

Geometría para la inclusión escolar, una posibilidad a nuestro alcance: el caso de las secciones cónicas

*Jaime Andrés Carmona Mesa*¹

*Carlos Mauricio Arango ríos*²

*Carlos Julio Echavarría Hincapié*³

Universidad de Antioquia

Resumen

Este artículo es una síntesis del trabajo de grado «Hacia una educación matemática para la inclusión escolar. Contribuciones de una propuesta pedagógica basada en la geometría a partir de la metodología aula taller», donde se lograron identificar, frente a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, algunos aportes del estudio de la geometría euclidiana, a partir de la metodología del aula taller en el contexto de la inclusión escolar. Así, en este trabajo se describen algunas experiencias desarrolladas con estudiantes con diversas motivaciones, realidades sociales y potencialidades, pertenecientes al grado décimo del colegio Euskadi de la ciudad de Medellín, Colombia, surgidas del diseño y aplicación de algunas estrategias que los incluyeran en la construcción de conceptos matemáticos. Analizando cualitativamente los procesos en la construcción del conocimiento de los estudiantes en cada una de las actividades y considerando *la mediación de la geometría entre el mundo real y las matemáticas y el aula taller como posibilidad de una metodología activa en un contexto inclusivo*, es posible en la clase de matemáticas ser exigente con las capacidades de cada individuo.

1 Estudiante de la licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, Colombia. Integrante del grupo de investigación Matemáticas, Educación y Sociedad (MES). Correo electrónico: andres.carmona.udea@gmail.com

2 Estudiante de la licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, Colombia. Correo electrónico: ffyto@hotmail.com

3 Matemático de la Universidad de Antioquia, Colombia. Docente del CEFA y de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Correo electrónico: carlosjeh05@gmail.com

Palabras claves: metodología del aula taller, geometría euclidiana, enseñanza de las matemáticas.

Geometry for school inclusion, a possibility within our grasp: the case of conic sections

Abstract

This article is a synopsis of the final paper «Towards mathematical education for school inclusion. Contributions from a pedagogical proposal based on geometry from the classroom-workshop methodology», which identified, within the processes of teaching and learning of mathematics, some contributions of Euclidean geometry, based on the methodology of classroom-workshop in the context of school inclusion. This article describes some experiences with students having diverse motivations, social realities, and potentials who were coursing tenth grade at the Euskadi school in the city of Medellín, Colombia; such experiences resulted from the design and implementation of strategies intended to include students in the construction of mathematical concepts. By qualitatively analyzing the students' processes in the construction of knowledge during each activity and considering the mediation of geometry between the real world and math, and the classroom-workshop as a possible active methodology in an inclusive context, the math class can be demanding with each individual's capabilities.

Key words: classroom-workshop methodology, Euclidean geometry, the teaching of mathematics.

La geometría: entre el objeto y el concepto

Desde la mitad del siglo XX hasta la actualidad, la geometría, tanto tridimensional como bidimensional, y en relación con la enseñanza de las matemáticas, ha sido ignorada y limitada a un análisis de figuras simples con sus respectivas propiedades (Kilpatrick, 2009; Guzmán, 1993). Esta tendencia responde a las directrices de una enseñanza tradicional de la ciencia, la cual excluye a un gran número de estudiantes que bajo esta concepción “carecen” de las capacidades necesarias para la elaboración de un conocimiento matemático.

En este sentido, Rivas plantea que esta concepción pedagógica sobre las matemáticas, en convivencia con prácticas tradicionales de la enseñanza, negará las potencialidades creativas del conocimiento del alumno, creando «hacia los saberes matemáticos del currículo las hiladas de un tejido aversivo y de odio (*in crescendo*), que más tarde se habrá de convertir en uno de los factores endógenos del retraso académico, de la deserción escolar y la exclusión social» (2005: 165).

En el marco de la anterior situación, este trabajo toma los aportes de Guzmán (1993, 1998) a la enseñanza de las matemáticas, pues las considera como una construcción lograda mediante la modelización de los fenómenos de la realidad.⁴ Por lo que es pertinente distanciarse de los procesos memorísticos y mecánicos, desarticulados del contexto educativo y del interés de los alumnos.

Así, la opción de reconocer la importancia de articular la cotidianidad con la enseñanza de las matemáticas implica un cambio en la forma en que se presentan los contenidos de esta disciplina, en los cuales los procesos de enseñanza y aprendizaje se fundamenten en un acercamiento a materiales tangibles, involucrando al estudiante en la construcción del conocimiento y desarrollando asimismo la creatividad y la capacidad de matematizar las estructuras complejas de la realidad.⁵

Históricamente, el hombre, con la constante intención de comprender el mundo, exploró estructuras de la realidad relacionadas con la multiplicidad y el espacio,

4 Aspecto resaltado por Alsina (2008).

5 Guzmán añade: «En esta interacción con la realidad, con la estructura de la naturaleza, la matemática va desarrollándose, profundizando y abarcando campos más amplios» (1998: 7).

lo que originó la aritmética y la geometría (Guzmán, 1998). Así, el pensamiento matemático surgió y estableció estrechas relaciones con el mundo real.

Es por esto que enseñar matemáticas y, en particular, educar geoméricamente debe proporcionar una buena formación para la vida en relación con la visualización, exploración, manipulación, experimentación, argumentación, procesos de razonamiento y justificación, entre otros (Santa, 2011).

Por lo planteado anteriormente, y considerando la geometría como una herramienta que permite al hombre articular la realidad con las ideas abstractas, una enseñanza de las matemáticas mediante la geometría posibilitaría presentar los conceptos de una forma más asequible a los estudiantes, donde los contenidos no sean absolutos e irrevocables, con lo que se abriría la oportunidad de acercarse a estos teniendo en cuenta las situaciones cotidianas. De este modo, se pueden lograr estrategias que recuperan el sentido del quehacer matemático, centrándolo en la construcción de esquemas mentales que tratan de explicar el mundo real.

En este sentido, es necesario diseñar estrategias que propicien la enseñanza de la geometría, en las cuales, además de implicar al estudiante en la construcción de conocimiento, los procesos desarrollados tengan un carácter progresivo, partiendo de lo concreto y tangible y finalizando en lo abstracto y complejo.

La inclusión escolar

La inclusión es un concepto que surge en los años noventa. Hace referencia al modo en que la escuela debe dar respuesta a la diversidad, pretendiendo erradicar la exclusión escolar e integrando a estudiantes de todo tipo en una misma comunidad educativa (UNESCO, 2004). Estudiantes con grandes virtudes, diferentes capacidades y aspectos culturales o problemáticas sociales confluyen en un lugar donde la diferencia no es extraña, sino el más común de los rasgos humanos (Parrilla, 2005).

Entender el concepto de inclusión es de suma importancia. Lo es aún más aplicarlo de forma adecuada. A propósito, Echeita (2013) señala que la inclusión no consiste en hacer sentir bien al estudiante; más bien debe entenderse como la preocupación por un aprendizaje y un rendimiento escolar de calidad y exigente con las capacidades de cada estudiante. En este sentido, la inclusión aparece como un elemento integrador

para la comunidad y cada uno de sus sujetos en el conjunto global que se denomina sociedad y posibilita acceder al conocimiento con base en las capacidades particulares para aprender.

En la actualidad se discute el término que se ha de usar para referirse a un estudiante que presenta mayores dificultades con respecto a sus compañeros, para generar aprendizajes sobre los conceptos que con base en el contexto específico se consideran pertinentes y acordes para su edad. En estas discusiones se debaten términos como *necesidades educativas especiales o barreras para el aprendizaje y la participación* (Booth & Ainscow, 2002). En esta investigación se considera que la importancia no radica en cómo denominar a estos estudiantes, sino más bien en las propuestas metodológicas y actividades con el fin de atender convenientemente las mencionadas necesidades o barreras.

Como respuesta a la diversidad de necesidades educativas de los estudiantes, surge un concepto como *adaptación curricular*, definida por la UNESCO como «las estrategias y los recursos adicionales que implementan las escuelas con el propósito de facilitar el acceso y progreso de estudiantes con necesidades especiales en el currículo» (2004: 110).

Con base en estas ideas, se puede inferir que cuando se desarrollan procesos educativos dentro de un contexto de inclusión escolar, es de suma importancia considerar las limitaciones del alumno en el momento de planear la metodología, los contenidos y, sobre todo, la evaluación.

El contexto de la investigación

Esta investigación se desarrolló en el colegio Euskadi de la ciudad de Medellín, Colombia. Para ello, se contó con la participación de 20 estudiantes del grado décimo, entre 15 y 18 años de edad. Algunos de estos estudiantes, según el diagnóstico médico, presentan trastorno por déficit de atención e hiperactividad, autismo, retardo cognitivo, trastorno oposicional desafiante, entre otros.

A partir de las observaciones realizadas acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desarrollados en la institución, se evidenció la necesidad de proponer metodologías que propiciaran espacios inclusivos para la construcción conceptual.

Propósitos de la investigación

Considerando el panorama anterior, con esta investigación se pretende *identificar algunos aportes del estudio de la geometría en la escuela a través de la metodología del aula taller, frente a los procesos de enseñanza y aprendizaje en las matemáticas inmersos en un contexto inclusivo*.

En esta investigación se construyeron algunas estrategias metodológicas para la enseñanza de la geometría, las cuales fueron implementadas en el contexto antes descrito, para conceptuar sobre las formas en que podría enseñarse geometría en la escuela, en relación con el ideal de posibilitar una enseñanza de las matemáticas que sea inclusiva y permita que cada estudiante participe en el proceso de construcción del conocimiento, reconociendo sus fortalezas y limitaciones.

Acerca de la enseñanza de la geometría para la inclusión escolar

Al considerar el rol mediador de la geometría entre el mundo real y el de las ideas abstractas, la educación geométrica supone una gran importancia para el aprendizaje de contenidos matemáticos. Pero no cualquier metodología de enseñanza logra presentar este rol, que permite además que estos contenidos enseñados sean más interesantes al hacerse menos ajenos a la realidad perceptible.

Según las características particulares del grupo analizado, surgió la necesidad de implementar metodologías activas que incluyeran al estudiante en la construcción de los conceptos y modificaran también el rol tradicional del docente como un simple transmisor, el de los alumnos como receptores pasivos de la información —no se les reconocía la diversidad de potenciales— y la priorización en los procesos como la memoria y la repetición (Johnson, Johnson & Smith, 2006).

Para que la enseñanza y el aprendizaje sean procesos activos, se deben crear situaciones donde los estudiantes trabajen en equipo, discutan, argumenten y evalúen constantemente lo que han aprendido.

A partir de la experiencia de quienes escriben este artículo, y sustentados en los aportes de Pasel (1993), se consideró que una de las posibles y adecuadas vías es la metodología del aula taller.

En la actualidad existen diversos conceptos del significado de *aula taller*. Erróneamente, muchas instituciones educativas dicen tener un aula taller de matemáticas, al dotar un espacio con algunos materiales, como bloques lógicos, reglas, compás, rompecabezas y cuerpos sólidos. Pero el aula taller debe ir mucho más allá de ser un simple lugar “dotado especialmente” para convertirse en un espacio donde se articulen la práctica y la teoría, donde tanto el docente como los estudiantes modifiquen su posición pasiva (Pasel, 1993).

De este modo, el maestro será el diseñador, guía y evaluador de las actividades realizadas, mientras que los alumnos desempeñarán un papel fundamental en la construcción de conocimiento, siendo movilizados de sus posturas pasivas. Mediante la elaboración, manipulación y observación de objetos reales, podrán ser iniciados en el fortalecimiento de los conceptos abstractos de las matemáticas (Pasel, 1993), siempre partiendo de lo concreto y simple y llegando a lo más complejo.

Se supone entonces un docente que esté dispuesto a aprender de los hechos sucedidos, incluso a aprender de sus mismos alumnos, y logre rediseñar constantemente su proceder, y también unos estudiantes que puedan dudar, errar en el proceso y sean capaces de construir conocimientos más claros y estructurados. Para ello, el docente puede construir guías de trabajo con un carácter progresivo en su complejidad conceptual, y debe seleccionar con anterioridad el material tangible con el que los estudiantes puedan interactuar, con el fin de establecer las propiedades matemáticas del mundo y de los cuerpos, relacionando el concepto abstracto con el objeto real y articulando la teoría con la práctica.

Es importante además considerar la dimensión social de la metodología del aula taller. Esta se hace evidente cuando los estudiantes trabajan en medio de un grupo en constante interacción, donde se comparten opiniones e inquietudes, sea cual fuere el tipo de actividad desarrollada, individual o colectiva. Dicha situación debe ser estimulada y regulada por el docente; se dará el espacio para el intercambio de las ideas y las discusiones, donde los aportes de cada estudiante sean valorados y respetados.

Por otra parte, diseñar actividades de carácter progresivo en los niveles de complejidad permite que cada estudiante explore los conceptos de forma particular y acorde con sus propias capacidades. Ello

posibilita que el aula taller se acomode con facilidad a contextos de inclusión escolar, donde no se pretende simplemente que en un mismo espacio confluyan sujetos de todas las características, sino que la enseñanza sea exigente y acorde con los diversos y singulares gustos y capacidades de aprendizaje.

Propuesta metodológica

A continuación se describe la propuesta metodológica que se desarrolló con los estudiantes en torno a las secciones cónicas. Las actividades se presentaron con la intención de que los alumnos fueran adquiriendo los conocimientos necesarios para continuar a un siguiente nivel, es decir, partieran desde un sentido muy perceptivo de la geometría hasta una formalización propia del rigor matemático. Para ello se diseñaron guías de trabajo entrelazadas, conforme a la idea de ir cimentando una tras otra las bases del desarrollo de la siguiente actividad.

Según un orden esquemático, se construyeron tres actividades contenidas en una unidad didáctica. La primera de ellas (ver ilustración 1) tenía como propósito la manipulación de un cono de madera seccionado y la observación de las curvas generadas por los cortes. Su objetivo se centró en identificar el porqué del nombre de *secciones cónicas* a curvas como la circunferencia, la elipse, la parábola y la hipérbola, algo que en apariencia se muestra como sencillo y poco determinante, pero que por la obviedad de la situación se suele dejar pasar por alto, llevando a que el estudiante no comprenda con claridad que esas curvas que se estudian en las matemáticas se derivan de los cortes específicos realizados en un cono (Ibáñez, 2002).

El segundo momento de la primera actividad (ver ilustración 2) se enfoca en caracterizar y establecer algunas propiedades generales de las secciones cónicas siguiendo una serie de instrucciones que, por medio del doblado de papel, permiten construir las cuatro curvas antes descritas (Santa, 2011). Este trabajo fue un complemento del realizado con el cono y se trabajó en la misma clase.

La segunda actividad (ver ilustración 4) centra su atención en el trazado de la parábola, la elipse y la hipérbola, identificando en el proceso de construcción de ellas sus propiedades fundamentales y articulando sus características de orden geométrico con la representación analítica de estas curvas, conocidas como *ecuaciones canónicas* (Echavarría & González, 2000).

Para los trazos es necesario el uso adecuado de la regla y el compás. Es importante realizar actividades que permitan a los estudiantes utilizar las herramientas mencionadas para el trazo de perpendiculares o paralelas o la bisección de segmentos en partes iguales.

La tercera actividad se planteó para establecer las ecuaciones que representan analíticamente a estas curvas, las cuales deben partir de los razonamientos adquiridos en las actividades antes desarrolladas, donde se establecieron las propiedades que cumplen los puntos que conforman cada sección.

Por la forma en que se plantea esta investigación se consigue que cada estudiante construya las tres curvas posibles, las que decida y alcance en el tiempo disponible —aproximadamente dos horas—. Así, cada uno podrá desarrollar y estudiar sus propias construcciones, siguiendo las indicaciones impresas en las guías para las actividades, y observar los hallazgos realizados por sus compañeros.

La experiencia del aula taller en la clase de matemáticas

Se realizaron los análisis de forma cualitativa, enfocando la atención en los procesos de construcción de conocimiento de los estudiantes participantes en cada una de las actividades, lo que facilitó contrastar las diferentes implicaciones de estas en sujetos con diferentes motivaciones, realidades sociales y potencialidades.

Estos análisis se realizaron a la luz de dos categorías: *la mediación de la geometría entre el mundo real y las matemáticas* y *el aula taller como posibilidad de una metodología activa en un contexto inclusivo*.

La recolección de la información se hizo por medio de registros de audio y video y también del análisis de las respuestas y procesos generados al desarrollar las actividades planteadas.

Los episodios analizados se seleccionaron de acuerdo con las categorías que emergieron en el desarrollo de la investigación.

A continuación se presenta las actividades desarrolladas sobre las secciones cónicas.

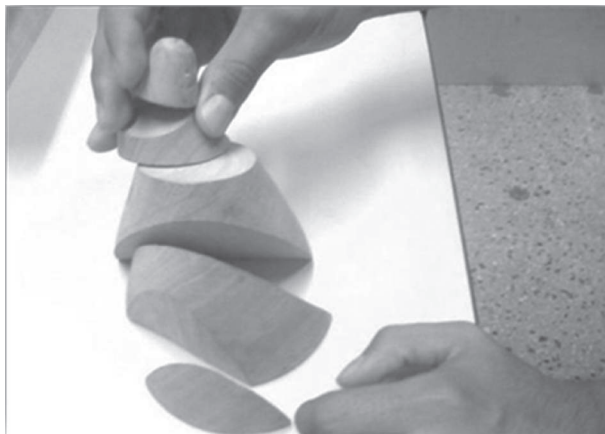


Ilustración 1. Solido de sección cónica.

En la primera actividad, el E1⁶, que en su diagnóstico psicopedagógico presenta *autismo con alta funcionalidad* —por lo que se caracteriza como un estudiante con alteraciones en sus dimensiones social, comunicativa y conductual y con dificultades en la representación de símbolos—, identificó el cono como un cono de helado y asoció además este cuerpo con una “carpa de indio”. Al iniciar el desarme del sólido, no fueron suficientemente claras las figuras formadas, puesto que, por más cortes que se realizaran en este cuerpo, para el E1 era el mismo “cono”. Esto es consecuencia del pensamiento abstracto de las personas con autismo: captan la idea o imagen general y se les dificulta fragmentarla.

Sin embargo, las dudas en el proceso pudieron ser aclaradas luego de realizar un acompañamiento más cercano, lo que permitió que el E1 lograra identificar que “en los cortes se generaban ciertas figuras”, las cuales se relacionaban, por ejemplo, con la circunferencia, “solo que unas más anchas que otras” —para el caso de la circunferencia y la elipse—. Con todo, no logró identificar las características particulares de cada tipo de corte.

La presentación de las actividades como guías de trabajo permitió que fuera posible realizar un acompañamiento más personalizado con los estudiantes que presentaron mayores dificultades que el resto de sus compañeros, los cuales trabajan de forma individual o con la ayuda de sus pares.

En relación con las otras dos secciones, el E1 solo identificó que la hipérbola parecía estar formada por

dos parábolas y era similar además en su forma a un reloj de arena, lo que demostraba un análisis desde la percepción geométrica, desde el reconocimiento visual, generado sin abstraer propiedades para relacionarlas. Finalizando la actividad, el E1 argumenta que “las secciones cónicas tienen su nombre por la relación entre ellas y un cono”, pero no estableció las propiedades matemáticas que las caracterizan, y sus descripciones se refirieron a ciertos objetos que le son conocidos.

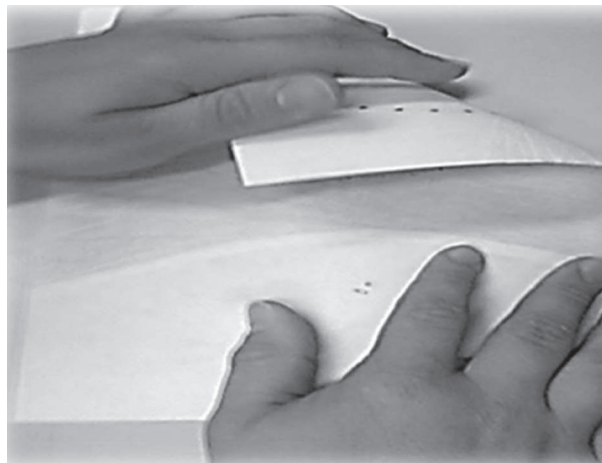


Ilustración 2. Construcciones por medio del doblado de papel.

En el segundo momento de la primera actividad, el E2, diagnosticado con *trastorno por déficit de atención e hiperactividad* (TDAH) con predominio hiperactivo-impulsivo, razón por la que suele estar bastante inquieto en las clases y se distrae con gran facilidad, presenta dificultades para realizar sus actividades tranquilamente e interrumpe constantemente las de los demás. Seleccionó la elipse y la hipérbola para realizarlas por medio del doblado de papel, pues estas curvas cautivaron su atención.

El E2 siguió las indicaciones propuestas en la guía correspondiente a las curvas seleccionadas, sin grandes dificultades, generando en el proceso dos construcciones que, salvo detalles menores, se aproximaban con gran exactitud a las dos cónicas que inicialmente había elegido. Es importante destacar que su discapacidad no fue un impedimento para realizar las actividades; por el contrario, su energía se dirigió a un desarrollo de contenidos que, en contraste con sus compañeros, fue mayor.

4 Con referencia a los tres estudiantes analizados, se escribirá E1, E2 y E3.

En la construcción de la elipse no le fue suficientemente clara la relación existente entre los puntos de esta y los puntos O y F (focos de la elipse), aunque, por las características de la curva, aseveró que debería existir dicha relación. En el desarrollo de la hipérbola (ver ilustración 3), describe que aparentemente está conformada por dos parábolas simétricas, con los puntos O y F como focos de estas. Es evidente que aún persisten en el E2 ideas muy perceptivas con respecto a estas curvas, puesto que se debería en este punto lograr relacionar algunas de las propiedades matemáticas de las curvas, incluso realizar algunas generalidades de estas de forma más lógica y no simplemente perceptiva.

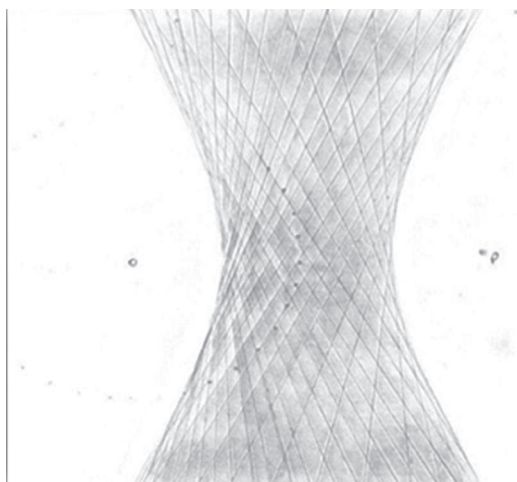


Ilustración 3. Construcción de la hipérbola mediante el doblado de papel (E2).

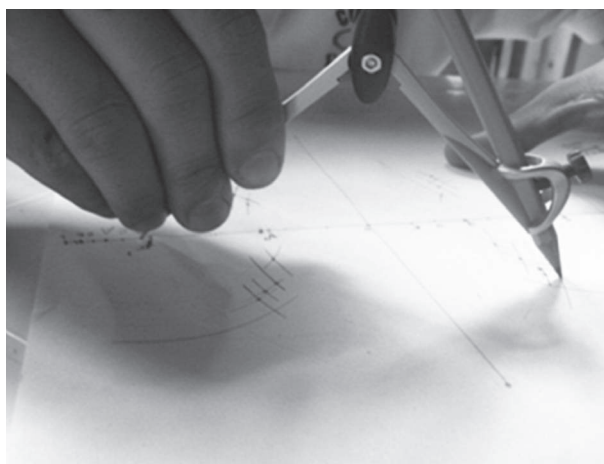


Ilustración 4. Construcción de las secciones cónicas con regla y compás.

En la segunda actividad, la E3, una estudiante regular o promedio, realizó la construcción de la hipérbola. En los trazos evidenció un manejo adecuado de las herramientas de trabajo, aunque fueron necesarias algunas intervenciones por parte de los practicantes; por ejemplo, en los momentos de la construcción de perpendiculares. Es significativo señalar que la E3 suele contribuir activamente a los procesos de sus compañeros. Así, ella avanzaba en su construcción y también ayudaba a sus compañeros a desarrollar la propia.

Tras construir la hipérbola, la E3 comenzó con el análisis de las propiedades que cumplen cada uno de los puntos pertenecientes a la curva. Así, calculando la magnitud de las distancias entre los puntos y los focos, identificó que al restar la distancia entre los puntos a cada uno de los focos, el valor que resultaba era constante, y teniendo presentes los errores e imprecisiones propios de este tipo de construcciones, logró aproximarse a la propiedad formal que cumplen los puntos que conforman la hipérbola (ver ilustración 3). La E3 demuestra un manejo adecuado del lenguaje y unos conocimientos previos necesarios para este trabajo. Además establece propiedades partiendo de sus clasificaciones lógicas y de la definición del concepto de igualdad.

El E1, en la tercera actividad, logró un aprendizaje, pero no alcanzó los objetivos básicos propuestos. Las dificultades surgieron desde el primer momento en que intentó comprender lo que debía hacer, a pesar de que había llegado a comprender algunas de las características de las curvas a través de la observación y manipulación de las mismas.

En este sentido, los avances más significativos del E1 surgieron cuando se le explicó que las curvas podían ser representadas de una forma diferente a la gráfica, esto es, como las expresiones analíticas que la guía de trabajo describía. Así, aunque no comprendiera estas expresiones, pudo conocer el origen de las mismas.

El E1, en este momento, llegó al máximo de su potencial: no logró establecer propiedades ni relaciones entre las curvas y mucho menos una comprensión axiomática de las matemáticas, quedando solo en análisis perceptivos de las figuras.

En esta misma actividad, el E2 logró identificar expresiones analíticas que representaban las secciones

cónicas. Comenzó con la parábola. Para ello partió de la propiedad que cumplen los puntos que conforman la curva, utilizó diferentes herramientas matemáticas para resolver y simplificar expresiones y concluyó en una ecuación.

El E2 fue capaz de relacionar las diferentes propiedades que describen las curvas. Se le observó un manejo adecuado del lenguaje y de las definiciones de conceptos propios de la temática. Es capaz de seguir demostraciones y de comprender la estructura axiomática propia de un adecuado razonamiento lógico.

La E3 determinó expresiones analíticas para la parábola y la hipérbola, en un proceso similar al E2. Es pertinente agregar que la E3, haciendo uso de un vocabulario especializado, propio del rigor matemático, logró llegar a las conclusiones partiendo de premisas diferentes. Con respecto a los procesos de la E3, se logró concluir algunas ideas relevantes para esta investigación.

En fin, es importante considerar que más allá de la “cantidad” de aprendizajes que los estudiantes lograron generar en el desarrollo de las actividades aquí analizadas, la importancia está en la “calidad”, en la existencia de una verdadera y clara comprensión conceptual, en la posibilidad de que los alumnos logren articular las ideas trabajadas en clase con el mundo que los rodea.

Consideraciones finales

Es fundamental que el docente, al pensar en la inclusión escolar, reconozca la importancia de considerar las potencialidades e intereses de los estudiantes a la hora de diseñar actividades en relación con los conceptos matemáticos, puesto que cada estudiante realiza la construcción de su conocimiento con base en sus propias particularidades.

Considerando asimismo que existen diversas estrategias para la enseñanza de las ciencias, el aula taller dio a esta investigación posibilidades de redireccionar la disposición para desarrollar las actividades por parte de los alumnos, que fueron implicados en procesos de construcción conceptual que intentan cautivar su interés y estimular tanto su independencia como su trabajo grupal. Por otra parte, se presenta al maestro la oportunidad de modificar su rol, el cual será de guía y diseñador de actividades, además de ser un mediador del aprendizaje encaminado a la inclusión, donde responda a las necesidades y particularidades de sus alumnos.

Es importante reiterar que la metodología del aula taller, más allá de ser una simple ubicación espacial dotada de diversas herramientas, es un lugar donde se logra formalizar los contenidos matemáticos partiendo desde la percepción o intuición. De acuerdo con esa concepción, la presente investigación encontró los mayores aportes de esta metodología de enseñanza y aprendizaje, al posibilitar que el estudiante comprenda la relación que existe entre los conceptos abstractos y los objetos, formas y propiedades que puede observar en su entorno.

Además, las actividades propuestas se fundamentan en la manipulación de material concreto y de guías escritas, las cuales son elaboradas pensando en que el desarrollo en cada momento debe ser progresivo en sus niveles de complejidad y permitiendo que cada estudiante avance en conformidad con su estilo cognitivo, el ritmo de aprendizaje y el apoyo que encuentre de sus compañeros.

El diseño de guías escritas, además de ser un aporte a la comprensión lectora de los estudiantes, facilita que realicen su trabajo con un alto grado de independencia con respecto al docente, y que aquellos más rezagados encuentren en sus compañeros más adelantados un soporte para sus propios procesos, lo que posibilita a su vez que el maestro focalice su acompañamiento en los estudiantes que más lo necesitan. Es por esto que la metodología del aula taller se ha convertido en una herramienta muy importante en el propósito de hacer de las matemáticas un área más inclusiva.

Según las experiencias vividas por los investigadores en el contexto descrito, para que los procesos de enseñanza y aprendizaje desde esta metodología se desarrollen convenientemente, es importante que exista un docente guía por cada 10 estudiantes (número que varía según el contexto) y que los tiempos destinados para las actividades no superen las dos horas de trabajo, con el fin de mantener vivo el interés de los estudiantes.

Es importante además rescatar el rol que la geometría ha desempeñado en esta investigación. Desde un principio, se ha planteado la preocupación por cómo se ha estado enseñando geometría analítica en las aulas de clase. Esta situación ha hecho que aprender matemáticas en las escuelas se haga de una manera diferente a la cual el hombre históricamente ha seguido, partiendo de la observación de su entorno para luego formalizar y abstraer los conceptos que son traducidos al lenguaje matemático.

Relegar la geometría implica absolutamente una ruptura entre los conceptos de la ciencia en cuestión y el mundo que día tras día podemos apreciar, razón por la cual las matemáticas muchas veces son la ciencia de lo extraño y de lo no real, cuando verdaderamente son del carácter de lo humano, ya que responden a la necesidad de entender y conocer el entorno. Así, la geometría no es solo fundamental para esta investigación, sino para todo intento de enseñar matemáticas.

Finalmente, es importante recordar que la inclusión es una de las preocupaciones más relevantes en el marco de la educación actual. Cada docente, desde su área de conocimiento, está llamado a atender dichas preocupaciones, de forma que a las aulas del mundo puedan confluír personas de todas las características, siendo respetadas sus condiciones particulares.

Referencias bibliográficas

ALSINA CATALÀ, Claudi (2008). «Geometría y realidad». En: *Sigma: revista de matemáticas*, N.º 33, pp. 165-179. Gobierno Vasco: Servicio Central de Publicaciones.

BOOTH, Tony y AINSCOW, Mel (2002). *Guía para la evaluación y mejora de la educación inclusiva*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid, CSIE y Consorcio Universitario para la Educación Inclusiva. Traducción y adaptación de Ana Luisa López, David Durán, Gerardo Echeita, Climent Giné, Esther Mi-quel, Sebastián Moratalla y Marta Sandoval.

ECHAVARRÍA HINCAPIÉ, Carlos Julio y GONZÁLEZ MONTOYA, Uriel (2000). *Construcción de cónicas con regla y compás*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia. Texto inédito.

ECHAITA SARRIONANDIA, Gerardo (2013). «Inclusión y exclusión educativa. De nuevo, “Voz y quebranto”». En: *REICE*, Vol. 11, N.º 2, pp. 99-118. Facultad de Formación de Profesorado y Educación de la Universidad Autónoma de Madrid: Red Iberoamericana de Investigación sobre Cambio y Eficacia Escolar.

GUZMÁN OZÁMIZ, Miguel de (1993). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Libro electrónico. Organización de Estados Iberoamericanos para

la Educación, la Ciencia y la Cultura (OIE). Cf. <http://www.oei.es/edumat.htm>

GUZMÁN OZÁMIZ, Miguel de (1998). «Matemáticas y estructura de la naturaleza». En: MORA TERUEL, Francisco y SEGOVIA DE ARANA, José María (Coords.). *Ciencia y Sociedad. Desafíos del conocimiento ante el tercer milenio*, pp. 329-357. Oviedo: Fundación Central Hispano, Ediciones Nobel. Cf. <http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/old/03alfondo/matyestructura/matyest.htm>

IBÁÑEZ TORRES, Raúl (2002). «Secciones cónicas». En: *Sigma: revista de matemáticas*, N.º 20, pp. 12-38. Gobierno Vasco: Servicio Central de Publicaciones.

JOHNSON, David W., JOHNSON, Roger T. y SMITH, Karl A. (2006). *Active Learning: Cooperation in the College Classroom*. 8.ª ed. Edina, Minnesota: Interaction Book Company.

KILPATRICK, Jeremy (2009). «The Mathematics Teacher and Curriculum Change». En: *PNA*, Vol. 3, N.º 3, pp. 107-121. Sevilla: Junta de Andalucía.

PARRILLA, Ángeles (2005). «¿Compañeros de pupitre? Claves para el trabajo inclusivo en el aula». Ponencia: *Levantar las barreras para el aprendizaje y la participación. Construyendo una escuela inclusiva*. Sevilla: Universidad de Sevilla.

PASEL, Susana (1993). *Aula-taller*. Buenos Aires: Aique.

RIVAS, Pedro José (2005). «La Educación Matemática como factor de deserción escolar y exclusión social». En: *Educere*, Vol. 9, N.º 29, pp. 165-170. Mérida, Venezuela: Universidad de los Andes.

SANTA RAMÍREZ, Zaida Margot (2011). *La elipse como lugar geométrico a través de la geometría del doblado de papel en el contexto de van Hiele*. Tesis de maestría no publicada. Medellín: Universidad de Antioquia.

UNESCO (2004). *Temario abierto sobre educación inclusiva*. Cf. <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001252/125237so.pdf>