el investigador, para realizar el manejo de algún material concreto que se necesita inicialmente, para explicar alguna cuestión pedida o para responder a preguntas de los estudiantes. Después, ellos completan individualmente el cuestionario. Los estudiantes de COU han empleado una única sesión de 60 minutos para completar individualmente ambas partes del cuestionario.

## **RESULTADOS**

Este estudio tiene como objetivo prioritario elaborar el esquema ERIE que hemos sinteti-

zado anteriormente. Por esta razón, el análisis de las respuestas de los estudiantes ha sido fundamentalmente cualitativo y se ha reflejado en la determinación de los constructos y niveles descritos. Pero también nos interesa aproximarnos al conocimiento y la comprensión que tienen los estudiantes de los conceptos inferenciales básicos implicados, tales como los conceptos *población* y *muestra*, los tipos de muestreo u otros, así como a sus concepciones, intuiciones, dificultades o errores de aprendizaje, etc., al respecto. Este conocimiento es muy importante para los profesores para la planificación docente y para la elaboración de recursos didácticos para el aula. Por esta razón, también hemos llevado a cabo un análisis cuantitativo de los datos aportados por los estudiantes en sus respuestas al cuestionario, de los que ofrecemos a continua-

ción una síntesis de algunos datos ilustrativos sobre los constructos establecidos.

### 1. Poblaciones y muestras, y sus relaciones (PM).

Muchos estudiantes no han identificado correctamente la muestra y la población estudiada, aunque hay diferencias notables en los porcentajes de éxito en función del contexto, en los ítems correspondientes. El grupo de mayor edad (COU) ha obtenido mejores resultados globales que el grupo de ESO y en el contexto numérico. Aproximadamente dos terceras partes de los estudiantes de ESO no pueden identificar ni la población ni la muestra, mientras que en COU sólo una quinta parte de ellos no lo hace.

En la tabla 2 están contenidos los resultados obtenidos en este constructo.

**Tabla 2.** Identificación de los conceptos de población y muestra

	<i>ESO</i>			<i>COU</i>		
	<i>Identifica Población</i>	<i>Identifica Muestra</i>	<i>No Población/ No Muestra</i>	<i>Identifica Población</i>	<i>Identifica Muestra</i>	<i>No Población/ No Muestra</i>
<i>Concreto</i>	14	7	14	12	8	7 363
<i>Frecuencia%</i>	46,7	23,3	46,7	63,1	42,1	
<i>Grupo</i>						
<i>Narrativo</i>	15	5	15	9	6	9 473
<i>Frecuencia%</i>	50,0	16,7	50,0	47,3	31,6	
<i>Grupo</i>						
<i>Numérico</i>	10	3	20	14	8	4
<i>Frecuencia%</i>	33,3	10,0	66,6	73,7	42,1	21,1
<i>Grupo</i>						
<i>Total</i>	39	15	49	35	22	20

2. *Proceso inferencial (PI)*. Hemos agrupado las respuestas de los estudiantes bajo tres epígrafes que caracterizan a cada una de las concepciones determinadas (Artigue, 1990). Las sintetizamos a continuación:

CI) *Concepción inferencial*: el proceso de inferencia es un proceso sometido al azar y no permite determinar con precisión las características de la población a partir de la información obtenida de una de sus muestras.

C2) Concepción identidad: el proceso de inferencia nos permite describir la población con características idénticas a las de una de sus muestras.

C3) Concepción previa: la población tiene características descritas por ideas previas y no por las observadas en la muestra extraída de ella.

C4) Concepción determinista: la población sólo puede ser descrita mediante la realización de un censo y nunca por el estudio de muestras extraídas de ella.

En la tabla 3 sintetizamos algunos resultados globales obtenidos.

**Tabla 3.** Concepciones sobre el proceso inferencial

	ESO				COU			
	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4
Concreto Frecuencia% Grupo		15 60,0	10 40,0			13 86,7	2 13,3	
Narrativo Frecuencia% Grupo	5 19,2	15 57,7		6 23,1	5 27,7	9 50,0		4 22,2

3. *Tamaño muestral (TAM).* En el grupo de menor edad (ESO), aproximadamente el 50% de los estudiantes no toma en consideración el tamaño muestral y en el grupo de COU el porcentaje de éxito es un poco mejor, aunque sólo una cuarta parte de todos los estudiantes relaciona el tamaño muestral con la estimación de la característica poblacional.

4. *Tipos de muestreo y sesgos (TIM).* La mayor parte de todos los estudiantes reconoce los diferentes tipos de muestreo y la mayor parte del grupo de mayor edad, los diferentes tipos de muestreo aleatorios también, por ejemplo, muestreo aleatorio simple versus estratificado.

Ambos grupos de estudiantes consideran que el muestreo estratificado nos proporcionará una mejor estimación de la característica en cuestión, aunque un porcentaje importante

de alumnos del grupo de menor edad no encuentra diferencias entre ambos tipos de muestreo. El número de alumnos que piensan que sería necesario buscar otro tipo de muestreo es bastante mayor en el grupo de mayor edad (Moreno y Vallecillos, 2002).

En la tabla 4 están sintetizados algunos de los resultados obtenidos.

## EL ESQUEMA ERIE REVISADO

El actual esquema de razonamiento en inferencia estadística necesita ser probado en otro campo: el campo instruccional. Los estudiantes que han participado en esta investigación han sido tomados en sus clases naturales y sin ninguna preparación especial para ella. Para poder probar la utilidad del esquema ERIE para la instrucción en clases ordinarias,

Tabla 4.  
Identificación de tipos de muestreo

Tipos de muestreo	O'	COU	Total
<b>Aleatorio</b> Frecuencia % de Grupo	3 10%	1 53%	4 83%
<b>Estratificado</b> Frecuencia % de Grupo	12 40%	10 52,6%	22 44,9%
<b>No hay diferencia</b> Frecuencia % de Grupo	9 30%		9 18,4%
<b>Blanco</b> Frecuencia % de Grupo	5 16,7%	7 36^%	12 243%
<b>Total</b> Frecuencia % de Grupo	30 100%	19 100%	49 100%

estamos diseñando y desarrollando recursos didácticos que serán puestos en práctica en aulas de secundaria, basados en los cuatro constructos y niveles definidos anteriormente. Necesitamos tomar datos acerca de la enseñanza y el aprendizaje usando el esquema ERIE en clases en normal funcionamiento; estudiantes seleccionados serán entrevistados después y el esquema de razonamiento en inferencia estadística será profunda y globalmente revisado a la luz de todos los resultados obtenidos.

## CONCLUSIONES

En este artículo hemos presentado un esquema para la instrucción y la evaluación del razonamiento en inferencia estadística elemental. Hemos descrito, en síntesis, los cuatro constructos y los cuatro niveles en cada uno de ellos, que lo constituyen. El esquema ha sido probado inicialmente y validado con estudiantes de secundaria de dos cursos diferentes en España. Estos estudiantes han

completado unos cuestionarios que han sido analizados y cuyos resultados han servido para revisar y completar el esquema descrito antes.

Como una primera conclusión general, constatamos que hemos experimentado muchas dificultades clasificables, principalmente, en dos áreas de naturaleza teórica y didáctica, respectivamente. En el campo teórico, determinar los aspectos teóricos esenciales, conceptos o constructos que son básicos y esenciales y, por tanto, que es necesario incluir en cualquier currículo general elemental de educación estadística para todos los ciudadanos, en orden a conseguir personas conscientes y aptas para tomar decisiones informadas. En el campo didáctico, una vez determinado el contenido del currículo adecuado, ¿qué debemos hacer para conseguir el mejor aprendizaje de todos los alumnos? El esquema ERIE, esquema de razonamiento en inferencia estadística elemental, es nuestra actual y personal contribución a la resolución de estos problemas.

Esta investigación se está completando ahora en su vertiente instruccional, desarrollando recursos para el aula con el fin de someterlo a prueba y para llevar a cabo una revisión global del mismo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ARTIGUE, M. (1990). "Épistémologie et Didactique". En: *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol.10, No. 2-3. pp. 241-286.
- BATANERO, C; GODINO, J. D.; VALLECILLOS, A.; GREEN, D. R. y HOLMES, E (1994). "Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts". En: *International Journal of Mathematics in Science and Technology*. Vol. 25, No. 4. pp. 527-547.
- BIGGS, J. B. y COLLIS, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. New York: Academic Press.
- \_\_\_\_\_ (1991). "Multimodal learning and intelligent behavior". En: Rowe, H. (ed.). *Intelligence: Reconceptualization and measurement*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associated Inc. pp. 57-76
- GAL, I. y GARFIELD, J. B. (1997). *The Assessment Challenge in Statistics Education*. Amsterdam: IOS Press.
- JACOBS, V. (1996). *Children's informal interpretation and evaluation of statistical sampling in surveys*. Ph. D. University of Wisconsin-Madison.
- JONES, G. A.; LANGRALL, C. W; THORNTON, C. A. y MOGILL, A. T. (1997). "A Framework for Assessing and Nurturing Children's Thinking in Probability". En: *Educational Studies in Mathematics*. No. 32. pp.101-125.
- \_\_\_\_\_ (1999). "Students Probabilistic Thinking in Instruction". En: *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 30, No. 5. pp. 487-519.
- JONES, G. A.; THORNTON, C. A.; LANGRALL, C. W; MOONEY, E. S.; PERRY, B. y PUTT, I. J. (2000). "A Framework for Characterizing Children's Statistical Thinking". In: *Mathematical Thinking and Learning*. Vol. 2, No. 4. pp. 269-307.
- JUNTA DE ANDALUCÍA (1992). *Decreto 106/1992 de 9 de Junio (BOJA del 20) por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la ESO en Andalucía*.
- \_\_\_\_\_ (1994). *Decreto 126/1994 de 7 de Junio (BOJA del 26 de Julio) por el que se establecen las enseñanzas correspondientes al Bachillerato en Andalucía*.
- \_\_\_\_\_ (1997). *Currículo de Bachillerato en Andalucía*.
- KAHNEMAN, D.; SLOVIC, E y TVERSKY, A. (1982). *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge University Press.
- MEC (1990). *Ley Orgánica 1/1990 de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE, BOE de 4 de Octubre)*. Madrid.
- MOKROS, J. y RUSSELL, S. J. (1995). "Children's concepts of average and representativeness". En: *Journal for Research in Mathematics Education*. No. 26. pp. 2-39.
- MORENO, A. (2000). *Investigación y enseñanza de la estadística inferencial en el nivel de secundaria*. Granada: El autor. I.S.B.N. 84-699-3623-9.
- MORENO, A. y VALLECILLOS, A. (2001a). "Exploratory Study on Inferencial Concepts Learning in Secondary Level in Spain". En: HEUVEL, M. van der (ed.). *Proceedings of the 25th Conference of the International Group of the Psychology of Mathematics Education (PME)*. The Netherlands: Freudenthal Institute y Utrecht University. p. 343.
- \_\_\_\_\_ (2001b). "Influencia del nivel escolar y el contexto en el conocimiento informal de conceptos inferenciales". En: MORENO,

concepciones iniciales sobre el razonamiento inferencial en estudiantes de secundaria. En: *Educación Matemática*, Vol. 14, No. 1, (abril), pp. 62-81.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for Schools Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

RUBÍN, A.; BRUCE, B. y TENNEY, Y. (1990). "Learning About Sampling: Trouble at the Core of Statistic". En: *Proceedings of the ¡COTS III*. New Zealand: University of Otago, Dunedin.

SHAUGHNESSY, J. M. (1992). "Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions". En: *GROUWS, D. (ed.). Handbook on Research in Mathematics Education*. London: McMillan Publishing Co. pp. 465-494.

WATSON, J. M. y MORITZ, J. B. (2000). Developing Concepts of Sampling. *Journal for Research in Mathematics Education* [Online], Vol. 31, No. 1. pp. 44-70.

## BIBLIOGRAFÍA

VALLECILLOS, A. "Evidencias empíricas sobre dificultades en el aprendizaje de los tests

de hipótesis". En: GÓMEZ, E y RICO, L. (eds.). *Iniciación a la investigación en Didáctica de la matemática: homenaje al profesor Mauricio Castro*. Granada: Universidad de Granada, 2001. pp. 339-353.

\_\_\_\_\_ *Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas*. Granada: Comares, 1996.

\_\_\_\_\_ "Research and Teaching of Statistical Inference". In: *Proceeding of the First International Conference on the Teaching of Mathematics*. Boston: J. Wiley & Sons, Inc, 1998. pp. 296-298.

\_\_\_\_\_ "Some Empirical Evidences on Learning Difficulties About Testing Hypotheses". Ponencia invitada. *Proceedings of the 52nd Session of the International Statistical Institute*. Vol. 2, Tome LVIII. The Netherlands. ISI, 1999. pp. 201-204.

\_\_\_\_\_ "Statistical Education for the XXI Century. Mathematics for Living". In: *Proceedings of the International Conference*. Ammam: The Hashemite Kingdom of Jordán, 2000. pp. 333-338.

\_\_\_\_\_ "Understanding of the Logic of Hypothesis Testing Amongst University Students". In: *Journal für Mathematik-Didaktik* (Alemania), Vol. 2, 2000. pp. 101-123.

## REFERENCIA

VALECILLOS JIMÉNEZ, Angustias y MORENO VERDEJO, Antonio J. "Esquema para la instrucción y evaluación del razonamiento en estadística inferencial elemental". En: *Revista Educación y Pedagogía*. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, No. 35, (enero-abril), 2003. pp. 71 - 81.

Original recibido: junio 2002

Aceptado: julio 2002

**Se autoriza la reproducción del artículo citando la fuente y los créditos de los autores.**

