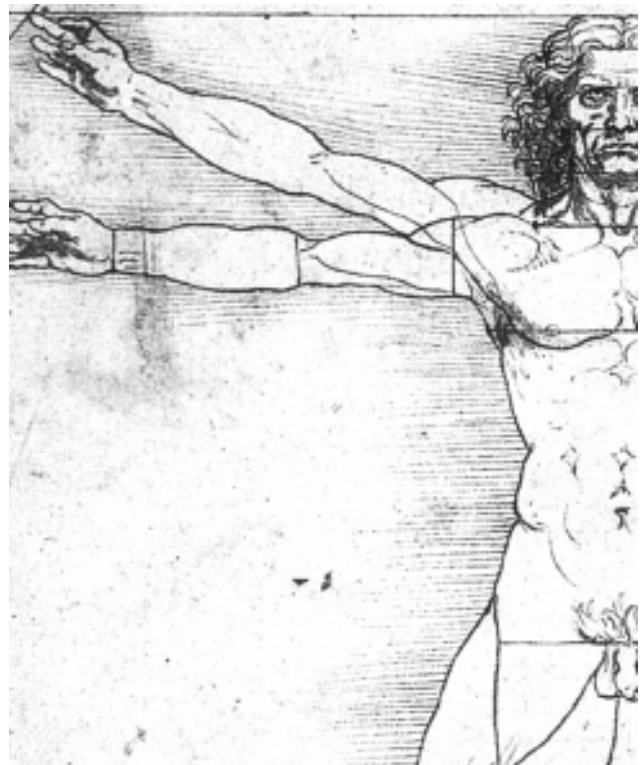


# EL CONCEPTO *MAGNITUD* COMO FUNDAMENTO DEL PROCESO DE MEDICIÓN. LA CUANTIFICACIÓN DE LOS ESTADOS DE MOVIMIENTO Y SUS CAMBIOS

Ángel Enrique Romero Chacón  
Olga Luz Dary Rodríguez Rodríguez



Leonardo da Vinci,  
*Hombre de Vitrubio* (fragmento).

RESUMEN

EL CONCEPTO MAGNITUD COMO FUNDAMENTO DEL PROCESO DE MEDICIÓN.  
LA CUANTIFICACIÓN DE LOS ESTADOS DE MOVIMIENTO Y SUS CAMBIOS

*En este texto se examinan las reglas que satisfacen toda propiedad física para considerarse magnitud, enfatizándose en la construcción de la fenomenología para su conceptualización y formalización. Se identifican dos clases de magnitudes físicas: las extensivas y las intensivas, resaltándose las diferencias de sus procesos de medida. Finalmente, se analiza un procedimiento para identificar y cuantificar la velocidad como la magnitud intensiva que da cuenta del estado de movimiento de un sistema y se propone una vía para la construcción del concepto cantidad de movimiento y su conservación.*

RÉSUMÉ

LE CONCEPT MAGNITUDE EN TANT QUE SOURCE DU PROCESSUS DE MESURE. LA QUANTIFICATION DES  
ÉTATS DE MOUVEMENT ET LEURS CHANGEMENTS

*Dans ce texte on examine les règles auxquelles doit se plier toute propriété physique pour être considérée en tant que magnitude, mettant l'accent sur la construction de la phénoménologie nécessaire à sa conceptualisation et à sa concrétisation. On identifie deux types de magnitudes physiques : extensives et intensives, mettant en évidence les différences de leurs processus de mesure. Finalement, on analyse une procédure pour identifier et quantifier la vitesse en tant que magnitude intensive qui rend compte de l'état de mouvement d'un système et on propose un moyen pour la construction du concept de quantité de mouvement et pour sa conservation.*

ABSTRACT

THE CONCEPT MAGNITUDE AS FOUNDING OF THE MEASURING PROCESS. THE QUANTIFYING OF STAGES OF  
MOVEMENT AND ITS CHANGES

*This text examines the rules that satisfy all physical property to be considered magnitude, making emphasis on the construction of phenomenology for its conceptualization and formalization. Highlighting the differences of their measuring processes two kinds of physical magnitudes were identified: extensive and intensive. Finally, a procedure to identify and quantify the velocity as the intensive magnitude that surrenders the state of movement of a system and proposes a way for the construction of the concept quantity of movement and its preservation, is analyzed*

PALABRAS CLAVE

*Enseñanza de la física, medición en la física, magnitudes extensivas e intensivas, cantidad de movimiento.  
Teaching of physics, measuring in physics, extensive and intensive magnitudes, quantity of movement.*

# EL CONCEPTO *MAGNITUD* COMO FUNDAMENTO DEL PROCESO DE MEDICIÓN. LA CUANTIFICACIÓN DE LOS ESTADOS DE MOVIMIENTO Y SUS CAMBIOS\*



Ángel Enrique Romero Chacón\*\*  
Olga Luz Dary Rodríguez Rodríguez\*\*\*

## INTRODUCCIÓN

Generalmente, la física se considera como una ciencia de carácter experimental y, por tanto, como una de las disciplinas científicas que más estrecha relación tiene con la medición. No obstante el consenso, el carácter experimental atribuido a la física y la naturaleza que adquiere su relación con la medición están determinados por la forma como se asume el experimento y el papel que se le atribuye tanto en la construcción conceptual, como en el análisis y comprensión de los fenómenos físicos mismos.

La *medición*, en su acepción más fundamental, se identifica con la acción o acciones por medio de las cuales se compara una propiedad de un objeto o sistema, con otra de la misma clase asumida como patrón; el resultado de tal comparación es un número. No obstante, los fundamentos y las implicaciones de la medición pocas veces son abordados en la

enseñanza de la física: generalmente el proceso de medición se reduce a la mera aplicación de un instrumento preestablecido al cuerpo o sistema en consideración y a la lectura del valor numérico obtenido en la escala del instrumento; este valor numérico se asume, entonces, como el resultado de la medida y representa el valor que toma tal propiedad.

Esta forma de asumir la medición ocasiona en el ámbito pedagógico graves inconvenientes que impiden una adecuada comprensión del proceso de organización de la experiencia sensible y de la construcción conceptual, característicos de la actividad científica. Por una parte, se asume una clara separación entre la teoría y el experimento, al considerar que en la construcción conceptual el aspecto experimental no interviene y que, de igual forma, para la realización de un experimento, la perspectiva teórica no influye, pues de lo que se

\* Este artículo hace parte de los resultados de la investigación educativa *La matematización de los fenómenos físicos: el caso de los fenómenos mecánicos y térmicos. Análisis conceptuales y elementos para propuestas didácticas*, Universidad de Antioquia-CODI, Escuela Normal Superior María Auxiliadora, 2001-2002.

\*\* Magíster en Docencia de la Física. Profesor de la Facultad de Educación, Universidad de Antioquia.  
E-mail: aeromero@ayura.udea.edu.co

\*\*\* Magíster en Docencia de la Física. Profesora de la Facultad de Educación, Universidad de Antioquia.  
E-mail: luzdrod@ayura.udea.edu.co

trata es de tomar datos; si existe una relación entre teoría y experiencia, ésta se reduce al cotejo de los resultados obtenidos y los esperados vía el análisis estadístico y la teoría de errores. No es de extrañar, entonces, que, desde esta perspectiva, el complejo problema de la medición se convierta en un asunto de la precisión de los instrumentos y de las técnicas de medida. Por otra parte, el sujeto que realiza la experimentación es considerado como totalmente externo, tanto a la organización teórica y conceptual, como al diseño del experimento mismo: la experimentación como tal sólo aparece después de que la teoría está construida. Sin embargo, ¿hasta qué punto los instrumentos de medida son externos e independientes de las mismas organizaciones conceptuales?

Estas consideraciones ponen de manifiesto que reflexionar sobre la medición es de fundamental importancia en la educación en física. A través de este escrito se pretende propiciar y poner en práctica una visión del experimento en estrecha relación con las construcciones conceptuales; se pretende también fortalecer la idea de que muchos conceptos físicos han surgido precisamente de una organización de la experiencia sensible, y muchos diseños y técnicas experimentales para la cuantificación de magnitudes físicas tienen sentido sólo a la luz de su significación conceptual.

## ¿QUÉ SIGNIFICA MEDIR UNA PROPIEDAD FÍSICA?

En las matemáticas y en la física se habla usualmente de *magnitudes* tales como la longitud, el área, el volumen, la masa, el tiempo, la densidad, la temperatura y la velocidad, entre muchas otras. Estas magnitudes se abordan en la enseñanza en estrecha relación con la noción de medición: se trata de aquellas propiedades que son susceptibles de asignárseles valores numéricos —cifras—, identificándo-

se tal asignación con el proceso de medición. La medición, por su parte, como ya se ha mencionado, se entiende como la comparación de una magnitud con otra de la misma clase tomada como patrón, siendo el resultado de esta comparación un número real. Se afirma usualmente, por ejemplo, que la longitud o el peso son magnitudes, por cuanto a un cuerpo con una longitud —alto, largo o ancho— o un peso determinado puede asignársele *unívocamente* una cifra que representa el valor que adquiere tal propiedad, cuando se le compara con un valor establecido como patrón de comparación. No obstante el proceso de tal asignación, los presupuestos que le subyacen y las implicaciones que tiene pocas veces es analizado en la enseñanza de la física.

Muchos científicos, matemáticos e investigadores en educación en física y en matemáticas afirman, por el contrario, cuando se habla de medición y, por tanto, de cuantificación, que es preciso centrar la atención no en las cifras asignadas, sino en las implicaciones que tiene el hecho de asignar valores numéricos a propiedades para representarlas, pues cuando se hace tal asignación no sólo se están utilizando símbolos, sino que se está *trasladando* la estructura de los números en consideración a dichas propiedades (Campbell, 1994; Wartofsky, 1973; Paty, 1994; Castro *et al.*, 1997; Lesh, 1997).

Lo anterior permite afirmar que indagar si una propiedad es o no una magnitud implica preguntarse si tal propiedad es susceptible de ser medida, hecho que a su vez implica cuestionarse por la estructura que se le está asignando a tal propiedad.

## CLASIFICACIÓN Y ORDENACIÓN COMO PROCESOS FUNDAMENTALES DE LA MEDICIÓN

Como se sabe, la identificación de características comunes o de relaciones estables en obje-

tos, fenómenos o procesos, hace posible la conformación de *clases*, definidas a través de las características o relaciones escogidas como criterio de agrupación. La identificación de propiedades variables dentro de una clase determinada, por su parte, hace posible la *ordenación*, según los resultados de una comparación respecto a la propiedad elegida.

El concepto *clase* es ya un concepto comparativo: los elementos —objetos, fenómenos o procesos— que conforman una cierta clase son semejantes en alguna propiedad, y comparar dos elementos cualesquiera es buscar lo que es igual y diferente en ellos. Tal como lo afirma Wartofsky, al realizar una observación ya se está realizando una clasificación: lo que se selecciona son rasgos o características que, según las circunstancias o las convenciones, reciben el nombre de *propiedades, atributos o cualidades* (1973: 206). Es precisamente en este sentido que, desde la perspectiva fenomenológica, se afirma que no son los cuerpos —objetos, fenómenos o procesos— los que contienen las propiedades; por el contrario: el conjunto de propiedades relativamente estables es lo que nos permite identificar a un cuerpo como tal (Mach, 1948: 114).

A través del proceso de identificar características comunes en una serie de elementos diversos, el sujeto —quien realiza la clasificación— le confiere a tales elementos una estructura que se operacionaliza en una serie particular de relaciones: la *relación de equivalencia*. Esta relación se caracteriza por satisfacer ciertas propiedades formales conocidas con los términos: *reflexividad, simetría y transitividad* (Wartofsky, 1973: 210).

Adicionalmente, dentro de una clase de equivalencia, pueden percibirse cambios o diferencias específicas que posibilitarían la divi-

sión de la clase en subclases de equivalencia. Cuando dentro de una clase se identifican *propiedades variables*, es posible realizar, vía la comparación, una ordenación según las relaciones de *mayor que* o *menor que*, establecidas entre los grados que adquiere la propiedad elegida. Analizando la clase de los círculos, por ejemplo, se percibe fácilmente que la longitud del radio es una propiedad variable; al compararse según la mayor o menor longitud de su radio, los elementos de esta clase pueden, entonces, ser ordenados. De igual forma, al observar la clase de los cuerpos materiales puede identificarse el peso como propiedad variable: un conjunto de cuerpos puede, entonces, ordenarse según el mayor o menor peso que se les pueda atribuir.

En este sentido, a través del proceso de identificación de propiedades variables en una clase de equivalencia dada, el sujeto le confiere a tal clase una *estructura* que se operacionaliza en una serie particular de relaciones: las *relaciones de orden*. Estas relaciones se caracterizan por satisfacer ciertas propiedades formales conocidas con los términos de *irreflexividad, asimetría, transitividad y conectividad* (Fernández de Tronconiz, 1985; De la Torre, 1997).<sup>1</sup>

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones, es necesario percatarse de que en la base de todo proceso de medida se encuentran las acciones intelectuales de clasificar y ordenar: no es posible realizar un proceso de medición si dentro de una clase de objetos, fenómenos o procesos —definida a través del reconocimiento de ciertas características comunes o relaciones estables— no se han identificado previamente unas propiedades variables que posibiliten una ordenación según la comparación entre los grados percibidos en la propiedad elegida.

1 *Irreflexividad*: cualquier elemento de la clase no puede ser mayor ni menor a él mismo. *Asimetría*: para cualquier par de elementos  $a$  y  $b$  de la clase, se tiene que  $a < b$ , o  $a > b$ , o  $a = b$ . *Transitividad*: si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son elementos de una clase, tal que  $a < b$  y  $b < c$ , entonces se cumple que  $a < c$ . *Conectividad*: para cualesquier dos elementos  $a$  y  $b$  de una clase tales que  $a < b$ , siempre existe un elemento  $c$  tal que  $a < c < b$ .

Sin embargo, el proceso de medición de una propiedad física no sólo implica la asignación de una estructura de orden, sino también la de una que posibilite su representación por cifras y su cuantificación.

¿Qué significa cuantificar las magnitudes físicas?

## MAGNITUDES EXTENSIVAS E INTENSIVAS Y EL PROCESO DE SU MEDICIÓN

### SOBRE LAS MAGNITUDES EXTENSIVAS

Campbell se refiere a la *medición* como la asignación de cifras a propiedades para representarlas, y señala, en un primer análisis, que las propiedades que pueden ser representadas por cifras, es decir, susceptibles de ser medidas, son aquellas que cambian por la combinación de cuerpos semejantes (Campbell, 1921: 190). Identifica tres reglas para que se dé esta posibilidad:

- Dos objetos que respecto de esa propiedad sean lo mismo que un tercer objeto, serán lo mismo el uno que el otro.
- Por la adición sucesiva de objetos podemos construir una serie normal, donde un miembro de la cual es lo mismo, respecto de la propiedad, que cualquier otro objeto que deseemos medir.
- Iguales añadidos a iguales producen sumas iguales.

Teniendo en cuenta esto, las propiedades que inicialmente son posibles de ser medidas son aquellas que se conocen hoy como *propiedades extensivas*, es decir, aquellas a las que se les puede atribuir una estructura aditiva.

A pesar de la generalidad de estas reglas como criterio para determinar si una propiedad ex-

tensiva es o no mensurable, Campbell señala que para poder constatar el cumplimiento de estas reglas es necesario decidir cuándo dos valores de una magnitud dada son iguales y cuándo se componen y, dado que estas condiciones dependen de la naturaleza de cada propiedad, la posibilidad de su determinación y cuantificación está condicionada al conocimiento de la fenomenología de la propiedad en cuestión.

Considérese, por ejemplo, el caso del peso. Como se ha comentado anteriormente, previo a la contrastación de las tres reglas establecidas, es necesario identificar cuándo se afirma que las magnitudes en cuestión son iguales y cuál es el procedimiento para adicionar tales magnitudes, ambos aspectos directamente relacionados con la fenomenología de las propiedades en cuestión. Se asume que dos objetos tienen el mismo peso cuando colocados en los extremos de una balanza de brazos iguales, el sistema queda en equilibrio —ninguno de los cuerpos tiende a bajar. Esos cuerpos se conciben sumados respecto al peso cuando se ubican simultáneamente en el mismo lado de la balanza a la misma distancia del punto de apoyo. Una vez identificados estos procedimientos para determinar la igualdad y la suma respecto de esta propiedad, puede verificarse que se satisfacen las tres reglas mencionadas: 1) si el cuerpo *A* equilibra al cuerpo *B* y el cuerpo *B* equilibra a *C*, hecho que implica que si el peso de *A* es igual al peso de *B* y el peso de *B* es igual al peso de *C*, entonces el peso de *A* es igual al peso de *C*; 2) añadiendo continuamente cuerpos a un lado de la balanza, puede construirse una colección de cuerpos que equilibre cualquier otro cuerpo colocado en el otro lado de la balanza; 3) si el cuerpo *A* equilibra al cuerpo *B* y el cuerpo *C* equilibra al cuerpo *D*, entonces *A* y *C* puestos juntos en un mismo lado de la balanza equilibran a *B* y *D* colocados simultáneamente en el otro lado, a iguales distancias del punto de apoyo.

En un intento de explicitar las reglas propuestas, se pueden discriminar las siguientes condiciones (Wartofsky, 1973: 220):

- Para cualesquier grados de magnitud  $x$  e  $y$ , existe un grado de magnitud  $z$  tal que  $x + y = z$ .
- La suma  $x + y$  de cualesquier grados de magnitud es mayor que  $x$  o  $y$ .
- Si se suman cualesquier grados de magnitud  $x$ ,  $y$  en el orden  $x + y$ , la suma será igual, en grado de magnitud, a la suma de estos mismos grados en el orden  $y + x$ .
- Dados los grados de magnitud  $x = x'$  e  $y = y'$ , la suma  $x + y$  será igual a la suma  $x' + y'$ .
- Para cualesquier tres grados de magnitud  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , la suma de  $x + y$ ,  $y + z$  será igual a la suma de  $x + y + z$ .
- Dado cualquier grado de magnitud  $x$  inferior a otro grado  $y$ , existe una suma de iguales grados de magnitud  $x + x' + x''$  superior a  $y$ .

Teniendo en cuenta esto, puede afirmarse que si se tiene la clase que define la magnitud, las cantidades de dicha magnitud dotadas de la relación de igualdad y una ley de composición interna de adición, constituyen un semigrupo conmutativo. Si la magnitud es unidimensional, el semigrupo es ordenado por la relación  $<$ , donde se satisfacen las leyes de tricotomía, transitividad y monotonía, junto con los postulados de divisibilidad y propiedad arquimediana (Fernández de Tronconiz, 1985: 146).

#### SOBRE LAS MAGNITUDES INTENSIVAS

Existen, sin embargo, muchas propiedades físicamente importantes, consideradas mensurables, que no satisfacen todas las reglas propuestas por medio de las cuales se determina si una propiedad extensiva es o no medible. Ejemplo de tales magnitudes son *la densidad, la velocidad, la temperatura, la presión, el potencial eléctrico*, entre muchas otras. Cuando se

dice, por ejemplo, que la densidad de un cuerpo es de 7 unidades —como es el caso del hierro—, no significa que este valor se pueda obtener por la reunión de siete cuerpos de densidad 1 unidad —como es el caso del agua—; o cuando se afirma que un cuerpo se mueve con una velocidad de 60 unidades, no significa que esta velocidad se pueda reproducir juntando tres cuerpos de velocidad 20 unidades. Estas consideraciones están estrechamente ligadas al hecho de que la densidad o la velocidad de un cuerpo en su conjunto es igual a la densidad o la velocidad de cualquiera de sus partes; es decir, que éstas son magnitudes que no varían cuando cambia la extensión del cuerpo. Se dice, entonces, que son *magnitudes intensivas*.

Pero, si el hecho de ser magnitud está estrechamente relacionado con la estructura de los números que sirven para representarla —sintetizada en las reglas mencionadas—, y si para las magnitudes intensivas no es posible la atribución de estas reglas, ¿a través de qué procedimiento es posible su medición y cuantificación? Para establecer dichos procedimientos es necesario analizar previamente las características particulares de esta clase de magnitudes que no hacen posible su cuantificación a través de las reglas enunciadas.

En primera instancia, es necesario percatarse de que a las magnitudes intensivas no se les puede atribuir una estructura aditiva. No obstante, sí es posible atribuirseles una *lógica de las relaciones de orden*, hecha operativa a través de comparaciones entre situaciones físicas donde tales magnitudes se hacen relevantes (Guidoni *et al.*, 1987); naturalmente, las comparaciones entre grados de una clase de magnitud implican situaciones y problemas totalmente distintos de los implicados en la comparación entre grados de otra clase de magnitud.

Para el caso de la densidad, por ejemplo, puede decirse hoy que desde muy temprana edad todo el mundo tiene una idea intuitiva de lo

que significa la densidad. Se sabe que los cuerpos están constituidos de diferentes clases de materiales y que, por esta misma razón, no todos se comportan igual bajo las mismas circunstancias: se sabe que la madera flota en el agua y que el hierro se hunde en él; se sabe también que los cuerpos de vidrio se hunden en el agua, pero caen en él más lentamente que el hierro. A partir de estas experiencias y conocimientos es posible establecer que el hierro es más denso que el vidrio, éste más denso que el agua, que a su vez, lo es más que la madera. Se puede, entonces, asignar a la densidad relaciones de orden y hablar de cuerpos “más densos que” y “menos densos que” otros; en particular, se puede definir que el cuerpo *A* es más denso que el cuerpo *B*, y *B* menos denso que *A*, si puede hallarse una sustancia en la que flote *B* y no flote *A*.

Con tal definición se puede colocar un conjunto de cuerpos en un orden determinado, de tal modo que cada miembro de la serie sea más denso que el anterior y menos denso que el siguiente. Esta lógica de las relaciones de orden, como se mencionó en un apartado anterior, está fundamentada en las propiedades de *irreflexividad*, *asimetría*, *transitividad* y *conectividad*, y presupone un cierto grado de diferenciación de la densidad como variable y su relación con situaciones experienciales, como es el caso de la flotación de los cuerpos.

Una vez establecida dicha ordenación, el paso a seguir es la cuantificación. En este sentido es posible asignar valores numéricos para representar un orden establecido: si *A*, *B*, *C*, *D*, *E*..., son cuerpos que han sido ordenados según su grado de densidad creciente por medio de la definición antes mencionada, es posible representar tal ordenación a través de la serie 5, 10, 15, 20, 25..., pues el orden de las cifras se corresponde con el orden del grado de la propiedad en cuestión. En el procedimiento hay un cierto grado de arbitrariedad, pues existen muchas posibilidades de asignación. Esta amplitud de posibilidades no se da en el procedimiento mencionado para

las magnitudes extensivas, pues una vez fijada —en dicha ordenación— la cifra para un grado de una propiedad dada, no hay elección respecto a las cifras que pueden atribuirse a los demás grados: todas quedan fijadas.

¿Es posible, para el caso de las propiedades intensivas, eliminar esa arbitrariedad en la asignación de cifras para representar una ordenación dada y hallar un medio para determinar sin ambigüedad la cifra que hay que asignar a cada grado de dicha propiedad? Según Campbell, sí es posible hacerlo en algunos casos y el procedimiento consiste en encontrar una relación entre los valores numéricos que representan otras magnitudes extensivas para encontrar, por medio de tales relaciones, otros valores que concuerden con el orden de los grados de la propiedad intensiva que se desea medir (Campbell, 1921: 198).

En el caso de la densidad mencionada arriba, se encuentra que si se mide para cada clase de material el peso y el volumen —ambos medibles a través de las reglas enunciadas, pues son magnitudes extensivas— y se divide el valor del peso por el valor del volumen, las cifras obtenidas para los diferentes cuerpos se encuentran en el mismo orden de sus densidades, tal como se definió anteriormente. Ahora bien, como el orden de los cocientes *representa adecuadamente* el de las densidades, se puede tomar el cociente entre el peso y el volumen como la medida de la densidad de una sustancia.

Es importante percatarse de que la medida de variables intensivas pone en evidencia dos problemas importantes: uno ligado a las escalas usadas y otro relacionado con la adecuación entre nuestros modos de pensar y la fenomenología de los procesos naturales (Guidoni *et al.*, 1987: 46). El primero se hace evidente cuando se utilizan diferentes unidades o escalas de medida para la misma variable intensiva. Se podría decidir, por ejemplo, asignar a la temperatura del hielo que se derrite y a la del agua en ebullición los valores de 0 y 100, como en la escala Celsius, o 32 y 212, como en la escala Fahrenheit; o se podría asignar 0 a la



temperatura del hombre sano y 1 a la temperatura del pájaro que empolla, como lo propone Newton (1669). Es relevante tomar conciencia aquí del nivel de convencionalidad que puede llegar a tener una elección particular. El segundo, por su parte, se manifiesta en el mismo proceso de medida, es decir, en la asignación de valores numéricos a una variable intensiva. El problema no es tan fácil de abordar, pues es, ante todo, un problema de *principio*: ninguna variable intensiva puede ser medida sino a través de transferencias de estructura de los conjuntos numéricos utilizados para representarla. Es importante concientizarse de que éste no es un problema puramente lógico o matemático, relacionado con los modos de razonar; tampoco es un problema puramente empírico, relacionado con dificultades experimentales que en algunos casos es posible superar. Se trata, ante todo, de un problema de adecuación coherente entre las formas de razonamiento —como son el pensamiento numérico o el geométrico— y las fenomenologías identificadas o establecidas (Guidoni *et al.*, 1987: 47).

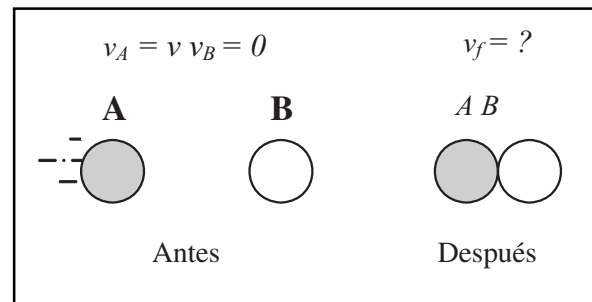
En los apartados siguientes se examinará con algún detalle la problemática de la medición de la velocidad instantánea como variable de estado de movimiento, tomando como fenomenología el choque de cuerpos.

## EL FENÓMENO DEL CHOQUE INELÁSTICO DE CUERPOS: CUANTIFICACIÓN DE LOS ESTADOS DE MOVIMIENTO Y SUS CAMBIOS

A continuación se presenta un análisis teórico —inspirado en los análisis de Ayala (Ayala *et al.*, 2001)—, que permite obtener estados

de movimiento predeterminados y medir sus cambios, hecho que permitirá avanzar en el proceso de cuantificación de la velocidad (unidimensionalmente) como magnitud intensiva.

Considérense dos cuerpos *A* y *B* que chocan frontalmente, de manera que después del choque quedan unidos (choque perfectamente inelástico).<sup>2</sup> *B* está inicialmente en reposo,  $v_B = 0$ , y *A* se dirige hacia él con una velocidad  $v_A = v$  (véase figura 1).



**Figura 1.** Choque perfectamente inelástico entre dos cuerpos *A* y *B*

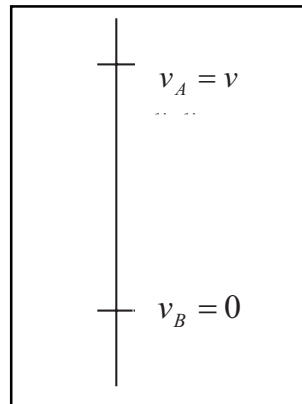
Como los cuerpos *A* y *B* tienen estados de movimiento diferentes  $v_B \neq v_A$ , al entrar en contacto sus estados de movimiento cambian: *A* disminuye su velocidad y *B* la aumenta. No obstante, esta variación no ocurre indefinidamente, sino que cesa en un momento determinado: en ese instante las velocidades de los cuerpos deben ser iguales, hecho por el cual se considera que la interacción —el choque— termina. ¿Cuál es, entonces, el grado del estado de movimiento  $v_f$  que adquiere el conjunto de cuerpos cuando termina la interacción, comparado con el grado del estado de movimiento que tenía el cuerpo *B* antes de la interacción?

<sup>2</sup> Esta situación puede ser reemplazada por un sistema de dos péndulos simples *A* y *B* de igual longitud y dispuestos de forma que, en situación de equilibrio, los cuerpos apenas se tocan. Luego el péndulo *A* se separa de la vertical y se deja caer desde la misma altura *H* con el fin de asegurar que el estado de movimiento de *A* en el instante en que inicia la interacción entre los dos cuerpos sea siempre el mismo.

Usualmente esta situación se resuelve haciendo uso de las relaciones obtenidas a partir de la conservación de momento lineal, relaciones que a su vez son deducidas de las leyes de Newton para el movimiento. No obstante, es posible analizar la situación desde un enfoque más intuitivo y fenomenológico que algorítmico; de hecho, muchos investigadores consideran que un enfoque tal es más adecuado si se desea dinamizar procesos de construcción del conocimiento (Rosenquist y McDermott, 1987; Herrmann y Schubart, 1989; Tindle, 1998).

Para analizar esta situación es posible hacer uso de una representación gráfica de los estados de movimiento de los cuerpos antes de la interacción a través de una línea vertical (véase figura 2). Los grados de velocidad  $v_B$  y  $v_A$  de los cuerpos  $B$  y  $A$ , respectivamente, son representados por segmentos sobre esta línea; como no se tiene conocimiento de los grados particulares de los estados de movimiento de los cuerpos, sino sólo del hecho de que son diferentes, lo relevante en la representación es la diferencia de estos segmentos y no la longitud de los mismos.

Para dar respuesta a la pregunta planteada, se puede adelantar un análisis de relaciones de orden, basado en la experiencia que se tiene en esta clase de situaciones: se sabe que cuando chocan dos cuerpos de forma perfectamente inelástica, el valor de la velocidad final del conjunto no puede ser menor que la menor de las magnitudes de la velocidad de los cuerpos que chocan, ni mayor que la mayor de tales magnitudes; esto significa que, para la situación propuesta, la velocidad  $v_f$  del sistema después del choque necesariamente estará entre los valores de  $v_B$  y  $v_A$ :  $v_B < v_f < v_A$ . Aunque esta relación es aparentemente obvia, es necesario hacerla explícita, pues en la base de ella está la idea de que ningún cambio sucede de la nada, idea que a su vez implica los fundamentos de los principios de conservación.



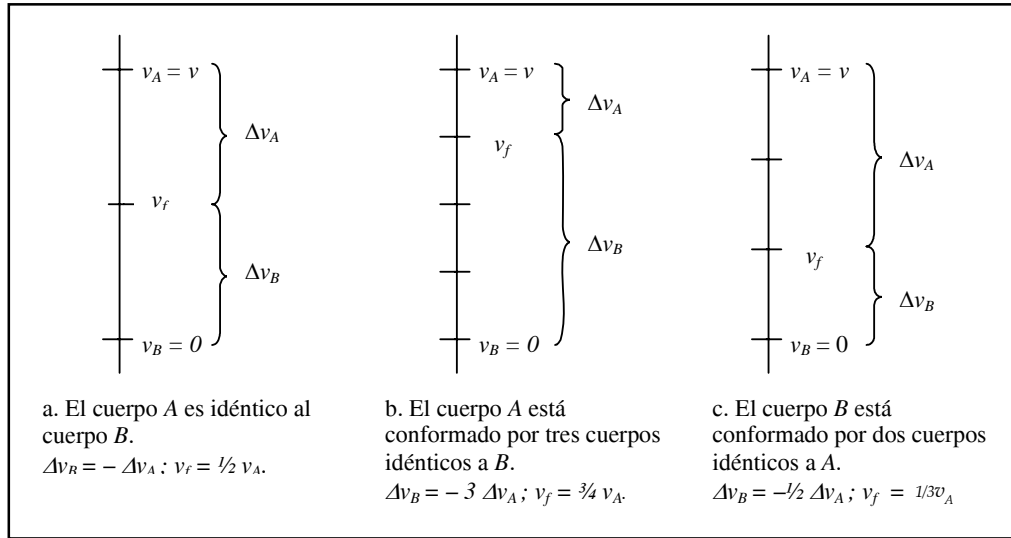
**Figura 2.** Representación gráfica para los estados de movimiento de los cuerpos antes del choque.

No obstante los avances en el análisis de la situación, los posibles valores de  $v_f$  que satisfacen esta relación son infinitos. Para continuar con el proceso de cuantificación es necesario, entonces, hacer uso de otros criterios que permitan tener certeza de en qué parte del segmento en consideración se ha de ubicar el punto que representaría el estado de movimiento final del sistema.

Para este fin, considérese inicialmente que el cuerpo  $A$  es idéntico al cuerpo  $B$ . Dada la simetría existente en la situación, no hay razón para esperar que el cambio de estado de movimiento del cuerpo  $A$  difiera del cambio del estado de movimiento del cuerpo  $B$ , luego:  $\Delta v_B = -\Delta v_A$ ; por tanto, el estado de movimiento final  $v_f$  está igualmente separado de los estados de movimiento iniciales de  $A$  y  $B$ , como  $v_B = 0$  y  $v_A = v$ , entonces  $v_f = v/2$  (véase figura 3a). Considérese ahora que el cuerpo  $A$  está conformado por tres cuerpos idénticos al cuerpo  $B$  (véase figura 3b). En este caso es posible afirmar que la velocidad final del sistema ha de estar más cerca de la velocidad inicial del cuerpo  $A$  que de la velocidad inicial del cuerpo  $B$ , es decir:  $1/2v_A < v_f < v_A$ . A partir de nuestra organización de la experiencia para estas situaciones, se espera que para producir el mismo cambio de estado de movimiento en dos cuerpos se requiere una

acción mayor para el cuerpo más masivo que para uno menos masivo y como en esta situación la acción que *A* ejerce sobre *B* es igual —y opuesta— a la ejercida sobre *A* por *B*

(dado que el sistema de cuerpos *A* y *B* no interactúa con otro sistema), la acción que surge en el choque tendrá mayor efecto sobre el cuerpo *B* que sobre el cuerpo *A*.



**Figura 3.** Representación gráfica para los estados de movimiento y sus cambios durante el proceso de interacción.

¿Qué tan cerca estará la velocidad final del sistema de la velocidad inicial de *A*, comparado con la separación respecto a la velocidad inicial del cuerpo *B*? Como el cuerpo *A* está conformado por tres cuerpos idénticos al cuerpo *B*, es lógico pensar, por las consideraciones anteriores, que por cada grado que el cuerpo *A* reduzca su velocidad, el cuerpo *B* la aumentará en tres grados, es decir que  $\Delta v_B / \Delta v_A = -3$ . Esta expresión implica, a su vez, que  $v_f = 3/4 v$ , dado que  $v_A = v$ . Por un razonamiento similar se concluye que para el caso en el que el cuerpo *B* está conformado por dos cuerpos idénticos al cuerpo *A* (véase figura 3c), la velocidad final del sistema  $v_f$  debe ser tal que:  $v_B < v_f < 1/2 v_A$ . Más detalladamente, hecho que implica que  $v_f = 1/3 v$ .

A través de este procedimiento es posible establecer cuándo el grado de velocidad de un cuerpo es mayor, menor o igual que el grado

de velocidad de otro, a la vez que permite obtener y reproducir cambios en el grado de velocidad  $v$  de un cuerpo en  $1/2v$ ,  $3/4v$ ,  $1/3v$  o cualquier otro submúltiplo de él. Esto conduce a afirmar que, tomando el choque entre cuerpos como fenómeno prototipo, es factible la construcción teórica de una escala de estados de movimiento, que permite tanto la comparación y ordenamiento de grados de velocidad, como la cuantificación de sus cambios, aspectos indispensables en la constitución de la velocidad (estado de movimiento) como una magnitud, es decir, como propiedad física susceptible de ser medida.

Complementariamente, este análisis permite avanzar en la organización y formalización de los fenómenos mecánicos, en el sentido de que posibilita establecer una clasificación de los cuerpos según el efecto que pueden producir sobre otro debido a su movimiento: si un cuer-

po  $C$ , al chocar en forma completamente inelástica con otro  $B$ , produce el mismo cambio de velocidad en  $B$  que aquel que produciría otro cuerpo  $A$  al chocar con  $B$  en idénticas condiciones,<sup>3</sup> se puede asegurar que los cuerpos  $C$  y  $A$  son completamente *equivalentes* con relación al movimiento. Las clases de equivalencia así constituidas se pueden diferenciar por medio de una nueva magnitud: aquellos cuerpos que pertenecen a la misma clase, tales como  $C$  y  $A$  de la situación considerada, tendrán la misma *masa*. En particular, si el cuerpo  $A$  está conformado por  $n$  cuerpos idénticos al cuerpo  $B$ , se dice entonces que la masa de  $C$  es  $n$  veces la masa de  $B$ . En otros términos, los análisis adelantados han posibilitado establecer que los cambios de velocidad que experimentan los cuerpos durante una interacción mecánica —choque— están en proporción inversa a la proporción en la que están las masas de los cuerpos:  $\Delta v_A / \Delta v_B = -m_B / m_A$ .

## HACIA LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO CANTIDAD DE MOVIMIENTO Y SU CONSERVACIÓN

Asumir los modos de ver por sistemas y por variables (Romero *et al.*, 2002) implica considerar que los cambios de estado de movimiento de un cuerpo o sistema ocurren exclusivamente en virtud de interacciones. Esto, a su vez, permite afirmar que: 1) un cuerpo o sistema no puede cambiar su estado de movimiento por sí mismo, y 2) no es posible que un cuerpo cambie su estado de movimiento sin que al menos otro lo haga.

Estas consideraciones son claras en el caso particular de los choques inelásticos mostrado en el apartado anterior: allí el cambio de estado de movimiento del cuerpo  $A$  es debi-

do exclusivamente al cambio de estado de movimiento del cuerpo  $B$  y viceversa. Sin embargo, se tienen un sin número de situaciones donde estas consideraciones no son tan evidentes: un cuerpo inicialmente en movimiento sobre una mesa se detiene al cabo de un tiempo; cuando un objeto es impulsado por una persona, pareciera que únicamente el objeto cambiara su estado de movimiento; cuando un cuerpo cae libremente o desciende por un plano inclinado, se percibe que sólo el cuerpo en cuestión cambia su estado de movimiento. En estos casos, ¿cuáles son los otros cuerpos que cambian su estado de movimiento? ¿Por qué dicho cambio no se hace visible?

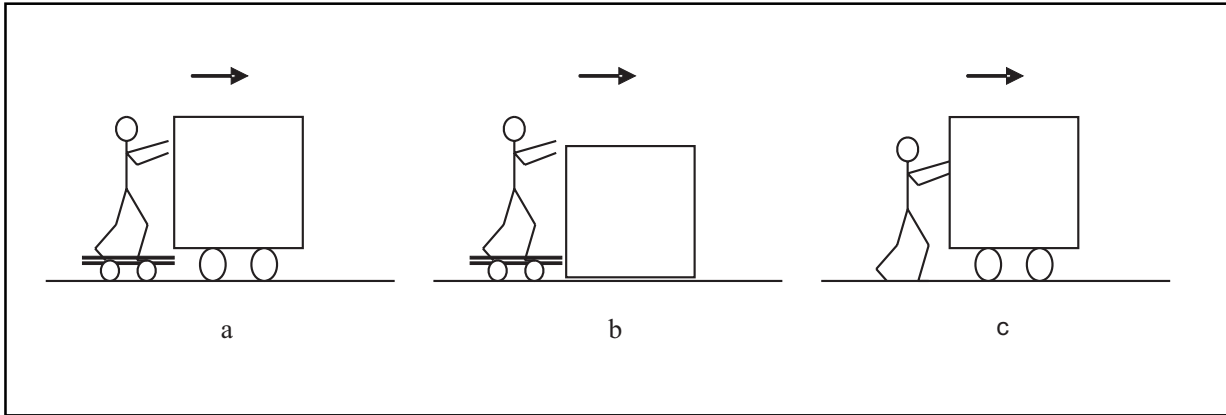
Para dar respuesta a estos interrogantes, considérese que una persona empuja un bloque según las siguientes situaciones (Ayala *et al.*, 2001): la persona está sobre una patineta y el bloque sobre ruedas (véase figura 4a); la persona está sobre una patineta y el bloque está sobre el piso (véase figura 4b); la persona está sobre el piso y el bloque sobre ruedas (véase figura 4c). Comparando estas situaciones, ¿cuáles son las diferencias en cuanto a los cambios de estado de movimiento de los cuerpos?

Es evidente que en el primer caso se hacen visibles cambios de velocidad tanto del bloque como de la persona; incluso se podría mostrar que, de forma análoga al caso de los choques analizado anteriormente, los cambios de velocidad de los cuerpos que interactúan —persona y bloque en este caso— están en razón inversa a la de sus masas:  $\Delta v_p / \Delta v_b = m_b / m_p$ . La situación cambia en el segundo caso: la magnitud del cambio de velocidad de la persona resultará mayor que la del bloque. Más aún, podría suceder que la persona cambiara su velocidad y que el bloque permaneciera en reposo; en este caso sólo se hace visible el cambio de velocidad de la persona. En el tercer

3 Con la expresión “idénticas condiciones” se quiere dar a entender que las parejas de cuerpos que chocan lo hacen, respectivamente, con los mismos valores iniciales de velocidad, es decir, los cuerpos se encuentran respectivamente en los mismos estados iniciales de movimiento.

caso, la magnitud del cambio de velocidad del bloque será mayor que el de la persona. Podría incluso suceder que el bloque cambiara

su velocidad y que la persona permaneciera en reposo; en este caso sólo se hace visible el cambio de velocidad de la persona.



**Figura 4.** a) El sistema hombre-bloque está aislado por medio de ruedas; b) el subsistema bloque no está aislado; c) el subsistema hombre no está aislado.

Según estos análisis, las ruedas parecen establecer la diferencia y, por tanto, precisar el papel de las ruedas en las situaciones se hace relevante: las ruedas en estas situaciones son un mecanismo de aislamiento y, como tal, son determinantes en la identificación del sistema que se está analizando. En el primer caso, los patines de la persona y las ruedas del bloque impiden que estos cuerpos interactúen con el piso (la tierra), mientras que dicha interacción sí ocurre en el segundo y tercer caso a través del bloque sin ruedas y de la persona sin patines, respectivamente. En el primer caso, entonces, la persona en patines y el bloque con ruedas conforman un *sistema aislado*, razón por la cual un cambio en el estado de movimiento del bloque es debido, exclusivamente, a un cambio en el estado de movimiento de la persona y viceversa, según la relación:  $\Delta v_p / \Delta v_b = m_b / m_p$ .

En los otros casos la variación del estado de movimiento de la persona, o del bloque, está acoplada con la variación del estado de mo-

vimiento de otros cuerpos adicionales al bloque, o a la persona, respectivamente; en estos casos se afirma que el sistema persona-bloque no es un sistema aislado, pero sí lo es el sistema persona-bloque-tierra. La identificación del sistema se convierte, entonces, en el puente que permite una adecuación entre lo percibido y la formalización construida: dado que en el segundo caso en consideración el bloque no está aislado de la tierra, los cuerpos que interactúan son persona y bloque-tierra; en este caso, por tanto, la expresión construida toma la forma:  $\Delta v_p / \Delta v_{(b+t)} = m_{(b+t)} / m_p = -(m_b + m_t) / m_p$  y como la masa del conjunto bloque-tierra es muchísimo mayor que la masa de la persona ( $m_{(b+t)} \gg m_p$ ), la variación de la velocidad que este conjunto de cuerpos experimentaría durante la interacción sería muy pequeña, tendería a cero. Un análisis similar puede hacerse para el tercer caso y afirmar que:  $\Delta v_{(p+t)} / \Delta v_b = m_b / m_{(p+t)} = -m_b / (m + m_t)$ .

Estos análisis adelantados ponen en evidencia que existe una cantidad extensiva que habla del movimiento del sistema y que se

mantiene constante para los sistemas aislados, pues en el caso de interacciones dentro de ellos sólo habrá una redistribución de tal cantidad. Es de resaltar que a través de esta presentación se concibe que la magnitud en consideración no deriva de la masa o de la velocidad, sino que es independiente y del mismo carácter que éstas, tal como lo mencionan Herrmann y Schubart (1989: 858). Esta cantidad se puede representar por  $p = mv$  pues, de la expresión general a través de la cual se cuantifican los cambios en el estado de movimiento que experimentan los cuerpos que interactúan mecánicamente,  $\Delta v_A/\Delta v_B = -m_B/m_A$  se obtiene que  $\Delta v_A m_A = -\Delta v_B m_B$  y como la masa de los cuerpos no cambia se puede afirmar que  $\Delta(v_A m_A) = -\Delta(v_B m_B)$ , es decir, que:  $\Delta p_A = -\Delta p_B$ . La cantidad  $p$  es conocida como la cantidad de movimiento de un sistema.

De los análisis adelantados hasta ahora se puede concluir que:

- En un sistema aislado, el cambio de la cantidad de movimiento de un cuerpo es igual y opuesto a la suma de los cambios de las cantidades de movimiento de los otros cuerpos del sistema.
- La suma de los cambios de la cantidad de movimiento de todos los cuerpos que conforman el sistema aislado es cero.
- La suma de las cantidades de movimiento de todos los cuerpos que constituyen el sistema aislado es constante.

Esta forma de considerar el movimiento hace adquirir toda la generalidad que subyace a las estrategias de análisis de los procesos de cambio por estados y transformaciones (Guidoni, 1987; Arons, 1997; Romero *et al.*, 2002).

- Se busca definir si un sistema permanece o no en su estado de movimiento, si lo cambia y la forma en que lo hace. La permanencia en el mismo estado de movimiento

significa no cambiar el grado de velocidad; su disminución o aumento son interpretadas como transformaciones experimentadas por el sistema.

- Ningún sistema cambia su estado de movimiento por sí solo; todo cambio de estado de movimiento que experimente un cuerpo implica necesariamente que es debido a interacciones con otro sistema.
- Los sistemas sólo pueden interactuar mecánicamente cuando sus estados de movimiento son diferentes; es decir, para que un cuerpo  $A$  pueda modificar el estado de movimiento de otro  $B$  y viceversa, sus velocidades deben ser diferentes en magnitud, dirección o sentido. Si los cuerpos tienen la misma velocidad, no es posible que interactúen mecánicamente.
- Cuando a dos cuerpos con estados de movimiento diferentes se les permite interactuar, los dos cambian sus estados de movimiento mientras la interacción dure.

## CONCLUSIONES

El papel que cumple la experimentación es de fundamental importancia en la enseñanza de la física. Por medio de un análisis de los procesos de cuantificación de magnitudes físicas como la velocidad instantánea y la temperatura, se ha mostrado que las prácticas experimentales se encuentran en estrecha relación con las construcciones conceptuales. Medir una magnitud física no es un problema meramente empírico relacionado con el uso de instrumentos para la obtención de datos; tampoco es un problema teórico relacionado con la asignación arbitraria de cifras a las propiedades y su posterior manipulación a través de algoritmos: se trata, ante todo, de un problema de *adecuación* entre las formas de razonamiento —como son el pensamiento numé-

rico o el geométrico— y las fenomenologías identificadas en los respectivos procesos o transformaciones.

Pueden diferenciarse dos clases de magnitudes físicas: las *extensivas*, caracterizadas por tener una estructura aditiva, y las *intensivas*, caracterizadas por carecer de tal estructura. Usualmente en la enseñanza de la física y las matemáticas se hace énfasis en la identificación y cuantificación de las magnitudes extensivas (la longitud, el área, la masa, el tiempo, entre otras), mientras que las magnitudes intensivas (densidad, velocidad, temperatura, entre otras) son abordadas de la misma forma que las extensivas, sin percatarse del hecho de que obedecen a una estructura diferente; pero si el hecho de ser *magnitud* está estrechamente relacionado con la estructura de los números que sirven para representarla, es evidente que no es posible representar las magnitudes intensivas por medio de los números que tengan estructura aditiva. No obstante, si bien a las magnitudes intensivas no se les puede atribuir una estructura aditiva, sí es posible atribuirseles una *lógica de las relaciones de orden*, hecha operativa a través de las fenomenologías particulares donde tales magnitudes se hacen relevantes; es precisamente a través de este reconocimiento que es posible su cuantificación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARONS, A. B., 1997, *Teaching Introductory Physics*, Nueva York, John Wiley & Sons, 1997.
- AYALA, M. M. *et al.*, 2001, *Cuadernos de mecánica N.º 1.*, Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, Departamento de Física, Preimpreso.
- CAMPBELL, Norman, 1994 [1921], "Medición", en: NEWMAN, J., ed., *Sigma: el mundo de las matemáticas*, tomo 5, Barcelona, Grijalbo.
- CASTRO MARTÍNEZ, E. *et al.*, 1997, "Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas", *Enseñanza de las ciencias*, vol. 15, núm. 3, pp. 361-371.
- DE LA TORRE, A., 1997, *Anotaciones a una lectura de Arquímedes*, Medellín, Editorial Universidad de Antioquia.
- FERNÁNDEZ DE TRONCONIZ, A., 1985, *Análisis algebraico*, Bilbao, España, Talleres Gráficos Ondorica.
- GUIDONI, P. *et al.*, 1987, *Guardare per sistemi, guardare per variabili*, Torino, Emme Edizioni, 1987.
- HERRMANN, F. y SCHUBART, M., 1989, "Measuring Momentum without the use of  $p = mv$  in a Demonstration Experiment", *Am. J. Phys.*, vol. 57, núm. 9, sep., pp. 858-859.
- LESH, R., 1997, "Matematización: la necesidad 'real' de la fluidez en las representaciones", *Enseñanza de las ciencias*, vol. 15, núm. 3, pp. 377-391.
- MACH, E., 1948 [1926], *Conocimiento y error*, Buenos Aires, Espasa-Calpe.
- NEWTON, Isaac, 1669 [1669], "Una escala de grados de calor", en: MAGGIE, W. F., ed., *A Source Book in Physics*, Cambridge, Harvard University Press.
- PATY, Michel, 1994, "Le caractère historique de l'adéquation des mathématiques à la physique", en : GARMA, Santiago; FLAMENT, Dominique y NAVARRO, Víctor, eds., *Contra los titanes de la rutina.- Contre les titans de la routine*, Madrid, Comunidad de Madrid / CSIC, pp. 401-428.
- ROSENQUIST, M. y MCDERMOTT, L., 1987, "A conceptual approach to teaching kinematic", *Am. J. Phys.*, vol. 55, núm. 5, may., pp. 407-415.

ROMERO, A. *et al.*, 2002, *La matematización de los fenómenos físicos: el caso de los fenómenos mecánicos y térmicos. Análisis conceptuales y elementos para propuestas didácticas. Informe de investigación*, Medellín, Universidad de An-

tioquia, Facultad de Educación, CIEP, Escuela Normal Superior María Auxiliadora.

WARTOFSKY, Marx, 1973, *Introducción a la filosofía de la ciencia*, tomo 1, Madrid, Alianza, 1973.

## REFERENCIA

**R**OMERO CHACÓN, Ángel Enrique y RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ, Olga Luz Dary, "El concepto *magnitud* como fundamento del proceso de medición. La cuantificación de los estados de movimiento y sus cambios", *Revista Educación y Pedagogía*, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, vol. XVII, núm. 43, (septiembre-diciembre), 2005, pp. 127-140.

Original recibido: septiembre 2005

Aceptado: diciembre 2005

Se autoriza la reproducción del artículo citando la fuente y los créditos de los autores.