Fósiles matemáticos

Antonio Vélez M.

En biología son comunes los llamados *fósiles vivientes*. Las ostras, por ejemplo, son las mismas de hace quinientos mil siglos y el celacanto lleva muchísimos milenios sin mostrar cambios aparentes. En el mundo de la cultura también existe multitud de entes que no han cambiado de manera sustancial, fósiles culturales vivientes: alfabetos, notación musical, himnos nacionales, reglamentos de muchos deportes, títulos nobiliarios, reglas de cortesía... Y no olvidemos el uso absurdo de los números romanos, antiguos como los mismos monumentos en que aparecen, e injustificados cuando de nombrar los siglos se trata. Pero no resulta tarea fácil salir de allí: el problema de cambiar la cultura es desalentador, pues el espíritu conservador del hombre se alía razonablemente con las incomodidades que acarrea todo cambio.

En las matemáticas, terror de muchos humanos, existen algunos fósiles vivientes que podrían eliminarse gradualmente y sin traumas mayores. La ventaja en este caso es que no tenemos que aprender nada nuevo; sólo olvidar parte de lo viejo. Eliminar algunos temas de los enseñados en el tablero y sustituirlos por prácticas en el computador, con el fin de familiarizar al estudiante con el *software* disponible ahora en el mercado (*Derive, Maple* o *Mathematica*). Recordémosle al lector que por medio de estos poderosos programas se puede llevar a cabo la parte operativa de todas las matemáticas enseñadas en las carreras de ingeniería, economía y administración, así como las matemáticas requeridas en infinidad de programas de postgrado, de tal suerte que en pocos segundos se obtienen los resultados, muchas veces usando procedimientos que están por fuera del alcance de las matemáticas con papel y lápiz.

Bien sabido es que el computador personal está disponible en cada oficina, o, por su precio, al alcance de todo profesional, y a esto se suma la aparición de potentes calculadoras de bolsillo, que más que calculadoras son pequeños computadores (*Handheld* o *PocketPC*). Lo mismo ocurre con los programas o *software*, que cada vez son más rápidos, potentes, versátiles, y confiables; además, están dotados de una precisión inalcanzable por otros procedimientos, amén de ser a prueba de olvido. Y si esto no parece suficiente, ofrecen también la posibilidad de elaborar programas de simulación al gusto del usuario.

Al disponer de la información matemática en medio electrónico, es posible llevar consigo esos conocimientos a todos los sitios de trabajo. Pueden, asimismo, editarse los resultados y hacérselos llegar instantáneamente al interesado por medio de la internet, o usar la misma red para trabajar en equipo con otros profesionales dispersos por el mundo. Y por añadidura, la información en medio electrónico permite un almacenamiento ordenado, cómodo, de poco volumen y de recuperación instantánea.

Para comenzar la depuración, hablemos del alfabeto griego en la escritura matemática. Se trata de un fósil viviente de la época del lápiz, cuando daba igual escribir β que *b*, pero ahora es firme candidato a desaparecer o, por lo menos, a tener menos presencia, dado que los caracteres griegos no aparecen directamente en el teclado del computador, la nueva máquina de escribir. Y como resulta inevitable utilizar el computador como auxiliar matemático, sería recomendable comenzar pronto a modificar la escritura científica convencional y escribir las expresiones, hasta donde sea posible, usando un solo nivel de escritura; por ejemplo, escribir X^2 por X^2, y 2/5 en lugar de la fracción con la raya horizontal. Anotemos que en algunas calculadoras ya viene el símbolo "^" para la potenciación. No sobra advertir que todo cambio propuesto debe pasar por un periodo de prueba y ajuste.

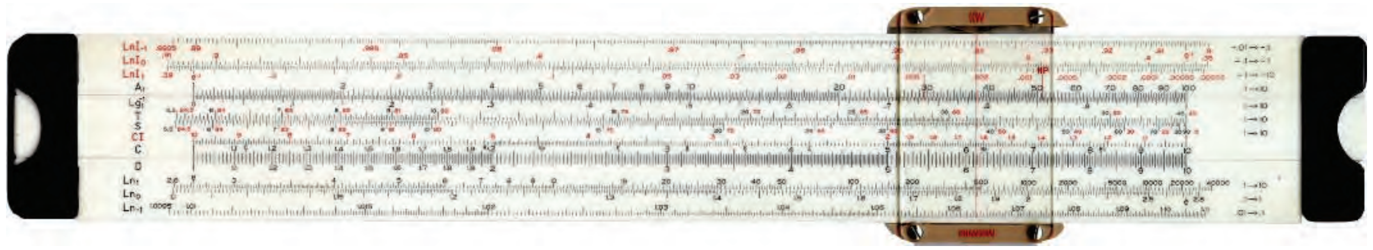
Es fácil darse cuenta de que las matemáticas elementales que se enseñan ahora son prácticamente las mismas de hace medio siglo, época en que los cálculos numéricos representaban enormes dificultades por falta de herramientas efectivas. Pero ahora las máquinas electrónicas hacen, en instantes y sin errores, los cálculos numéricos y la mayor parte de las matemáticas operativas, lo que deja tiempo para estudiar los conceptos, los teoremas y las aplicaciones. Esto es, más tiempo para pensar.

Por eso se hace imperativo revisar los programas de matemáticas a fin de enfrentar los desafíos del siglo XXI. El tablero debe reservarse principalmente para el estudio de la sintaxis matemática, los conceptos, los algoritmos, algunos teoremas destacados y las aplicaciones. La parte operativa se hará, en su mayor parte, en los equipos electrónicos. Al reducir el volumen de lo enseñado, quedará tiempo libre para la redundancia, para repetir, memorizar, amenizar el curso con anécdotas refrescantes, insistir en los conceptos y aplicaciones, discutir las ideas centrales, ejercitar destrezas o llevar a cabo la experimentación... En otras palabras, se le roba tiempo a la adquisición de información para dedicarlo a la formación; se privilegia la inteligencia a costa de la memoria. Recordemos que la información suelta se olvida; pero si se encuentra estructurada, vale decir, ensamblada con el resto de los conocimientos, experimentada y comprendida a cabalidad, dura el resto de la vida. Es un seguro a prueba de olvido.

Recordemos que antes de inventarse los modernos equipos de cálculo, las operaciones aritméticas eran laboriosas y propensas al error. Con el fin de aliviar tal situación, se idearon recursos *ad hoc*, que siguen vivos aun sin que existan ya las razones originales que los trajeron a la vida. Por ejemplo, para sumar varias fracciones todavía se acostumbra reducirlas previamente a un mínimo común denominador, operación que hace más difícil el aprendizaje y más lenta la operación, al tiempo que acelera el olvido. Un anacronismo cultural. La razón de su origen es que si al final se deseaba convertir la fracción resultante en un número real, la división exigida era más simple. Hoy día no es más simple: con las calculadoras científicas, es igual dividir entre 2 que entre 2.2.

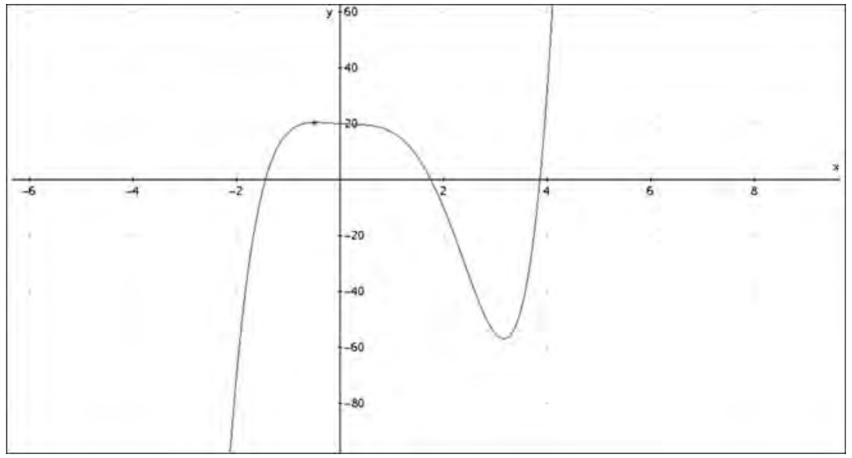
Un caso similar se presenta en la racionalización de expresiones con radicales en el denominador, otro procedimiento arcaico, de la época en que dividir era una tragedia. Por ejemplo, un cálculo rápido nos lleva a que el seno de 45 grados es $1/\sqrt{2}$, pero, con el único fin de facilitar la división, se acostumbra racionalizar el denominador y convertir el valor anterior en $\sqrt{2}/2$. Trabajo inútil.

Resulta imperativo en este siglo que comienza, el de las lu-



ces aportadas por los computadores y el *software* especializado (estadística, matemáticas financieras, cálculo de estructuras etc.), eliminar temas que son ya por completo innecesarios, así como se eliminaron las tablas trigonométricas y logarítmicas y se eliminaron la regla de cálculo y la nomografía (un profesor decía que nadie es más pobre porque no sepa sacar una raíz cuadrada a mano). No hay razón para seguir enseñando las funciones: cotangente, cosecante y secante, desarrolladas para el paleozoico tecnológico. Por ser inversas de las funciones seno, coseno y tangente, respectivamente, al tenerlas tabuladas se evitaban divisiones engorrosas. Pero, ya se dijo, para los cerebros de estado sólido no existen divisiones engorrosas. Al eliminar las tres anticuadas funciones, se eliminan también las identidades que las relacionan, y se reducen a la mitad las definiciones y las fórmulas para derivarlas e integrarlas. Algo similar puede decirse de las funciones hiperbólicas, verdaderas reliquias. Por la enorme dificultad de calcular la función exponencial e^x, se introdujeron unas funciones análogas a las trigonométricas, con su séquito de relaciones y fórmulas para derivarlas e integrarlas. Hoy el cálculo con las funciones exponenciales se ejecuta pisando una tecla en cualquier calculadora científica. Menos fórmulas para memorizar y más tiempo para entender.

La graficación de funciones, herramienta fundamental de estudio e investigación, es demasiado limitada con los métodos de lápiz y calculadora. En cambio, el *software* disponible permite hoy en fracciones de segundo, obtener gráficas



completas y minuciosas, no sólo de curvas, sino de familias de curvas. Y en las gráficas es posible hallar instantáneamente y con la precisión que se requiera los ceros o raíces de funciones, lo que hace innecesario enseñar el laborioso Método de Newton-Raphson. También es posible resolver desigualdades, operación que pone a temblar a cualquier ingeniero, y con mayor razón a un primíparo universitario.

El cálculo de máximos y mínimos de una función, la determinación de su concavidad, de sus puntos de inflexión y de los intervalos en que es ascendente o descendente son problemas que se resuelven en un solo paso contando con una buena gráfica. Podría muy bien decirse que las soluciones saltan a la vista. Más aún, dada la velocidad y versatilidad de los programas de graficación por computador, quedamos capacitados para realizar una pequeña investigación alrededor del problema representado por la ecuación sometida a estudio. Amén de lo anterior, es posible tabular funciones, operación de gran utilidad práctica. Asimismo, podemos elaborar gráficas en tres dimensiones, campo en que el cerebro desnudo, el lápiz y la calculadora corriente resultan bastante incompetentes.

Con el fin de ilustrar la potencia de la graficación para resolver problemas de álgebra y cálculo, analicemos la función $Y = X^5 - 4X^4 + X^2 - X + 20$, usando el programa *Derive*. La gráfica obtenida se muestra a continuación. En ella descubrimos que la función tiene tres ceros o raíces reales, A=-1.428571, B=1.753968 y C=3.857143, valores obtenidos señalando con el ratón y leyendo los valores en una ventana suministrada por el mismo programa. Debe anotarse que la obtención de las raíces no enteras de una ecuación de quinto grado, como la analizada aquí, es un problema que está por fuera de los recursos matemáticos de los estudiantes de cálculo. De igual modo hallamos, o leemos, el máximo, punto D (-0.5238095, 10. 58824), y el mínimo, punto E (3.15873, -66.76471). Si se desea aumentar la precisión, basta ampliar la parte de la figura que nos interesa y repetir el proceso.

Ahora bien, si además quisiéramos resolver la desigualdad $Y = X^5 - 4X^4 + X^2 - X + 20 < 0$, asociada con la función dada, bastaría mirar la gráfica y encontraríamos que se cumple para todos los puntos cuya abscisa sea menor que -1.428571 o estén entre 1.753968 y 3.857143. Si se tratara de una investigación, destacaríamos el hecho de que alrededor del máximo la curva es muy plana, lo que nos permitiría variar un poco la abscisa sin menoscabo del valor de la función, un hecho importante y que no aparece de forma tan evidente cuando se utilizan los recursos proporcionados por el cálculo diferencial.

Adicionalmente, los programas disponibles permiten darnos el lujo de la animación o, si es del caso, podemos variar parámetros importantes con la escala de valores deseada. Lo anterior nos capacita para examinar, en segundos, el comportamiento de un fenómeno, cubriendo así un amplio rango de valores de los parámetros. En realidad, el *software* de matemáticas es una herramienta más de investigación que de cálculo.

La regla de Simpson se utiliza para hallar el valor aproximado de una integral definida. Es básicamente un método para usar con papel, lápiz y una calculadora sencilla. La razón de su existencia es, de nuevo, las limitaciones ya superadas de los recursos de cálculo. Descanse en paz Simpson, ya que hoy podemos efectuar integrales definidas directamente a partir de las sumas de Riemann, al instante y con la precisión que necesitemos. Mejor aún, si contamos con un computador o una calculadora avanzada podremos hallar la integral definida directamente usando el poderoso *software* de integración disponible.

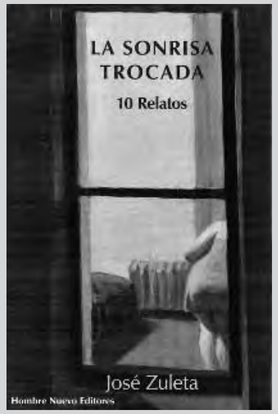
Y el recorte de ramas inútiles y abundantes puede continuar con las interminables y fugaces recetas para integrar funciones o para resolver ecuaciones diferenciales, y con el laborioso cálculo de límites, y con los no menos fugaces métodos para determinar la convergencia de series infinitas, con la ventaja adicional de que el computador nos entrega lo más importante para las series convergentes, sus sumas. Todo lo que se requiere es aprender la sintaxis exigida por el *software* usado, para lo cual unos pocos minutos bastan. Porque el computador es, como se dice popularmente, un instrumento a prueba de tontos.

Terminemos diciendo que los cambios propuestos economizarían diariamente en el mundo miles de millones de horas de estudio y memorización, cargosas, aburridoras e innecesarias. Una poda gigante y saludable, además una bendición para los estudiantes de nuestro planeta. Menos pero mejor: menos material pero mejor aprendido. Y esto no es todo: existen más reliquias matemáticas, y multitud de problemas que pueden resolverse directamente en el computador. Prácticamente toda la matemática universitaria queda al alcance de los dedos en el teclado y no se requieren muchos dedos de frente. Lo aquí propuesto es solo un comienzo tímido para simplificar la vida estudiantil y armonizar los programas de estudio con el desarrollo tecnológico. Amén.

Antonio Vélez M. (Colombia)

Ingeniero electricista y máster en matemáticas de la Universidad de Illinois, Estados Unidos. Autor de varios libros, entre ellos: *El hombre, herencia y conducta* (1990), *Del big bang al Homo sapiens* (1998), *Medicinas alternativas: una visión crítica desde la ciencia* (1997), *Parasicología: ¿realidad, ficción o fraude?* (2000), *Principio y fin y otros ensayos* (2000).

Recomendados



José Zuleta
La sonrisa trocada
Hombre Nuevo Editores
Medellín, 2008

Horacio Benavides
De una a otra montaña
Dirección Cultural de Divulgación Cultural
Universidad Nacional de Colombia
Bogotá, 2008

Efrén Giraldo
La crítica del arte moderno en Colombia, un proyecto formativo
La Carreta Editores, Alcaldía de Medellín,
Secretaria de Cultura Ciudadana
Medellín, 2007