

Kandinsky, *Conjunto multicolor*. Óleo y barniz sobre lienzo, 1938.

**FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE  
MATEMÁTICAS REFLEXIVOS**

Pablo Flores Martínez  
María Peñas Troyano

RESUMEN

FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS REFLEXIVOS

*En este artículo describimos un proceso de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que estamos realizando en la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada (España). En este proceso tratamos de que los estudiantes para profesor generen hábitos de reflexión sobre problemas prácticos profesionales, surgidos durante las prácticas de enseñanza. Intentamos con ello facilitar la relación de los futuros profesores de matemáticas de enseñanza secundaria, con el conocimiento profesional.*

RESUME

FORMATION INITIALE DE PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES A LA REFLEXIÓN

*Dans cet article, nous décrivons un processus de formation initiale des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire que nous avons mis en place dans le cadre de la Licence en Mathématiques à l'Université de Granada (Espagne). Dans cette expérience nous proposons aux étudiants, futurs professeurs, l'exercice des habitudes de réflexion sur les problèmes qui naissent de leur pratique dans l'enseignement des mathématiques. Pour cela, nous essayons de mettre en contact les futurs professeurs avec la connaissance professionnelle.*

ABSTRACT

INITIAL TRAINING OF REFLEXIVE MATH TEACHERS

*In this paper we describe the initial training process of middle school mathematics teachers that we are carrying out in the Bachelor's degree on Mathematics in the University in Granada (Spain). In this process we try to generate reflection habits upon student-teachers regarding practical problems that they experience during their teaching practices. We attempt to facilitate the relationship of the future teachers with the professional knowledge.*

*Reflexión, formación de maestros, profesores de matemáticas reflexivos  
Reflection, teacher training, reflexive math teachers*

# FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS REFLEXIVOS

Pablo Flores Martínez\* María

Peñas Troyano\*\*

## INTRODUCCIÓN

**E**n el marco de la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas en Institutos, de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada, que atiende a la formación pedagógica de futuros profesores de matemáticas de enseñanza secundaria, los estudiantes nos han planteado la siguiente cuestión: *¿cómo hacer que los alumnos traduzcan correctamente expresiones al lenguaje algebraico?* Posiblemente todos los profesores de matemáticas podríamos darle respuesta a esta pregunta atendiendo a nuestra experiencia docente, aunque ello no significa que estemos en posesión de la respuesta más idónea ni la que ellos esperan. Para poder interactuar con estos futuros profesores de manera que nuestra intervención les sea productiva en su desarrollo profesional docente, tenemos que tomar en consideración su situación actual, esto es:

- Aún son estudiantes, esto es, tienen que satisfacer las demandas que la sociedad y el profesor les exige para conseguir la calificación adecuada y el título administrativo de Licenciado en Matemáticas, necesario para llegar a ser profesor.

- Probablemente estén buscando una respuesta en forma de receta que les permita desarrollar una enseñanza que haga que sus alumnos  *traduzcan correctamente al lenguaje algebraico*.
- Los estudiantes valoran como éxito académico realizar correctamente las traducciones al lenguaje algebraico que les van a demandar en las pruebas y exámenes sus profesores, aunque en estas pruebas la traducción sea un peso inútil que puede dificultar la resolución del problema al que va asociado, etc.

Desde estas perspectivas, el formador de profesores no puede contentarse mostrándole el conocimiento didáctico existente sobre la enseñanza del álgebra en secundaria, ya que éste parte de una situación que los estudiantes no están en condiciones de percibir. Por ejemplo:

- Si el formador les indica que el álgebra es considerada en los currículos actuales (National Council of Teachers of Mathematics -NCTM-, 1991; Ferrini-Mundy y

Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España, Facultad de Ciencias de la Educación, Campus Universitario de Cartuja.

Dirección electrónica: [pflores@ugr.es](mailto:pflores@ugr.es)

Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España.

Martin, 2000) *un medio para resolver problemas, no un fin en sí misma*, los estudiantes pueden estar aparentemente de acuerdo, pero eso no les lleva a relativizar el papel de la traducción algebraica, sino que la seguirán considerando una destreza de aprendizaje necesaria, de la que sus alumnos captarán el interés más adelante.

- Si el formador les muestra la variedad de papeles que desempeñan las letras en el álgebra (Freudenthal, 1994), los estudiantes sólo verán en ello la necesidad de que en su enseñanza se diferencien estos papeles, desmarcando la enseñanza del álgebra como estructura de operaciones aritméticas, del álgebra como cálculo simbólico.
- Si el formador les muestra modelos para la enseñanza del álgebra, como la balanza (Socas y otros, 1989), o les sugiere que representen los datos y las incógnitas gráficamente o en cuadros de doble entrada, los estudiantes pueden interpretar estos medios como reglas mnemotécnicas, sin considerar que se les están mostrando estrategias para aprender a aprender que a la vez utilizan otras representaciones de un mismo objeto matemático, la expresión algebraica, y esperando siempre que con su uso los alumnos realicen correctamente los cálculos literales adecuados.

En todos estos casos se observa que los estudiantes tienen unas expectativas ligadas a los hábitos desarrollados en su historia como alumnos, con lo que su consideración de lo que es enseñar matemáticas les lleva a unas demandas acordes con estas expectativas. Ahora bien, ¿son éstas las expectativas de formación que tiene el formador? ¿Cuál es la visión de la enseñanza de las matemáticas que tiene y quiere que sirva de referencia al estudiante? ¿Cómo poner en común estas perspectivas tan diferentes?

Con estos ejemplos hemos querido poner de manifiesto que en la formación inicial de profe-

sores aparece una diferencia entre la forma como el estudiante ve la profesión docente y cómo la ve el formador o los profesores expertos (Schön, 1992). El formador de profesores se plantea como fin de su tarea formadora que el estudiante se haga una representación de la tarea profesional que integre las variables fundamentales, y que perciba al docente como educador que emplea las matemáticas para ayudar a los alumnos en sus procesos de crecimiento personal. Para ello cuenta con un bagaje de conocimiento didáctico y profesional, basado en análisis teóricos de las interacciones humanas, y contrastado con experiencias empíricas. El formador pretende que este conocimiento didáctico le sea significativo al estudiante. Pero éste, que domina un conocimiento matemático con una estructura formal muy clara, demanda a la didáctica estrategias técnicas de enseñanza que le ayuden a crear destrezas matemáticas en sus alumnos.

Para salvar en parte estas diferencias entre las expectativas del formador y del estudiante para profesor, a la vez que para iniciar a los estudiantes en la variedad de situaciones a afrontar como profesor, los planes de formación inicial de profesores recurren a la realización del *Practicum*. En este período se deja al futuro profesor en un aula de secundaria, a cargo de un profesor experto que actúa como tutor, para que se relacione con los alumnos y comience a cambiar su perspectiva de lo que es la profesión docente. Durante las prácticas, el estudiante desarrolla destrezas de comunicación con los alumnos, pone al día sus conocimientos de la matemática escolar y los relaciona con los que él maneja en la universidad, y comienza a percibir la que será su profesión futura. Pero, ¿es suficiente con esta experiencia de inmersión en la profesión docente y actuación semiautónoma del estudiante para cambiar las expectativas que le dominan, fruto de su larga vida como alumno? ¿Cómo utilizar esta experiencia de prácticas para ayudar al estudiante a relacionarse con el conocimiento profesional y sobre todo a procesarlo?

En este artículo describimos un proceso de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que estamos llevando a cabo en la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada (España), en el que tratamos de facilitar que los estudiantes para profesor generen hábitos de reflexión sobre problemas prácticos profesionales, surgidos durante las prácticas de enseñanza. Intentamos con ello intervenir para facilitar la relación de los futuros profesores de matemáticas de enseñanza secundaria, estudiantes de la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas en Institutos (Flores, 1998a, 1998b, 2000), con el conocimiento profesional del profesor.

En el siguiente apartado caracterizamos la formación inicial de profesores de matemáticas como un proceso de intervención sobre los futuros profesores, para ayudarlos a que emprendan procesos de reflexión, dado que el profesor es un profesional práctico (Schon, 1992) reflexivo (Listón y Zeichner, 1997; Smyth, 1991; Contreras, 1997). Posteriormente describimos el proceso de formación que estamos empleando, y lo desarrollamos a continuación presentando el caso de un grupo de cinco estudiantes del curso académico 2001-2002, quienes han reflexionado sobre la cuestión presentada anteriormente: *¿qué causas dificultan la traducción del enunciado de un problema al lenguaje algebraico?* Finalizaremos el artículo con algunas conclusiones sobre el proceso emprendido y las reflexiones investigadoras que estamos realizando sobre él.

## **EL PROFESOR COMO PROFESIONAL CRÍTICO Y REFLEXIVO**

Con la explosión de la sociedad urbana> la enseñanza adquiere una generalización que se va ampliando hasta tender, en la actualidad, a la escolarización plena en las edades

tempranas. La revolución industrial y los modelos derivados de la política de empresa hacen que desde la década del cincuenta se considere la docencia como una profesión de carácter tecnológico, marcada fuertemente por la intención que pretende el logro de ciertos objetivos. Para alcanzar estos objetivos es necesario que los docentes sean profesionales que tomen en cuenta las condiciones de actuación propias y de sus alumnos, y se comprometan en su desarrollo, con lo que podemos decir que tendemos hacia la *profesio-nalización* del profesor de Matemáticas (Nod-dings, 1992; Romberg, 1988).

Evoluciones posteriores de la psicología, en las que se ha roto la identificación de aprendizaje con conducta explícita, hacen ver que la tarea del docente profesional tiene una función en la que predomina su intención de atender las necesidades del alumno en su incorporación al mundo y a la sociedad, en la que los objetivos observables no son los más importantes, sino que interesa que la actuación sea ética en sí misma (Contreras, 1997). Por tanto, la actuación del profesor no está sólo marcada por los fines instructivos del alumno, sino que tiene que ajustarse al desarrollo de la persona que se forma, en el contexto cultural en que vive. Por eso, la docencia se distancia de la técnica, lo que da lugar a definir al profesor como un profesional práctico con función ética, que pone en tela de juicio los valores dominantes. Con ello pasamos a considerar al profesor como un profesional crítico (Carr y Kemmis, 1988; Contreras, 1997; Hergreaves, 1996; Listón y Zeichner, 1997).

La tarea asistencial que constituye la docencia atiende a alumnos que son sujetos únicos, distintos y cambiantes, tanto por su individualidad, como por las condiciones socioculturales en las que se ubican. Ello hace que el docente deba disponer de principios de actuación versátiles que le permitan adaptarse a situaciones y sujetos cambiantes. Para ello

el profesor tiene que sumergirse en un proceso de desarrollo profesional, es decir, de formación continua acorde con su forma de contemplar el mundo, pero tratando de introducir en esta visión el mayor conjunto posible de perspectivas y variables. Para relacionarse con estas variables de manera significativa, el profesor tiene que desarrollar una actitud *reflexiva* (Schón, 1992) que le permita contemplar y afrontar los problemas profesionales que se le van planteando (Stenhouse, 1991; Elliot, 1993). Esta actitud reflexiva permitirá al profesor estar abierto a contemplar los nuevos aportes de distintas bases teóricas, incorporando aquellas que sean significativas en función de su experiencia.

El concepto *reflexión* proviene de los escritos de Dewey (original de 1933, edición en español de 1989), quien sugiere que la reflexión incluye un estado de duda y un acto de búsqueda de resolución. Para Dewey, el proceso de reflexión para los profesores comienza cuando la experiencia se torna difícil y surge algún acontecimiento problemático que no puede ser resuelto inmediatamente. Los profesores experimentan una incertidumbre que les hace analizar su experiencia, durante la acción o después de la ella. A partir de estos planteamientos, establece la distinción entre *acción rutinaria* y *acción reflexiva*. Para llevar a cabo un proceso de reflexión, el profesor tiene que adquirir ciertas actitudes (por ejemplo, mente abierta, entusiasmo y responsabilidad) y herramientas de pensamiento (razonamiento y pensamiento ordenado).

Los análisis de Dewey se han visto reforzados con los aportes de Schón (1983; 1992), quien destacó en el análisis de la actuación práctica profesional, estableciendo las diferencias entre la formación teórica que suele dar la universidad y las necesidades prácticas que tienen los profesionales. Schón nos aporta su idea del *práctico reflexivo*, que actúa con un repertorio de destrezas prácticas y que está dispuesto a someterlas a análisis práctico en función del problema concreto y del distan-

ciamiento del mismo, con lo que su actuación no se limita a aplicar destrezas técnicas, especialmente cuando se enfrenta a actividades que, como la enseñanza, se caracterizan por influir sobre situaciones inciertas, inestables, singulares y en las que hay conflictos de valor (Contreras, 1997, pp. 77). Para Schón, la reflexión en y sobre la acción son mecanismos que los docentes prácticos reflexivos usan para su desarrollo continuo y para aprender desde su clase.

Tal como hemos destacado en la introducción, los estudiantes tienen predisposición a reflexionar sobre cuestiones profesionales que les surgen en su experiencia docente, pero sus expectativas les sitúan en una demanda técnica, desde la que tratan de obtener estrategias de enseñanza que les permitan conseguir que los alumnos realicen destrezas prefijadas. ¿Es éste el tipo de reflexión que pretendemos en los cursos de formación de profesores? Para responder a esta cuestión conviene que establezcamos niveles de reflexión que nos ayuden a clarificar nuestras intenciones. Si atendemos al tipo de problema en el cual incide la reflexión, es de destacar la siguiente caracterización clásica de Van Manen (1977) (véase tabla 1).

Si bien los focos de atención de estos niveles de reflexión van cambiando, se puede considerar esta clasificación de Van Manen como jerárquica, ya que al crecer en estos niveles se amplía la cantidad y variedad de condiciones contextuales en relación. Los diferentes tipos de reflexión, ligados a las cuestiones que se plantean, se reproducen de manera gradual en el docente, desde el principiante (estudiante para profesor) al docente-guía, pasando por el experto. Se presupone que conforme el docente va adquiriendo experiencia y se enfrenta a las distintas situaciones problemáticas que le surgen en el transcurso de la práctica, sus reflexiones van alcanzando un mayor grado de profundización (preocupación por los principios o teorías subyacentes a su práctica y a la práctica docente en su conjun-

Tabla 1.  
Niveles de reflexividad de Van Manen

<i>TIPO DE REFLEXIVIDAD</i>	
Racionalidad técnica (Nivel empírico-analítico)	La reflexión se basa en la aplicación eficaz, en el ámbito del aula, de las habilidades y conocimientos técnicos, así como de la selección y uso adecuado de estrategias didácticas en aquella. La reflexividad se preocupa de la aplicación del conocimiento a la consecución de alguna meta o fin deseado. El sujeto se pregunta cómo lograr de una forma eficiente una meta planteada de antemano.
Acción práctica (Nivel hermenéutico-fenomenológico)	La reflexividad presta atención a la comprensión de la interacción de los individuos implicados. El profesor hace explícitas las suposiciones en las que descansan sus acciones profesionales. Se produce una comprensión interpretativa, es decir, el profesor hace explícitas las suposiciones en las que descansan sus acciones profesionales.
Reflexión crítica (Nivel crítico-teórico)	La reflexividad centrará su atención en el cuestionamiento de los criterios morales, éticos y normativos relacionados directa o indirectamente con el aula y reflexiona sobre los supuestos que limitan o modelan la práctica. La reflexividad emplea una teoría emancipatoria de la verdad. El sujeto se interesa por analizar hasta qué punto las metas educativas llevan a formas de vida igualitarias y justas.

to). Parece lógico pensar que conforme el docente va adquiriendo experiencia, el número de situaciones no familiares de carácter técnico (que requieren solución con mayor grado de inmediatez en la práctica) disminuyen, con lo que el profesor puede prestar atención a otro tipo de situaciones problemáticas que exigen mayores niveles de reflexión por su parte (Peñas, 2003).

## PROFESORES DE MATEMÁTICAS REFLEXIVOS

Atendiendo a las razones expuestas, en educación matemática se están llevando a cabo

investigaciones y procesos formativos partiendo de que el profesor es un profesional práctico reflexivo. Es de destacar los análisis de Cooney, en la Universidad de Athens, Georgia, y sus propuestas de formación.

Cooney y sus colaboradores (Cooney, 1999, 2001; Cooney, Shealy y Arvold, 1998; Mewborn, 1999) se inspiran en la idea de reflexión de Dewey y la posterior evolución de Schön (1992), que concretan con la definición de reflexión de Von Glaserfeld (1991), esto es, *reflexión* como la actuación de un individuo que se distancia de los hechos de la experiencia directa y se representa un fragmento de esta experiencia y lo contempla como tal, mientras se es consciente de qué cosas son hechos

y cuáles no. Como Cooney (2001) destaca, el proceso de reflexión parte de la detección de una situación de duda e implica un distanciamiento de la realidad (Von Glaserfeld, 1991) que permite poner en evidencia las propias creencias sobre la cuestión para poder confrontarlas con la evidencia empírica. En nuestro caso, la intención de que los estudiantes lleven a cabo un proceso de reflexión sobre una cuestión profesional (Flores, 1998b; 2000; Peñas, 2003), los supone capaces de distanciarse de ella, explicitando las creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que la sustentan, lo que les hará tomar conciencia de su posición, con vistas a que las confronten con los compañeros y el formador hasta reformular la cuestión en nuevos términos.

En el proceso de reflexión, el sujeto entra en contacto con una situación que le siembra duda (Dewey, 1989), que, o bien no puede resolver con sus conocimientos prácticos ni teóricos, o que le pone en cuestión sus principios de acción y pensamiento. Para afrontarla, tiene que delimitar las condiciones y términos de tal situación, lo que permitirá clarificar sus expectativas, antes de buscar un conocimiento técnico. Esto le obliga a hacer explícitas sus concepciones y creencias sobre la situación, para lo cual tiene que tomar cierta distancia de la misma. Sólo entonces estará en disposición de examinar otras formas de contemplar el problema, sin caer en la sumisión ni el rechazo a otras posturas. El examen de otros puntos de vista le permitirá relacionarse con ellos de manera significativa, para encontrar nuevas formas de contemplar el problema, y poder así reconstruirlo.

Este proceso pone en juego el *conocimiento*, entendido como concepciones y creencias (Flores, 1998a), y la relación que el sujeto establece con él. Para estudiar la reflexión de los sujetos tenemos que buscar dimensiones que permitan aclarar las concepciones y creencias de los sujetos. Cooney (2001,1999) utiliza, para referirse a esta componente, el clásico *análisis*

*de creencias* de Green (1971), quien analiza la estructura del sistema de creencias mediante un proceso gradual de tres dimensiones: la primera la llama Green la estructura *cuasi-lógica de las creencias*, y se refiere a la forma en que se relacionan; la segunda se basa en la *metáfora de la organización espacial*, y se refiere al grado de profundidad que tiene la creencia en el sistema; la tercera se refiere al *grado de cohesión* que alcanzan las creencias.

Observemos que esta metáfora visual, que permite caracterizar la estructura de las creencias y concepciones de un sujeto, nos evoca que la reflexión es un proceso mediante el cual el sujeto puede relacionar una situación conflictiva con su estructura de creencias en las cotas más complejas en estas tres dimensiones: que establezca una mejor relación entre las creencias y concepciones, y la nueva situación; que se preste a examinar, si es preciso, las creencias y concepciones centrales, y que alcance un grado de cohesión suficientemente fundamentado con ellas. Es decir, se trata de que los sujetos interactúen con la situación y el conocimiento que perciben para afrontarla, de una manera adaptativa, lo que significa que estén en disposición de incorporar a su sistema de concepciones y creencias la parte que les ayude a crear una estructura cada vez más organizada en torno a las situaciones percibidas.

Para llegar a esta situación, los sujetos tienen que ser versátiles, es decir, tener una actitud abierta para buscar significado a las situaciones. Para ello se precisa una disposición para afrontar la evidencia empírica y relacionarla con el conocimiento. Cooney, así como otros investigadores sobre el tema, nos recuerdan el papel, en esta disposición, del *nivel de desarrollo intelectual* del sujeto, y nos sugiere que para estudiarlo acudamos a los análisis elaborados al respecto. Un estudio especialmente significativo del nivel de desarrollo intelectual es el debido a Perry (1970), quien considera que la evolución del sujeto está muy relacionada con la forma en la cual concibe la auto-

riedad del conocimiento científico. Estableciendo un paralelismo entre el desarrollo intelectual y la forma en que se relaciona un estudiante con el conocimiento, Perry considera que el sujeto comienza en una situación dualística, en la cual las verdades provienen y se sancionan por la autoridad externa (padres, profesores, mayores, etc.), hasta llegar a relacionarse con el conocimiento de manera comprometida, cuando el sujeto es capaz de discernir quién tiene la autoridad entre todas las opciones posibles, y comprometerse con una forma de contemplar el mundo, sabiendo que las demás tienen una lógica influida por otras perspectivas anteriormente percibidas y dejadas de lado.

La estructura de las concepciones y creencias y el lugar que conceden a la autoridad pueden ayudarnos a interpretar el proceso de reflexión que llevan a cabo nuestros estudiantes.

Los trabajos realizados en esta línea de investigación toman la forma de un estudio de caso, en el cual se caracteriza el grado de reflexión que llevan a cabo los sujetos, en general durante un proceso suficientemente amplio de tiempo, con lo que se tiende a estudios que abarcan varios años (longitudinales).

## EL CICLO DE SMYTH

Ya hemos caracterizado la reflexión como el proceso por el cual el estudiante y el profesor se relacionan con el conocimiento *a partir de una duda*, actuando de manera sistemática (Dewey, 1989) en su proceso de desarrollo *práctico profesional* (Schón, 1992). Así mismo, hemos descrito que este proceso de reflexión se caracteriza por un *distanciamiento del problema*, para poder *explicitar las creencias* subyacentes y con ello *comprender otras alternativas* (Cooney, 1999).

Siguiendo con los niveles de reflexión indicados, en este trabajo vamos a avanzar y considerar que la reflexión tiene una *intención crítica*, esto es, analiza las condiciones en las cuales se plantea el problema para observar los aspectos educativos, y no solamente los instructivos. En esta perspectiva, empleamos como modelo de reflexión el Ciclo de Smyth (1991), estrategia pensada específicamente para el contexto de la labor del docente, de ahí su potencialidad en este trabajo.

La intención de Smyth con este ciclo era buscar un sistema de perfeccionamiento del profesorado que permitiera su desarrollo profesional dentro de un contexto de reflexión crítica. En el Ciclo de Smyth se recogen de manera sistemática los aspectos de la reflexión considerados anteriormente, mediante el establecimiento de las siguientes fases:

- *Descripción*: identificación de la práctica y de la situación de conflicto. ¿Qué hago? ¿Cómo resolver la cuestión? ¿Cuáles son las circunstancias del conflicto?
- *Información*: soporte de la práctica. ¿Qué significado tiene lo que hago? ¿Qué creencias informan las premisas del conflicto?
- *Confrontación*: percepción de otras prácticas y teorías. ¿Cómo lo contemplan otros? ¿De qué premisas parten? ¿Cómo se relacionan con las mías?
- *Reconstrucción*: nuevo plan de acción. ¿Qué haría en una nueva ocasión? ¿Cómo formularía la cuestión en relación con las premisas?

Este modelo de ciclo de reflexión nos permite organizar el proceso formativo que pretende ayudar, a los estudiantes de nuestro curso, a desarrollar un proceso de reflexión. A partir de un análisis de las cuestiones afrontadas y la manera en que los estudiantes se veían

implicados en ellas (Flores, 2000), hemos ido diseñando el proceso de intervención, tratando de generar un ciclo de reflexión en cada sesión de trabajo con un grupo reducido de cinco estudiantes. Hemos previsto que este proceso comience con una fase de *descripción*, en la cual los estudiantes describan las condiciones de la cuestión profesional seleccionada, delimiten su alcance, organicen de manera sistemática la información que manejan y, en definitiva, se habitúen a considerar que para afrontar una cuestión necesitan aclarar sus condiciones de origen. Posteriormente, en la fase de *información* tratamos de que se explicaren las creencias y concepciones subyacentes a las premisas y a la misma cuestión planteada, estudiando si sus formas de concebirla son únicas y están basadas en experiencias suficientemente fundamentadas. Una vez explicitadas las premisas de la cuestión se puede afrontar otras soluciones y visiones de la misma (*confrontación*), para estudiar si los aportes solucionan, si parten de premisas similares o en conflicto, y se comience a estudiar cómo afrontarlo. Por último, la fase de reconstrucción es una recapitulación de lo realizado, que generalmente pone de mani-

fiesto el punto de partida de un nuevo ciclo de reflexión.

### CONTEXTO DE FORMACIÓN

El proceso formativo que estamos describiendo se desarrolla en la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas (Flores, 1998b y 2000), asignatura obligatoria del 5º curso de la Licenciatura de Matemáticas, especialidad de Metodología. Dicha asignatura se imparte en la Facultad de Ciencias durante dos horas semanales, salvo el mes de enero, en el que los estudiantes asisten en horario completo a los centros de secundaria, siguiendo el horario de trabajo de un profesor de este nivel. Las finalidades de esta asignatura (Flores, 1998b) son: que los estudiantes desarrollen destrezas profesionales (de análisis de procesos de enseñanza-aprendizaje y de diseño de clases), y generar una actitud reflexiva sobre la tarea educativa y profesional del profesor de matemáticas, el significado de la enseñanza y el aprendizaje, y el contenido matemático de la enseñanza secundaria y el bachillerato. El esquema de la asignatura aparece en la figura 1.

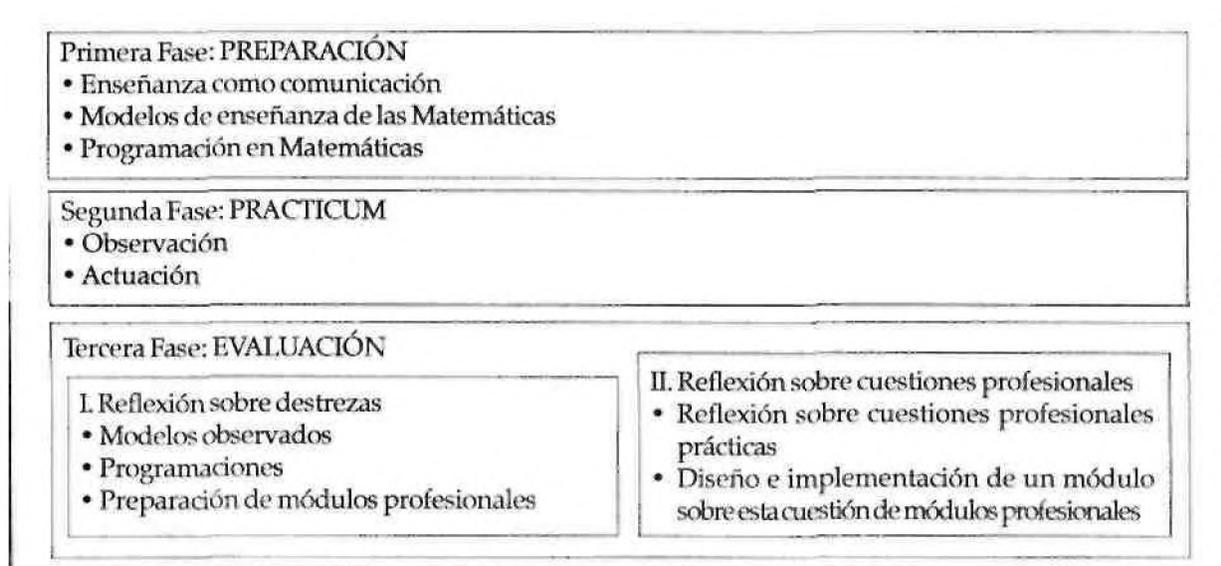


Figura 1. Estructura de la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas

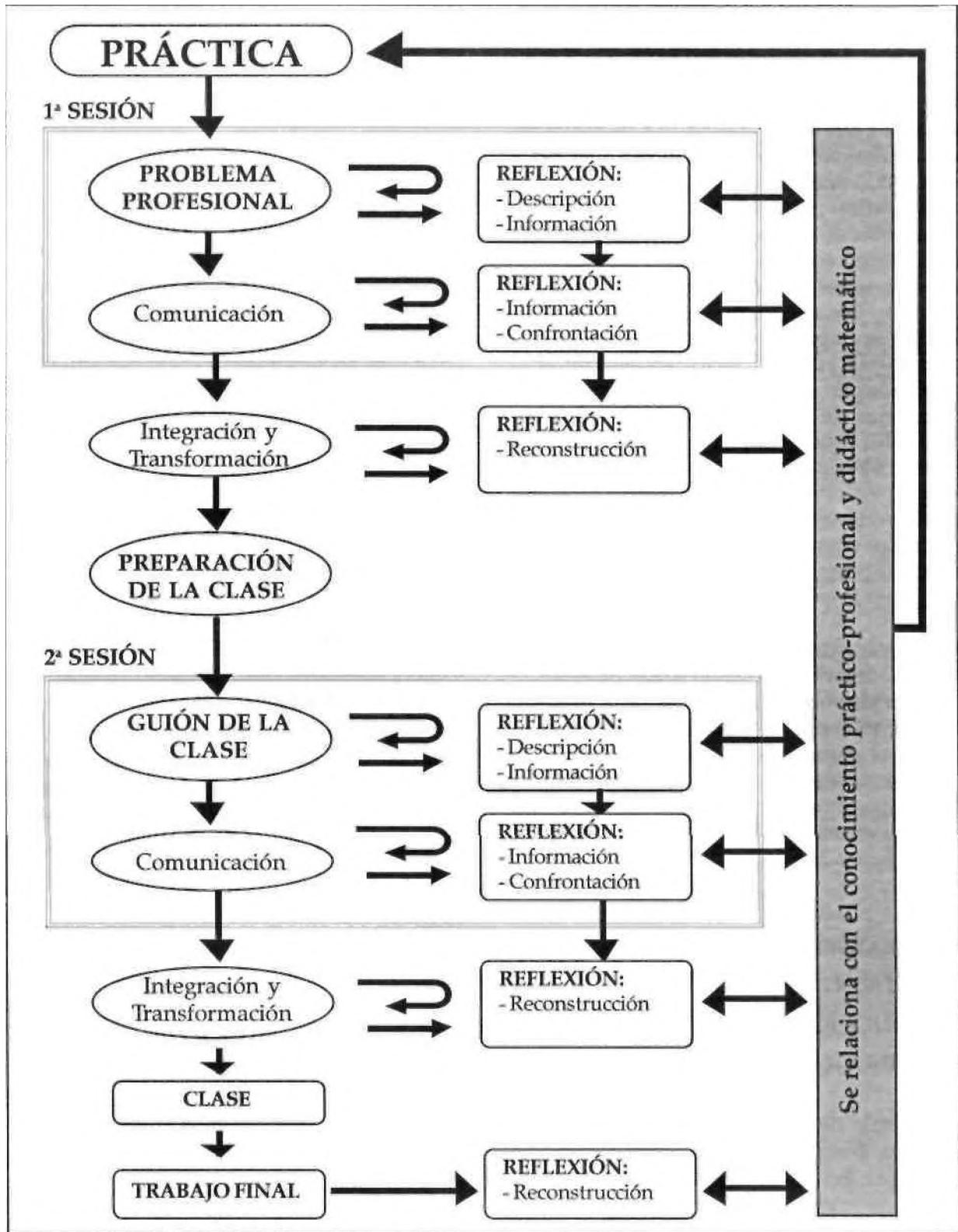


Figura 2. Esquema del proceso formativo descrito

Con posterioridad a la realización del *Prácticum* en los centros de enseñanza, la tercera parte de la asignatura se centra en generar un proceso de reflexión sobre una cuestión profesional relativa a la tarea del profesor de matemáticas, que les haya surgido a los estudiantes con motivo de su experiencia en las prácticas. Dado que están en una asignatura taller de formación práctica, convierten la experiencia de reflexión en una lección (experiencia de microenseñanza) que impartirán a sus compañeros sobre la cuestión profesional seleccionada. Con ello se pretende que los estudiantes se impliquen, como alumnos, en un proceso de formación basado en detectar, analizar, compartir y afrontar un problema de enseñanza de las matemáticas significativo para ellos; que entren en contacto con las fuentes de comunicación y reflexión existentes para los profesores de matemáticas, y que ejerciten destrezas de preparación cooperativa con sus compañeros y con el profesor. Además, que pongan en juego destrezas comunicativas en la experiencia de microenseñanza.

Para llevar a cabo este proceso se han previsto dos reuniones de trabajo con el profesor, la primera (*Seminario 1*) para definir la cuestión a tratar, y la segunda (*Seminario 2*) para confrontar el guión de clase que van a efectuar. Posteriormente los estudiantes impartirán la clase a sus compañeros y luego elaborarán un *trabajo memoria* de la experiencia realizada (véase figura 2).

### REFLEXIÓN SOBRE UNA CUESTIÓN: DIFICULTADES DE TRADUCCIÓN AL LENGUAJE ALGEBRAICO

Con objeto de clarificar el proceso seguido, vamos a describir la situación de formación llevada a cabo con uno de los grupos de cinco

alumnos de la asignatura, del curso 2001-2002. Vamos a exponer el proceso atendiendo a las etapas desarrolladas.

#### PRIMER SEMINARIO

Los estudiantes llegan al seminario con deseos de afrontar una cuestión referente a la evaluación o a la traducción a ecuaciones de problemas escolares que generalmente se hacen en álgebra de secundaria. Están impresionados negativamente por no haber sido capaces de resolver el problema clásico de las edades de las tres hijas,<sup>1</sup> y unen esta situación con la dificultad que han encontrado de que los alumnos expresen en ecuación el enunciado de un problema.

Después de la presentación, en la fase de *descripción* se les pide que escriban de manera individual las cuestiones que pretenden estudiar en el módulo y que describan situaciones vividas por ellos en las que ha aparecido la cuestión. El formador, mientras, recuerda y anota aspectos sobre la cuestión. En este caso utilizamos los análisis realizados en Flores y Fernández (2001): papel del álgebra en la enseñanza (contenido a enseñar, medio para resolver problemas o para generalizar razonamientos, etc.); papel de las letras en el álgebra (Freudenthal, 1994); diferencias entre lenguaje cotidiano y lenguaje algebraico (Pimm, 1990); caracterización del álgebra (Rojano, 1996); formas de resolución de un problema algebraico escolar (Fernández, 1997); dificultades de traducción (Socas y otros, 1989).

Cuando los estudiantes acaban de escribir, se copian en la pizarra las cuestiones y situaciones y se ponen en común. En este caso, dos de los estudiantes plantean problemas concretos sobre dificultades de traducción de los alumnos, que han percibido durante las prácti-

1. Un señor se encuentra con un amigo que se interesa por su vida. Le responde: -Me casé y tengo tres hijas. -¿Qué edades tienen?-, le pregunta el amigo. -El producto de las edades es 36 y su suma es el número de esta casa. -¡Me falta un dato!-, le dice el amigo. -¡Ah!, la mayor toca el piano-, ¿Qué edades tienen las hijas?

cas; otros dos señalan como problema general las dificultades de traducción y el quinto recuerda sus dificultades para resolver el problema de las dos hermanas como motivo para enunciar la cuestión. Se pide entonces que estudien las semejanzas y diferencias entre cuestiones, para seleccionar la más interesante. Luego se concreta la pregunta, que debe contener un *sujeto* afectado, una *acción* que le afecta y el *contexto* que interesa.

El grupo plantea cuestiones variadas, que se acrecientan con las que surgen al describir las situaciones. Las primeras se pueden clasificar en dos tipos, atendiendo al sujeto de la acción. Las que tienen como *sujeto* al profesor y demandan estrategias para enseñar la traducción (aunque una de ellas se interesa por los hábitos de los profesores: *¿por qué se dedica más tiempo a ejercicios [resolver ecuaciones] que a interpretar problemas?*). La otra tiene como *sujeto* al *alumno*, y pregunta por las dificultades que éste tiene al traducir, requiriendo razones o aventurando respuestas. Sólo una de ellas parece imputar las dificultades a ■ los hábitos de los alumnos. Las situaciones vividas por los estudiantes que originan la cuestión, muestran que consideran la diferencia entre el lenguaje cotidiano y el algebraico como una causa importante de las dificulta-

des del alumno al traducir. De ahí les surgen algunas cuestiones o conjeturas sobre el orden en que hay que presentar los contenidos en clase, el significado que atribuyen los alumnos a los polinomios, y si hay un método general que pueda ayudarles a enseñar a traducir

El debate sobre estas cuestiones lleva a formular la que va a orientar el trabajo: *¿por qué los alumnos tienen dificultades para traducir un enunciado al lenguaje algebraico?* Como se ve, el sujeto de la cuestión es el alumno, la acción es la traducción (dificultades para llevarla a cabo), y el contexto es el lenguaje algebraico y la enseñanza del álgebra.

Se inicia la fase de *información* pidiendo a los estudiantes que describan los términos empleados para enunciar las cuestiones y los ejemplos (*enseñar, álgebra, traducir, etc.*, en este caso), con la intención de compartir el significado de la pregunta y percibir las concepciones de partida de los estudiantes. Durante esta explicación de los estudiantes, vamos escribiendo en la pizarra las *creencias y concepciones* que subyacen a sus explicaciones, en forma de frases afirmativas. En esta exposición de significado, hemos copiado en la pizarra las aseverativas que aparecen en la figura 3.

- Si se le dedicara más tiempo a plantear problemas los alumnos lo harían mejor
- Hay que ejercitar la traducción
- Hay que hacer tareas / explicación de vocabulario
- Hay que trabajar los sentidos del número
- Hay que relacionar los problemas con la teoría, romper la división en bloques

Figura 3. Creencias y concepciones explícitas que se escriben en la pizarra

Se pide a los estudiantes que analicen las afirmaciones anotadas, las comenten y se reafirmen o las nieguen. Los estudiantes las aceptan, pero en el proceso aparecen otras *creencias* y *concepciones implícitas*, como las siguientes:

- *Hay una correspondencia entre lenguaje algebraico y lenguaje cotidiano.*
- *Aprender álgebra es traducir y resolver problemas.*
- *Se aprende a traducir haciendo muchos ejercicios de todas las clases posibles.*
- *El lenguaje cotidiano es poco preciso, por lo que en clase hay que tratar de expresarlo con la mayor precisión.*

Las creencias y concepciones explícitas e implícitas nos llevan a plantear, como intención de la fase de *confrontación*, hacer que los estudiantes piensen sobre el papel que puede desempeñar el álgebra en el currículo de matemáticas de secundaria. En los documentos profesionales y oficiales sobre el currículo (Ferrini-Mundy y Martin, 2000; MEC, 1989) se contempla el álgebra como una herramienta para resolver problemas, más que como un fin en sí misma.

Probablemente los estudiantes esperen de este módulo aprender técnicas para conseguir que sus alumnos resuelvan correctamente los problemas tradicionales que aparecen en los textos de matemáticas de secundaria, pues consideran que si un alumno traduce y resuelve los problemas ha aprendido álgebra. Resulta complicado confrontarlos con la idea de que el álgebra es un medio para resolver problemas.

2. *«Un caballo y un mulo caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. Lamentábase eljamelgo de su enojosa carga a lo que el mulo le dijo: "¿De qué te quejas? Si yo tomara un saco mi carga sería el doble que la tuya. En cambio, si te doy un saco, tu carga igualaría la mía"» (Perelman, 1968,198).*
3. *«Yo tengo el doble de la edad que usted tenía cuando yo tenía la edad que usted tiene ahora; cuando usted tenga la edad que yo tengo, nuestras edades sumarán... ¿Qué edad tenemos?».*

Recurrimos a dos tareas escolares con consignas diferentes. En la primera, partimos de un problema escolar clásico (El caballo y el mulo),<sup>2</sup> y se les pide que lo resuelvan sin recurrir al álgebra. Pretendemos con ello que los estudiantes perciban que el razonamiento no algebraico requiere un proceso complejo de pensamiento, que habitualmente ellos mecanizan. Esta reflexión se refuerza cuando se les demanda que justifiquen si son correctas las respuestas encontradas (por tanteo, preferentemente). Recurren entonces a ecuaciones para comprobarlas. Les hacemos ver que el álgebra pasa a ser tan importante que les lleva a basar la validez de las soluciones en satisfacer la ecuación, más que en satisfacer las condiciones del problema. Con ello queremos que los estudiantes perciban el álgebra como una potente herramienta, pero que puede convertirse en un obstáculo si se tiende a ella de manera mecánica.

La segunda tarea consiste en resolver un clásico problema trabalenguas que aparece en los libros de secundaria.<sup>3</sup> Se ha pasado de exigirles una forma de resolución a dejarles libertad (lo importante es resolver el problema). La intención es que perciban la dificultad de resolver algunos problemas escolares incluso por métodos algebraicos, y que intenten describir algunas de las dificultades en la traducción. Los estudiantes no llegan a resolverlo en el tiempo previsto, y pasamos a analizar las dificultades que están encontrando. Señalan lo complicado del juego de palabras del enunciado, además de la dificultad de que se produzca una variación simultánea de las dos incógnitas. Mirando sus anotaciones, observamos que uno de ellos emplea un cuadro de doble entrada, y le preguntamos la razón. Contesta que ha visto esa herramienta en algún libro, y manifiesta que se encuentra falto

de herramientas de este tipo para afrontar su tarea. Esta reflexión nos permite debatir sobre si será posible ejercitar todos los tipos de problemas de traducción existentes, para conseguir que los alumnos aprendan problemas tipo y con ello resuelvan sus dificultades.

Preguntamos si hubieran podido elegir como incógnita la diferencia de edades, y en ese momento sienten que su ejercitación en álgebra ha sido un obstáculo que les impide utilizar otras variables o estrategias. Se debate entonces sobre necesidades formativas, y se pone en tela de juicio la ejercitación como forma de aprendizaje, especialmente en situaciones tan abiertas como las relativas a problemas algebraicos. En varios momentos ellos apelan al desconcierto sentido frente al problema de las edades de las tres hermanas, que aunque no es algebraico, reconocen que intentaron resolver por medio del álgebra. La confrontación lleva pues a mostrar la variedad de problemas llamados algebraicos y la dificultad de basar la enseñanza de los problemas en la ejercitación de problemas tipo. Entonces se puede plantear el doble papel del álgebra, mediadora para resolver problemas o como fin en sí misma, lo que permite llamar la atención sobre la forma en que se considera en el currículo oficial. Finalmente se les sugirió que se ocuparan de estudiar en la historia del álgebra el papel que se le ha dado a la "letra" como otra dimensión que puede explicarles las dificultades encontradas (Lorenzo, 1971).

La fase de *reconstrucción* sólo se esboza, pidiéndole a los estudiantes describan lo que esperan encontrar en las lecturas profesionales didácticas a hacer para preparar la clase que tienen que impartir a sus compañeros. Manifiestan que esperan encontrar herramientas específicas para la resolución de problemas y la enseñanza del álgebra, alguna descripción de los errores de traducción y tipologías de problemas algebraicos. Advierten que no esperan respuestas concretas, pues han identificado que las dificultades de traducción

no son sólo debidas a problemas léxicos de los alumnos, sino también a factores ligados a la variedad de problemas y a las dificultades de relacionarse con el lenguaje cotidiano. Posteriormente pasamos a la biblioteca del Departamento, para seleccionar textos relacionados con la cuestión planteada. La búsqueda en la base de datos de la biblioteca del Departamento, introduciendo las palabras *álgebra* y *traducción*, permite extraer algunos textos, que los estudiantes revisan hasta llevarse tres. Dos son de carácter didáctico, sobre la enseñanza del álgebra: Grupo Azarquié (1991) y Socas y otros (1989). El tercero es un texto escolar, Gascón y Lamarca (1987).

### SEGUNDO SEMINARIO

Los estudiantes llegan al segundo seminario con un guión de clase elaborado. En el curso del seminario se muestra que han seleccionado varias causas posibles de las dificultades de traducción que encuentran los alumnos, y pretenden compartirlas con sus compañeros. Para ello han seleccionado problemas escolares utilizados en la enseñanza del álgebra, en diversos libros de texto. Han leído lo que dice el currículo de matemáticas de la enseñanza secundaria de Andalucía (Junta de Andalucía, 1992) sobre la enseñanza del álgebra y han resumido algunos aportes teóricos sobre la traducción y sus dificultades, que han encontrado en los libros profesionales.

En la introducción del seminario se les recuerda que la clase que deben impartir a sus compañeros se compone de varias partes. En primer lugar, la introducción, en la cual deben plantear la cuestión seleccionada. Luego tienen que hacer que sus compañeros resuelvan tareas prácticas relacionadas con la cuestión, para profundizar en su estudio. Esto lo completarán con una puesta en común en la que se harán los aportes teóricos necesarios para avanzar en el estudio de la cuestión. Finalmente deben resumir lo debatido en unas conclusiones.

La fase de *descripción* del ciclo previsto en este seminario tiene por objeto que los estudiantes describan su guión de clase, enunciando, si es posible, los objetivos que tratan de alcanzar. Los estudiantes de este grupo han reformulado de esta manera la cuestión: *¿qué causas dificultan la traducción del enunciado de un problema al lenguaje algebraico?*

Han llegado incluso a formular el objetivo de su clase: *demostrar que hay dificultades al traducir enunciados de problemas.*

En la fase de *información* se va a tratar de aclarar la finalidad de la clase, indicando lo que se desea que logren sus compañeros. Como se observa, el objetivo de la clase se ha formulado en términos de intenciones del profesor, sin aclarar lo que se pretende consigan sus compañeros/alumnos al finalizar su enseñanza. El formador les pide que expliquen este objetivo, y surgen dos ideas superpuestas. Por una parte, se observa en los estudiantes cierta disposición a que sus compañeros reciban y compartan las seis causas de dificultad que ellos han consensuado entre sí como referentes teóricos que constituyen el contenido de su clase. Pero, por otra parte, y sin estar clara la posición respecto a la anterior, los estudiantes se muestran dispuestos a promover en sus compañeros una ruptura de la concepción, según ellos extendida, de que los errores de los alumnos de secundaria en la traducción se deben a deficiencias de estudio o de conocimiento, pues ellos mismos, quienes se consideran conocedores del álgebra elemental y supuestamente capaces de resolver problemas, tienen dificultades para resolver algunos problemas, sin encontrar siempre razones que les convenzan de sus deficiencias.

Esta fase dura mucho tiempo, y finalmente se formula el fin de la clase de una manera más operativa, en términos de lo que se espera lograr:

*Que sus compañeros:*

- *Identifiquen causas de las dificultades que tienen los alumnos al traducir problemas al*

*lenguaje algebraico (especialmente las manejadas por ellos).*

- *Tengan disposición a analizar las causas de los errores de traducción de sus alumnos, percibiendo razones que las justifican para no identificarlas con falta de conocimiento.*

Como se observa, se pretende lograr que sus compañeros adquieran un conocimiento profesional conceptual (causas de dificultades de traducción). Pero también se trata de promover en sus compañeros una actitud profesional docente (Noddings, 1992) hacia los errores y, en general, hacia los problemas algebraicos.

La fase de *confrontación* de este seminario tiene por finalidad revisar la coherencia de la clase, analizando cada una de las tareas propuestas en el transcurso de la misma. Comienza cuando se expone el criterio por el que se van a juzgar las tareas de su clase: la coherencia. Ella debe ser doble: interna (de las tareas entre sí), y externa (entre las tareas y la finalidad prevista).

En la *introducción de la clase* tienen que exponer, justificar y ejemplificar la cuestión, empleando para ello situaciones que les han llevado a seleccionarla y elementos que den realce a la cuestión, especialmente viñetas humorísticas (Flores, 1997; Guitart y Flores, 2003). Las viñetas seleccionadas por los estudiantes se relacionan directamente con las causas de dificultad de traducción (contenido de la clase), pero no ayudan a situar la cuestión. Los estudiantes han planteado su clase siguiendo un modelo que comporta: introducción, teoría, ejercicios, conclusiones. Con la confrontación se va a dotar de sentido a este modelo, hasta que cada apartado de la clase se oriente hacia el fin previsto y, además, todos los apartados tengan una justificación en un plan general. En las sugerencias sobre la introducción, se les insiste en estos criterios de racionalidad de la acción docente, con un estilo impresionista (Glaeser, 1978), en el cual se les

recuerda la metáfora del profesor actor para un fin. Se ve reforzada esta metáfora cuando los estudiantes indican los aportes teóricos que han pensado incluir, y que ellos mismos declaran no estar seguros de cómo van a exponerlos a sus compañeros. El formador les enuncia entonces de manera sintética el argumento implícito en su secuencia de tareas, lo que va a tener un peso mayor de lo previsto en la clase de los estudiantes.

Finalmente se analizan una a una las tareas que han previsto para su clase, lo que da lugar a una nueva confrontación sobre la cuestión profesional seleccionada. Por ejemplo, se vuelve a analizar la relación entre el lenguaje algebraico y el lenguaje cotidiano (los estudiantes lo llaman "verbal"). En el transcurso de este debate se pone de manifiesto que, en una reunión previa al segundo seminario, los estudiantes comenzaron por definir las causas de las dificultades de traducción, por medio de lluvia de ideas basadas en sus experiencias, y luego buscaron en los textos didácticos reafirmación de ellas.

Los estudiantes son muy propensos a captar la literalidad de las ideas que se les están sugiriendo, lo que les lleva a aplicarlas de la misma manera. Tienen presentes continuamente los criterios de validación de la clase que se les han comentado, y su minuciosidad les hace traerlos a colación y tratar de alcanzar una sanción positiva a sus propuestas. Vuelven a estos criterios para seleccionar y estudiar la función de los aportes teóricos a presentar, con lo que parece llegarse a un acuerdo final.

### LA CLASE

La clase sorprende por la escenografía de la introducción. Un estudiante disfrazado (con chaqueta llamativa, pajarita de papel grande), de manera que quede de manifiesto su condición diferente al resto, entra solemnemente en el aula, una vez están todos sus compañeros sentados. Introduce la situación y pide que le expongan problemas que pueden ser abor-

dados. Uno de sus compañeros de grupo le plantea la cuestión anteriormente seleccionada por ellos, en los términos ya descritos, y continúan la representación dándole verosimilitud a la cuestión por medio de los ejemplos (*¿Me puedes explicar la cuestión? Sí, en prácticas yo...*).

Posteriormente se escenifica de manera completa el argumento siguiente:

*Estudiante 1.* Los alumnos tienen dificultades para traducir al lenguaje algebraico. Lo he constatado en las prácticas.

*Estudiante 2.* Pues si es difícil, eliminemos la traducción al lenguaje algebraico de las matemáticas de secundaria.

*Estudiante 3. (Se identifica como inspector de educación):* ¡Cuidado! El currículo de matemáticas dice que hay que trabajar la traducción algebraica en clase.

*Estudiante disfrazado de profesor:* Luego tenemos que enseñar la traducción. Y como los alumnos tienen dificultades, como profesores tenemos que estudiar estas dificultades. ¿Qué causas dificultan la traducción del enunciado de un problema al lenguaje algebraico?

Con esta escena han presentado la cuestión, han justificado su importancia y han descrito lo que el currículo de matemáticas dice sobre la enseñanza del álgebra. Y lo han hecho con un alto grado de verosimilitud, justificando el interés que tiene para el profesor, mediante una pregunta abierta que, en principio, no presupone que sus compañeros tengan que adivinar la respuesta pensada por ellos. El proceso de introducción es meramente expositivo, explotando la metáfora del profesor actor y la del alumno espectador.

A continuación plantean cinco tareas a resolver por sus compañeros, cada una con dos partes. Primero tienen que resolver un problema escolar y luego estudiar las dificulta-

des más frecuentes que puede tener el alumno cuando las resuelva en la enseñanza secundaria. Estas tareas están unidas a alguna

de las seis causas de dificultad de traducción que ellos han seleccionado. En la tabla 2 aparecen las tareas y las causas que van a tratar.

Tabla 2.  
Tareas previstas para la clase y causas de dificultad de traducción

	<i>Tarea</i>	<i>Causa de dificultad de traducción asociada</i>
1.	<p>A1. Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:</p> <p>a) <i>Dos números pares consecutivos cualesquiera.</i></p> <p>b) <i>El exceso de un número cualquiera sobre otro número cualquiera.</i></p> <p>c) <i>La mitad del exceso del cuadrado del triple de un número sobre el doble del cubo de otro número.</i></p> <p>A.2. Traduce al lenguaje escrito algunas expresiones algebraicas dadas</p> <p>B. Estudiar la dificultad que tienen los alumnos al resolver estas tareas</p>	<p>1. Problemas de base en la iniciación al álgebra, que hacen que aunque conozcan el significado de los términos, no sepan el sentido matemático (cualquiera, exceso). Un problema de fondo es la generalización de cualquier valor numérico a una variable. Limitación del conocimiento de vocabulario matemático.</p> <p>2. Que los alumnos no conozcan los términos. Esto puede ser debido a una falta de lectura por parte de los estudiantes.</p>
2.	<p>A. Resolver el problema: Hermosa niña de ojos radiantes, dime, si tú has comprendido el método de inversión, ¿cuál es el número que multiplicado por 3, agregándole las 3/4 partes del producto, dividiendo por 7 y disminuyendo en 1/3 el cociente multiplicado por sí mismo, disminuyendo 52, extrayendo la raíz cuadrada, sumándole 8 y dividiéndole por 10, da el número 2?</p> <p>B. Estudiar la dificultad que tienen los alumnos al resolver estas tareas</p>	<p>3. Complejidad del propio enunciado. No basta con manejar un vocabulario matemático adecuado, además es necesario disponer de un léxico más rico y extenso para llegar a una correcta resolución.</p>
3.	<p>A. Resolver el problema: Martínez Ares le dice a Juan Carlos Aragón: Yo tengo el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tienes ahora. Cuando tengas la edad que tengo ahora, la suma de las edades será 63. ¿Qué edad tienen?</p> <p>B. Estudiar la dificultad que tienen los alumnos al resolver estas tareas</p>	<p>4. Falta de conocimiento de otras herramientas o estrategias. El ejercicio de unas estrategias nos impide abordar los problemas de diversas formas.</p>
4	<p>B. Estudiar la dificultad que tiene un alumno que traduce el siguiente problema como sigue: Un padre tiene 40 años y su hijo tiene 4 años. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será 7 veces la edad del hijo? <math>7(40+x) = 4+x</math></p>	<p>5. Tendencia a escribir los símbolos de la expresión algebraica en el mismo orden en el que aparecen en el lenguaje natural.</p>

5.	<p>A. Resolver los problemas siguientes:</p> <p>–Imagina que eres taxista. El taxi tiene siete años, al mes de adquirirlo se le añadió el aire acondicionado, el motor necesita un arreglo, al depósito le caben 50 litros. En 1998 el equipo estéreo se rompió. Con estos mínimos datos, ¿serías capaz de decirnos la edad del taxista?</p> <p>–Espadas le dice a Salvabolas: E: Tengo 3 hijos cuyas edades has de descubrir con los datos que te vaya dando. La suma de sus edades es 13. El producto de sus edades es la edad que tú tienes. S: Todavía no caigo. E: ¡Ah! ¡Perdona! El mayor pesa 36 kg. S: ¡Ya lo sé!</p> <p>B. Estudiar la dificultad que tienen los alumnos al resolver estas tareas</p>	6. No prestar atención a los datos claves. No saben identificar los datos y palabras claves. No se ha leído correctamente el problema.
----	--	--

En el desarrollo de la clase, los estudiantes presentan las tareas tratando de darles verosimilitud, pero sin mucho éxito. Para ello han seleccionado unas tareas mixtas (matemáticas / didácticas), de grado medio de dificultad, pertinentes para el argumento que quieren desarrollar, conectadas con la forma en que sus compañeros perciben la realidad escolar y profesional, prevaleciendo en todas ellas la intención de crear dudas profesionales. Los compañeros tienen que actuar y, en efecto, lo hacen.

Para la puesta en común, cada grupo designa a un representante, quien expone brevemente la resolución aportada por su grupo y se abre un debate con el resto de los grupos para argumentar las propuestas referentes al apartado B de cada tarea, es decir, las causas que provocarán que los alumnos tengan dificultad de traducción. Los estudiantes que dirigen la clase animan a sus compañeros para que completen las apreciaciones que han expuesto sus representantes en el retroproyector. En general, los estudiantes que coordinan esta puesta en común admiten todas las ideas, muestran cierta capacidad de síntesis para organizar las aportaciones de sus compañe-

ros y las resumen en algunas breves frases (véase la tabla 3).

Finalmente, los estudiantes exponen las conclusiones del proceso de análisis llevado a cabo en la clase, estableciendo una relación entre las tareas propuestas y las causas que ellos habían preparado, mediante una transparencia con siete puntos. En una transparencia aparte recogen las nuevas causas aportadas por sus compañeros, en el orden en que han sido presentadas. Adornan una de ellas con una viñeta, en la que se aprecia el doble sentido del término *parábola* (matemático y retórico-bíblico).

Al finalizar la clase tenemos una breve reunión valorativa de su trabajo, en la que les transmitimos nuestra opinión favorable sobre la forma en que habían introducido el tema, por el énfasis que habían generado en el argumento justificativo de la importancia de la cuestión seleccionada, sobre su implicación con dicha cuestión y con el papel de profesores directores de la clase. Igualmente valoramos positivamente la coherencia de las tareas respecto al objetivo planteado y las estrategias de comunicación desarrolladas, especialmente en

Tabla 3. Tareas previstas para la clase y causas de dificultad de traducción

<i>Tarea</i>	<i>Aportaciones de los compañeros. Causas de la dificultad de traducción:</i>
1	(No hay)
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• No se conocen sujeto y verbo</li> <li>• Ambigüedad de los términos</li> <li>• Abuso del lenguaje</li> </ul>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mecanismo con las variables</li> <li>• Tiempos verbales</li> </ul>
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Asocian lo que van leyendo</li> </ul>
5	(No hay)

su actitud abierta ante los aportes y su capacidad de síntesis de los mismos. Ellos estaban satisfechos con la actividad, aunque lamentaban no haber tenido más tiempo para desarrollar algunos aportes teóricos que habían encontrado en su estudio.

#### *EL TRABAJO MEMORIA*

El trabajo memoria de la actividad que presentan los estudiantes de este grupo parece el guión de lo que sería su intervención en clase, con algunos añadidos referentes a los aportes realizados por sus compañeros. El texto se inicia con una introducción en la que justifican la relevancia de la cuestión seleccionada por la importancia del lenguaje matemático y por la dificultad que tienen los alumnos para traducir los enunciados a este lenguaje, lo que les permite enunciar la cuestión y el objetivo del trabajo.

Después aparecen los aportes teóricos, que comienzan con la descripción de cómo se concibe el álgebra en el currículo de matemáticas de la secundaria en Andalucía, y presentan algunos estudios sobre el tema seleccionado. Estos estudios, extraídos de un artículo encontrado en internet, pero de difícil localiza-

ción, comienzan aludiendo a la resolución de problemas tal como la concibe Polya (1982); posteriormente se ocupan de los problemas de enunciado que se resuelven de manera algebraica y finalmente describen algunos trabajos sobre la relación entre la resolución de problemas y el manejo el lenguaje matemático. Después presentan las causas por las cuales los alumnos tienen dificultad para traducir, que ya hemos indicado, y las tareas realizadas en clase, para destacar y ejemplificar cada una de ellas.

Finalmente los estudiantes extraen unas conclusiones generales sobre posibles formas de resolver la cuestión (la enseñanza del lenguaje, conocer herramientas específicas), pues consideran que hay una dificultad intrínseca en la traducción. Analizan esta dificultad por medio de las causas que ellos han seleccionado, y describen los aportes de sus compañeros y cómo se introducen en los suyos. Terminan argumentando la importancia de la cuestión planteada para su formación como profesores, pues el profesor tiene que buscar las razones de las dificultades que tienen los alumnos al aprender matemáticas o al resolver problemas.

En la bibliografía que dicen haber empleado aparecen los tres textos citados (Grupo Azarquiel, 1991; Gascón y Lamarca, 1987; Socas y otros, 1989), junto con el libro del que extrajeron algunos problemas (Perelman, 1978) y la dirección de internet consultada, de la que han extraído otros problemas (<http://www.vianetworks.es/personal/ieslacabrera/>).

## CONCLUSIONES

Hemos identificado la reflexión como un proceso de indagación sistemática, para el que se toma cierta distancia del problema origen, y que va de lo confuso a lo mejor organizado. Con esta idea podemos aclarar algunos de los procesos de reflexión llevados a cabo en todo este módulo formativo.

Los estudiantes iniciaron el proceso con una cuestión constatada en la evidencia empírica de las prácticas, que les decía que los alumnos tenían dificultades para traducir enunciados de problemas al lenguaje algebraico, y comenzaron a relacionarse con el conocimiento didáctico en la forma en que era la esperada para ellos: la intuición a partir de su experiencia. Esto nos hace considerar que estos estudiantes tenían una disposición a descentrar la autoridad respecto al conocimiento didáctico, pero supuestamente bajo la creencia de que este conocimiento se genera con la experiencia. Con esta consideración parecen situarse en una perspectiva relativista, según la caracterización de Perry (1970), desde la que encuentran una serie de causas de las dificultades de traducción que tienen los alumnos, con cierto grado de independencia (creencias relacionadas de manera superficial, según la clasificación de Green, 1971).

A esta visión de que el conocimiento didáctico se genera por la experiencia y por revisión bibliográfica asociada a ella, se une la creencia de que enseñar es transmitir un conocimiento que sólo tiene el profesor, y que, en su

caso y para su clase, se reduce a las causas por ellos consensuadas de que los alumnos tengan dificultades de traducción al lenguaje algebraico, por lo cual su clase deberá ser una descripción explicativa de estas causas, para lo que buscan tareas que las reafirmen.

Previamente al primer seminario, hay entre los estudiantes una cierta confrontación de experiencias y puntos de vista, que les lleva a unos primeros acuerdos (las causas), pero eso no les hace adoptar una posición rígida respecto a los aportes que no han contemplado. Desde su concepción de lo que es el conocimiento del profesor, no se limitan a hacer recaer en el esfuerzo del alumno la cuestión profesional (dificultades de traducción), aunque en ello puede influir que han percibido que ese razonamiento estaría mal visto por el formador, pero además, por que ellos mismos han encontrado dificultades para resolver un problema. Por tanto, están en condiciones de pasar la culpa de los errores a la enseñanza, lo que les lleva a demandar más ejercitación y debatir sobre las posibilidades de cubrir el máximo de circunstancias que encierra la traducción (precisar lenguaje cotidiano, manejar un amplio vocabulario matemático, etc.). Sus propias dificultades en la traducción les llevan a estar más propensos a dirigir su atención a las dificultades de traducción como algo intrínseco y, en ese caso, requerir del conocimiento didáctico un repertorio de herramientas para superar dificultades de la enseñanza.

Su modelo de lo que es dar una clase está muy afianzado. Se basa en la exposición que hace el profesor de un contenido al alumno, de la manera más clara posible, empleando para ello recursos comunicativos variados. Desde esta concepción, el proceso de clarificar las finalidades de la clase se convierte en un paso de la intención difusa a la intención concreta, lo que les lleva a poner en marcha un proceso impactante de representación de un argumento bien asumido. Es notable su permeabilidad respecto a los argumentos críticos y simplificadores sobre la clase, por lo que elaboran un guión

de actuación bien definido, sin miedo al ridículo que para otros significa *hacer teatro* ante sus compañeros, y que ellos adoptan responsablemente.

Todo este esfuerzo de clarificación y revisión de su forma de ver las razones de que los alumnos cometan errores de traducción se ve truncado por la falta de una reflexión final clarificadora y consciente que hubiera cerrado el proceso. El trabajo memoria, cuya realización coincide con el final de curso en el que están inmersos en exámenes finales, lo solventan de manera rutinaria, aprovechando el material preparado, pero sin hacer un esfuerzo de reconstrucción que hubiera supuesto el distanciamiento consciente de la cuestión profesional y de su forma de concebir la enseñanza.

Si bien al comienzo del proceso los estudiantes adoptaron un nivel de reflexión técnica (herramientas, relaciones causales, etc.), a lo largo del proceso han ido adoptando una racionalidad práctica, quizás ayudados por la percepción de que ellos mismos tenían dificultades para traducir el enunciado de los problemas y resolverlos mediante métodos algebraicos, lo cual rompía la identificación de causas con carencias de conocimientos específicos (que en ellos consideran suficientes, al menos en relación con las tareas de las matemáticas elementales). Pero también hay que imputar esta disposición práctica a que los estudiantes muestran una cierta capacidad de poner en cuestión ciertas de sus concepciones de lo que es enseñar, siempre y cuando se les lleve por los caminos de la lógica práctica. Esto ha producido que sean menos propensos a la lógica crítica, ya que su visión de la enseñanza está enclavada en la búsqueda de una actuación adecuada para lograr los fines prácticos previstos. Por tanto, podemos considerar que la reflexión de los estudiantes se lleva a cabo en el *nivel práctico* de Van Manen (1977).

En conclusión, el proceso ha llevado a los estudiantes a reorganizar algunas creencias y concepciones didácticas y matemáticas, y a buscar nuevas estrategias para la enseñanza. Parece que el proceso de reflexión ha sido menos útil como estrategia de autoformación, pues no se ha puesto de manifiesto el grado de conciencia con el cual se ha llevado a cabo, quizás por su gran cantidad de ocupaciones. En la evolución de este proceso formativo tenemos que afrontar esta deficiencia y buscar la forma de ayudar en el proceso metacognitivo de nuestros estudiantes.

Concluyamos indicando que la riqueza del proceso formativo se está viendo acrecentada por el análisis sistemático a que está sujeto, y del que este artículo es una muestra. Además, está siendo objeto de reflexión investigadora (Peñas, 2002), lo que nos permite redefinir el papel de cada período, el contenido y las tareas de cada seminario. Además, este proceso reflexivo sobre la formación inicial de profesores de matemáticas nos ha llevado a precisar nuestra forma de concebir el desarrollo profesional del profesor de matemáticas de secundaria. Esperamos que este artículo dé la idea de este proceso de formación como un intento de acercarnos a la formación de profesores desde la concepción de ésta como una ayuda al desarrollo profesional, y como tal intento, sujeto a revisión sistemática continua.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CARR, W. y KEMMIS, S. (1998). *Teoría crítica de la enseñanza*. Barcelona: Martínez Roca.
- CONTRERAS, J. (1997). *La autonomía del profesorado*. Madrid: Morata.
- COONEY, T. (1999). "Conceptualizing teachers' ways of knowing". In: *Educational Studies in Mathematics*. No. 38. pp. 163-187.

- \_\_\_\_\_ (2001). "Considering the paradoxes, perils, and purposes of conceptualizing teacher development". In: LIN, F. L. y COO-NEY, T. J. (eds.). *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Dordrecht: BGuwer. pp. 9-31.
- COONEY, T. J.; SHEALY, B. E. y ARVOLD, B. (1998). "Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers". In: *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 29, No. 3. pp. 306-333.
- DEWEY, J. (1989). *Cómo pensamos*. Barcelona: Paidós.
- ELLIOT, T. S. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.
- FERNÁNDEZ, F. (1997). *Evaluación de competencias en álgebra elemental a través de problemas verbales*. Tesis Doctoral. Granada: Departamento Didáctica Matemática. Universidad de Granada.
- FERRINI-MUNDY, J. y MARTÍN, W. G. (eds.) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, NCTM.
- FLORES, E (1997). "La utilización del humor para facilitar la comunicación entre educadores matemáticos". En: *Educación Matemática*. Vol. 9, No. 3. pp. 52-63.
- \_\_\_\_\_ (1998a). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada, Comares.
- \_\_\_\_\_ (1998b). *Formación inicial de profesores de Matemáticas como profesionales reflexivos*. UNO. No. 17. pp. 37-48.
- (2000). "Reflexión sobre problemas  
nal de didácticas específicas. Granada: GEU. pp. 1787-1800.
- FREUDENTHAL, H. (1994). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. México: Departamento de Matemática Educativa del CrVESTAV-IPN.
- GASCÓN, J. y LAMARCA, J.M. (1987). *Matemáticas: una renovación matemática*. Algebra. Barcelona: Editorial PPU.
- GLAESER, G. (1978). "La transmisión de los movimientos matemáticos ayer, hoy y mañana". En: PIAGET, Jean y otros. *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Madrid: Alianza, pp. 208-218.
- GREEN, T. (1971). *The Activities of Teaching*. New York: McGraw-Hill.
- GRUPO AZARQUIEL. (1992) *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid: Síntesis.
- GUITART, M. y FLORES, P. (2003). "Humor gráfico para el aprendizaje del azar". En: SUMA. No. 42. pp. 81-89.
- HERGREAVES, A. (1996). *Profesorado, cultura y postmodernidad*. Madrid: Morata.
- JUNTA DE ANDALUCÍA (1992). *Decreto 106/1992, de 9 de junio por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la ESO en Andalucía*. BOJA. No. 56. 20 de junio.
- LISTÓN, D. E y Zeichner, K. M. (1997). *Formación del profesorado y condiciones sociales de la escolarización*. Madrid: Morata.
- LORENZO, J. (1971). *Introducción al estilo matemático*. Madrid: Tecnos.
- MEWBORN, D. S. (1999). "Reflective thinking among preservice elementary mathematics teachers". In: *Journal For Research Mathematics Education*. Vol. 30, No. 3. pp. 316-341.
- MEC. (1989). *Diseño curricular base. Educación secundaria obligatoria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1991). *Estándares cuticulares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: SAEM THALES.
- NODDINGS, N. (1992). "Professionalization and mathematks teaching". In: GROUWS, D. A. (eds.). *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan. pp. 197-208.
- PEÑAS, M. (2003). "Los números enteros y la calculadora. Una experiencia de reflexión sobre la práctica". En: *UNO*. No. 32. pp. 109-118.
- PEÑAS, M. (2002). *Un estudio sobre el proceso de reflexión de estudiantes en la formación inicial de profesores de matemáticas*. Memoria de Tercer Ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- PERELMAN, Y. (1978). *Matemáticas recreativas*. Moscú: Mir.
- PERRY, W. (1970). *forms of Intellectual and Ethical Devepment in the College Years*. New York: Holt, Rinehart and Wilson.
- PIMM, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.
- POLYA, G. (1982). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- ROJANO, T. (1996). "The Role of Problems and Problem Solving in the Development of Algebra". In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C. y LEE, L. (eds.). *Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher. pp. 55-62.
- ROMBERG, T. (1988). "Can teachers be professionals?". In: GROUWS, D. A. y COONEY, T. (eds.). *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan. pp. 197-208.
- SCHÓN, D. A. (1983). *The reflectivepractitioner*. Londres: Temple Smith.
- SCHÓN, D. A. (1992). *Formación de profesionales reflexivos*. Barcelona: Paidós.
- SMYTH, J. (1991). "Una pedagogía crítica de la práctica en el aula". En: *Revista de Educación*. No. 294. pp. 275-300.
- SOCAS, M. y otros. (1989). *Iniciación al álgebra*. Madrid: Síntesis.
- STENHOUSE, L. (1991). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid: Morata.
- VAN MANEN, M. (1977). "Linking ways of knowing with ways of being practical". In: *Curriculum Inauiry*. Vol. 6, No. 3. pp. 205-228.
- VON GLASERFELD (1991). "Abstraction, representation and reflection: An interpretation of experience and Piaget's approach". In: STEFFE, L. E (ed.). *Epistemological foundations of mathematical experience*. New York: Springer-Verlag. pp. 45-67.

## REFERENCIA

MARTÍNEZ, FLORES, Pablo y TROYANO PENAS, María. "Formación inicial de profesores de matemáticas reflexivos". En: *Revista Educación y Pedagogía*. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, No. 35, (enero-abril), 2003. pp. 95 -116.

Original recibido: mayo 2002

Aceptado: agosto 2002

Se autoriza la reproducción del artículo citando la fuente y los créditos de los autores.