

Comprensión de los conceptos de perímetro y área en el contexto de la agricultura del café

*Zaida Margot Santa Ramírez*¹

*René Alejandro Londoño Cano*²

*Juan David González Molina*³

Universidad de Antioquia

Resumen

En el presente artículo se expone la comprensión de los conceptos de perímetro y área por parte de algunos estudiantes de una institución educativa de una región cafetera antioqueña en el contexto de la siembra del café.⁴ La intencionalidad de la investigación es encontrar una relación entre los lenguajes geométrico y coloquial dentro de la agricultura del café, y teniendo en cuenta que el segundo puede influir en la comprensión del primero, el estudio se enmarca dentro del paradigma cualitativo. La motivación para abordar este trabajo radica en las dificultades que los estudiantes manifiestan en el aprendizaje de conceptos matemáticos, porque carecen de un manejo adecuado de ese lenguaje. Por lo tanto, se espera promover la comprensión, consiguiendo la correspondiente significación matemática y el sentido contextual de las expresiones matemáticas utilizadas.

1 Licenciada en Matemáticas y Física. Magíster en Educación. Estudiante de doctorado en Educación de la Universidad de Antioquia. Correo electrónico: zsanta@ayura.udea.edu.co

2 Licenciado en Matemáticas y Física. Especialista en Docencia de las Matemáticas. Magíster en Educación. Doctor en Educación por la Universidad de Antioquia. Correo electrónico: rene2@une.net.co

3 Licenciado en Educación Física e ingeniero informático. Estudiante de maestría en Educación de la Universidad de Antioquia. Correo electrónico: j davidgonzalezm@gmail.com

4 Este informe corresponde a un artículo corto que presenta algunos avances del trabajo de investigación: *Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas en el contexto de la agricultura del café*, que se desarrolla actualmente en el programa de maestría en Educación, en la línea de Educación Matemática, de la Universidad de Antioquia.

Palabras claves: perímetro, área, Enseñanza para la Comprensión, contexto de la agricultura del café.

Understanding the concepts of perimeter and area in the context of coffee agriculture

Abstract

This article outlines the understanding of the concepts of perimeter and area by some students of a school in a coffee-growing region in Antioquia, in the context of coffee planting. This research project seeks to find a relationship between the geometric and colloquial languages within coffee farming; bearing in mind that the latter can influence the understanding of the former, this study is part of the qualitative paradigm. The motivation to tackle this work lies in the difficulties students manifested in learning mathematical concepts because they lack proper management of that language. Therefore, we expect to promote understanding, obtaining the corresponding mathematical significance and the contextual meaning of mathematical expressions used.

Key words: perimeter, area, teaching for understanding, context of coffee agriculture.

1. Introducción

Algunos de los grandes retos que se trazan los investigadores en Educación Matemática se relacionan con el análisis de los procesos de comprensión de conceptos matemáticos particulares por parte de los estudiantes, identificadas las dificultades en las experiencias de aprendizaje y en el diseño de estrategias que permitan superarlas en coherencia con los marcos teóricos adoptados.

Nuestra experiencia docente nos ha llevado a identificar que los estudiantes hacen un uso incorrecto de algunos términos matemáticos (superficie, área, perímetro, exponente, radicando, denominador, cuadrado, cubo, entre otros) o presentan argumentaciones imprecisas cuando los utilizan. De hecho, en lo que mejor se desenvuelven es en la secuenciación rutinaria de algoritmos estandarizados o en la aplicación de fórmulas. Las dificultades mencionadas anteriormente se perciben al analizar, en primera instancia, la forma en que los estudiantes resumen las explicaciones, argumentan soluciones propuestas a problemas, hacen preguntas sobre los procesos de solución o presentan informes de consultas y proyectos; en segunda instancia, al analizar los resultados de las pruebas tanto internas como externas.

Teniendo en cuenta lo anterior, los siguientes son algunos ejemplos que, según Rosa Corberán, ponen de manifiesto los errores más habituales que cometen los estudiantes:

Quando se les pregunta por una determinada fórmula, por ejemplo la del círculo, dan sin mayor problema una expresión que nunca podría corresponder a una magnitud bidimensional como es el área: $A=2\pi r$ o $A=\pi r$ o $A=2\pi r^3$; o bien, algunos alumnos cuando se les pide el área, por ejemplo, de un triángulo del que se conocen las dimensiones de los tres lados, al no recordar la fórmula, multiplican las 3 dimensiones. Este tipo de respuestas ponen de manifiesto que los alumnos no reflexionan sobre el carácter dimensional de las fórmulas (1996: 11).

Por otro lado, de acuerdo con el marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión (EpC)⁵, la habilidad de comprender conceptos está supeditada a la contextualización de estos. Al respecto, Gómez-Granell (1989) encontró que los niños evocan, para explicar la solución de un problema, sus entornos familiares o locales, realizan dibujos en que priorizan el contexto (tienda, escuela u otros) y que pocas veces utilizan las “explicaciones formales” para dar cuenta de sus soluciones. Por lo tanto, pone de manifiesto que para llegar a la formalización hay que “vivir” un verdadero proceso de comprensión en un contexto particular.

⁵ En adelante, el marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión se abreviará como EpC.

Por consiguiente, debido a la importancia de lograr una articulación entre conceptos y procedimientos, se hace necesario enfocar esfuerzos para lograr que los estudiantes avancen en la comprensión de los conceptos objeto de estudio, utilicen lo aprendido en diferentes situaciones y lo expresen correctamente. Con este proyecto se busca investigar cómo pueden influir las actividades agrícolas, en este caso el cultivo del café, en la comprensión de los conceptos de perímetro y área, de tal manera que pueda ser un punto de partida para intentar demostrar que algunos contextos de la realidad de los estudiantes pueden ser aprovechados para la comprensión de diversos conceptos matemáticos y así alcanzar diferentes niveles de comprensión. Por lo tanto, con la investigación se pretende responder la siguiente pregunta: ¿Cómo comprenden los estudiantes de grado quinto de básica primaria de la institución educativa Santa Rita los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas en el contexto de la agricultura del café vía Enseñanza para la Comprensión?

Se describirá, en primer lugar, de qué manera avanza un estudiante de un nivel a otro en el marco conceptual de la EpC en relación con los conceptos de perímetro y área; en segundo lugar, se diseñará y evaluará una unidad curricular que permita a los estudiantes de grado quinto de básica primaria avanzar en la comprensión de dichos conceptos inmersos en la agricultura del café.

2. Antecedentes

¿Por qué hacer énfasis en los conceptos de perímetro y área?

Con relación al concepto de superficie, Chamorro *et ál.* (2008) aseguran que el proceso de decantación entre longitud y superficie es muy complejo y que es aún más difícil cuando la primera aproximación a la superficie se da con una figura dibujada por el profesor en el pizarrón, debido a que lo más resaltador para el estudiante es la línea que constituye el límite de la figura plana. En este sentido, afirman los autores:

Lo que aparece destacable en todo momento es la línea que constituye la frontera, sin que muchas veces el alumno reconozca la superficie como el interior delimitado por dicho borde [...] Un claro obstáculo epistemológico lo constituye la noción de perímetro en relación con la superficie. Los alumnos de primaria creen que el área de una figura depende de la

medida de sus lados, lo que es cierto sólo de manera local: para los polígonos regulares (2006: 248).

De acuerdo con nuestra experiencia y según las fuentes consultadas, uno de los errores más habituales de los estudiantes de primaria es dar por hecho que el área y el perímetro son magnitudes dependientes o íntimamente ligadas. Corberán expresa que:

Esta “falsa” relación entre el área y el perímetro, que se ha constatado que está muy arraigada en los alumnos, pone de manifiesto que éstos piensan en el área y en el perímetro como en dos propiedades de la superficie íntimamente ligadas, concepción errónea que les impide ver el área como una propiedad de la superficie independiente del perímetro, que les dificulta e incluso imposibilita realizar transformaciones de superficies bajo determinadas condiciones (1996: 10).

En este mismo sentido, Olmo, Moreno & Gil advierten: «El hecho de que dos figuras tengan la misma área induce a algunos niños a creer que tienen el mismo perímetro» (1993: 44). En aras de aportar elementos que ayuden a dar solución a este inconveniente, Corberán presenta la siguiente idea:

Para evitar esta falsa creencia en los alumnos es necesario trabajar desde el inicio de la enseñanza de este concepto, tareas en las que se someta a las superficies a determinadas transformaciones y en las que se estudie la variación que experimenta el área y el perímetro de ésta. Se ha constatado que para una mayoría de alumnos de primaria el área se reduce a la expresión “longitud x anchura” y a una fórmula para determinar el área del círculo (1996: 10).

Seguidamente expone lo que para ella es la consecuencia inmediata de no tomar el área como la medida que recubre o pavimenta una superficie y sí como el resultado de la aplicación de una fórmula: «Este tipo de enseñanza conduce a los alumnos a desarrollar una pobre concepción numérica del área, asociando ésta a una fórmula de cálculo. Esta extrema pobreza de su instrucción contrasta con su rico contexto en la naturaleza, la cultura y la sociedad» (1996: 10).

De acuerdo con lo anterior, el área no debe reducirse a la aplicación de una fórmula, que la mayoría de las veces no significa nada para el estudiante, porque deriva en una limitada concepción numérica o, en el peor de los casos, se percibe como una ecuación sobre la que no se tiene una clara noción de su carácter bidimensional. Esto último se pone de manifiesto cuando

el estudiante ignora los atributos del concepto y ejecuta operaciones que en nada se relacionan con ello.

Olmo, Moreno & Gil (1993), en el apartado sobre dificultades y errores en el aprendizaje del área, encontraron que cuando a los estudiantes se les cambia de manera específica el rectángulo por el paralelogramo, calculan el perímetro y suministran este dato como el área. En el mismo apartado, los autores aseguran: «Confusión de perímetro-área. Este es un error bastante frecuente. En algunos casos, los niños calculan el área y el perímetro de una figura y le asignan el dato mayor al área y el menor al perímetro» (1993: 43).

Por consiguiente, se hace necesario diseñar actividades contextualizadas que permitan a los estudiantes comprender los conceptos de perímetro y área y la independencia entre ambos.

La contextualización en el aprendizaje

Teniendo presentes que la construcción del conocimiento se da en ambientes sociales y de interacción mutua y que los desempeños de comprensión se manifiestan cuando lo que se aprende se utiliza en diferentes escenarios, se busca en esta investigación contextualizar el aprendizaje de los conceptos de perímetro y área en estudiantes de grado quinto de la institución educativa Santa Rita, en una de las actividades económicas y de carácter social más representativas de la región del suroeste antioqueño: la agricultura del café. En relación con lo anterior, en la investigación de Berrío (2011) se indagó por los elementos que intervienen en la (re)construcción hecha por los estudiantes de los modelos matemáticos contextualizados en el cultivo del café, de tal manera que se logró dar sentido a las matemáticas escolares trabajadas en las aulas de clase utilizando la modelación matemática en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Berrío llegó a esta conclusión: investigar sobre el café en el corregimiento Los Farallones del municipio de Ciudad Bolívar es pertinente «debido a que es una situación de contexto, dado que todos los estudiantes han tenido una relación con algún tipo de dependencia ya sea laboral o de práctica familiar» (2011: 56). Ciertamente, más de la mitad de los estudiantes de grado quinto de la institución educativa Santa Rita o su núcleo familiar tienen relación directa con el cultivo del café. Por lo tanto, la conclusión de Berrío (2011) es completamente válida para la presente investigación.

En coherencia con lo anterior, se quiere centrar la atención en indagar sobre: 1) cómo ciertas actividades relacionadas con el cultivo del café propician situaciones de aprendizaje en el marco de la EpC; 2) qué elementos emergen con el fin de ubicar inicialmente a los estudiantes en un nivel de comprensión determinado; 3) de qué manera estos elementos aportan al avance en los niveles de comprensión en correspondencia con los conceptos objeto de estudio.

En el ámbito del aprendizaje en contexto es necesario tener en cuenta que los agricultores usan términos propios de su quehacer, que les permite una comunicación efectiva en las labores del campo. Por ejemplo, los cultivadores de café en Andes emplean términos como *lote*, *calle*, *puente*, *parcela*, *soca*, entre otros. Los términos *calle* y *puente*, que en un contexto diferente al cultivo de café en Andes pueden significar vías para el tránsito vehicular, para los cafeteros son ejes de cultivo: la línea horizontal es llamada *calle*, y la línea vertical, *puente*. *Parcela* es el terreno sembrado por una cantidad aleatoria de cafetos —que son normalmente separados por una calle o por un puente sin sembrados—. Ahora bien, las matemáticas también tienen términos específicos para expresar sus saberes, pero, para el aprendiz, estos pueden ser descontextualizados o carentes de significado.

Pertinencia del marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión (EpC)

Acevedo, en su trabajo de investigación, presenta la EpC como su marco teórico de referencia. Al respecto, afirma:

Este es un marco que además de dar un aporte teórico sobre la comprensión, brinda a los profesores herramientas para la planificación y diseño de sus prácticas de aula para fomentar la comprensión, desde el abordaje de un concepto hasta el de un curso completo. Esta es una característica que ni el Modelo de Pirie y Kieren ni el Modelo Educativo de van Hiele posee, puesto que en estos dos abordajes de la comprensión están más interesados en mostrar lo que pasa a nivel cognitivo en el estudiante cuando comprende un concepto que en asuntos curriculares, de enseñanza, de aprendizaje y de evaluación como lo hace la EpC. Esto se debe a que la EpC surge de la vivencia de los profesores en el aula, entonces la teoría y la práctica están estrechamente ligadas pero claramente diferenciadas, por lo que la teoría ilumina la práctica y la práctica nutre la teoría (2011: 25).

Por otro lado, Rendón argumenta:

La Enseñanza para la Comprensión [...] amplía la visión del currículo, reconociendo múltiples relaciones de este con el entorno para contextualizar la enseñanza y el aprendizaje de conceptos o unidades temáticas. De este modo el profesor enriquece su experiencia docente, presentando los conceptos de acuerdo con las necesidades e intereses de la comunidad en la que participa y no de forma aislada [...] (2009: 51).

De la misma manera y en concordancia con la metodología de la ampliación curricular en el marco teórico de la EpC, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas mencionan que la construcción de los sistemas geométricos depende en gran medida de la contextualización del entorno y del desarrollo cognitivo del estudiante. Esto es:

Los sistemas geométricos se construyen a través de la participación activa [...] Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un estudio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con una capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc.) a un espacio conceptual abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas [...] Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas como por la influencia del mundo físico, cultural, social e histórico (MEN, 1998: 56-57).

Por lo tanto, con el presente estudio se busca que los estudiantes puedan tener un avance en su nivel de comprensión de los conceptos geométricos de perímetro y área de acuerdo con la EpC, mediante actividades contextualizadas en la agricultura del café, las cuales deben partir de las necesidades e intereses de los aprendices, de tal manera que logren una transformación del pensamiento concreto al pensamiento abstracto. Así, el marco teórico en cuestión es fundamental: nos permite hacer una construcción de los conceptos, en este caso geométricos, desde el mundo real. Incluso nos da las herramientas suficientes para planificar y diseñar dichas actividades en una unidad curricular con el ánimo de expandir las posibilidades del proceso de enseñanza y aprendizaje e involucrar directamente al estudiante en su progreso.

3. Enseñanza para la Comprensión (EpC)

Perkins & Blythe afirman que la comprensión «es poder realizar una gama de actividades que requieren pensamiento en cuanto a un tema, por ejemplo, explicarlo, encontrar evidencia y ejemplos, generalizarlo, aplicarlo, presentar analogías y representarlo de una manera nueva» (1994: 5). En una obra posterior, Perkins complementa la anterior definición exponiendo que «comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe» (1999: 69). De acuerdo con lo anterior, se espera, mediante la significación de los términos perímetro y área, que los estudiantes tengan desempeños que demuestren comprensión de los conceptos y se desenvuelvan con propiedad en lo académico y lo contextual. Por lo tanto, la presente investigación se fundamenta en el marco teórico de la EpC.

Este fundamento teórico está estructurado en cuatro elementos, a saber: *tópicos generativos*, *metas de comprensión*, *desempeños de comprensión* y *evaluación diagnóstica continua*. Con el fin de describir las cualidades de la comprensión, este marco conceptual destaca cuatro dimensiones de la comprensión: *contenido*, *métodos*, *praxis* y *formas de comunicación* (Stone, 1999). Además, caracteriza a su vez cuatro niveles de comprensión: *ingenuo*, *novato*, *aprendiz* y *maestría*. A continuación se abordará cada uno de estos aspectos.

Elementos de la comprensión

De acuerdo con Escobedo, Jaramillo & Bermúdez (2004), los elementos son responsabilidad primaria del educador y están descritos así:

1. *Tópicos generativos*. Se entienden como las preguntas globales que pretenden captar la atención y generar retos en los estudiantes. Su nombre se debe a que buscan generar conocimientos en los aprendices.
2. *Metas de comprensión*. Sintetizan los tópicos generadores, cuya característica es ser amplios y abarcar muchos temas en su planteamiento inicial. Las metas de comprensión abarcadoras se denominan “hilos conductores” y describen «las comprensiones más importantes que deberían desarrollar los alumnos durante todo el curso» (Blythe, 2002: 71).

3. *Desempeños de comprensión*. Se busca que el estudiante ponga en actividad lo que comprende para que tanto él como el profesor evidencien el progreso en el aprendizaje. Hay una «progresión común de categorías de desempeños» (Stone, 1999: 111) en tres fases:

- Fase de exploración. Desempeños que se dan al inicio de la unidad y que pretenden dar cuenta de los conocimientos previos de los estudiantes.
- Fase de investigación guiada. Desempeños que pretenden que los estudiantes den significado a las ideas centrales del área de conocimiento.
- Fase de proyecto final de síntesis. Desempeños que dan cuenta del dominio de las metas de comprensión.

4. *Evaluación diagnóstica continua*. Da cuenta de las retroalimentaciones permanentes que deben hacerse durante la unidad curricular y que pongan a los estudiantes en primer plano de acción y lo lleven a cuestionarse sobre sus falencias y a valorar sus logros. Es importante mencionar que en este marco teórico los resultados o productos que se han de evaluar son propuestos conjuntamente y desde el comienzo.

Dimensiones de la comprensión

Stone afirma que «las dimensiones de la comprensión ofrecen una forma de hacer la definición de comprensión más específica e identifican cuatro aspectos de la comprensión que se pueden desarrollar en cualquier disciplina» (1999: 1):

1. *Contenido o conocimiento*. Se observa o evalúa qué tanto ha progresado un estudiante del conocimiento intuitivo o vulgar al conocimiento académico.
2. *Método*. Invita a los estudiantes, en primera instancia, a tener un sano escepticismo sobre lo que ya conocen y sobre la información que encuentran; en segunda instancia, a evaluar los métodos que emplean para validar afirmaciones y sustentar argumentaciones.
3. *Praxis o de propósito*. Se evalúa la manera en que es utilizado el conocimiento y la capacidad para aprovechar los saberes en múltiples situaciones.
4. *Formas de comunicación*. Se observa, evalúa y analiza las formas en que la comprensión se

comunica, es decir, cómo se expresa lo que se sabe, y además se presta especial atención al uso de símbolos, que pueden ser visuales, verbales, gestuales u otros, para dar cuenta de lo comprendido.

Niveles de comprensión

Los niveles caracterizan el grado de profundidad de la comprensión y permiten distinguir desempeños débiles de otros más avanzados (Stone, 1999). La autora propone los siguientes niveles, considerando que los desempeños observables en el aprendizaje también evidencian la comprensión:

1. *Ingenuo*. Se cataloga así los desempeños en que el estudiante no logra relacionar los aprendizajes de la escuela con su vida diaria ni muestra dominio de lo que ha aprendido.
2. *Novato*. El aprendizaje es mecánico, repetitivo y con escasas conexiones entre los conceptos.
3. *Aprendiz*. Se empieza a mostrar un uso flexible de los conceptos o ideas aprendidas dentro de una disciplina. También hay un comienzo en el establecimiento de relaciones entre el conocimiento escolar y la vida diaria.
4. *Maestría*. Los desempeños son ricos en creatividad, integración, criticidad y flexibilidad. La comunicación es amplia en expresiones y ejemplos. De hecho, la forma en que el estudiante se comunica es un indicador para detectar el avance en la comprensión.

¿Por qué utilizar este marco teórico en la investigación?

Vincular las actividades agrícolas como el cultivo del café a la comprensión de los conceptos de perímetro y área es un punto de partida para intentar demostrar que los contextos de la realidad de los estudiantes pueden ser aprovechados para la comprensión de diversos conceptos matemáticos. Se espera que la práctica perteneciente a sus labores agrícolas, como la utilización de medidas de longitud (cuerdas y palos), de capacidad (tapas, copas y jeringas) y la terminología para los espacios destinados a la siembra (lote, parcela, barreras, puente, calle), sirvan como elementos de enlace con las actividades de aula —que hacen parte de la unidad curricular—, orientadas a la comprensión matemática tanto en lo manual como en lo conceptual.

4. Marco metodológico

Paradigma

Este trabajo de investigación tiene como finalidad comprender si hay una transición y significación de los conceptos usados en el proceso del cultivo del café hacia los conceptos de perímetro y área. Por tratarse de la investigación de un fenómeno social en el que no se pretende explicar ni hallar leyes de cumplimiento periódico o regular, sino interpretar un proceso de aprendizaje, se abordará un paradigma de corte cualitativo. De hecho, en esta investigación se asume que la realidad, como dice Sandoval, «necesariamente requiere, para su existencia, de un sujeto cognoscente, el cual está influido por una cultura y unas relaciones sociales particulares, que hacen que la realidad epistémica dependa para su definición, comprensión y análisis, del conocimiento de las formas de percibir, pensar, sentir y actuar propias de esos sujetos cognoscentes» (2002: 28).

Por lo tanto, el resultado de esta investigación depende de lo que el investigador aprenda sobre el cultivo del café, de las interacciones entre investigado e investigador y de lo que se logre establecer acerca de la transición que hacen los participantes del lenguaje común y propio de la agricultura del café al lenguaje geométrico.

Además, también se acepta como un hecho que el conocimiento no es un acto individual sino una construcción colectiva. Con relación a esto, Sandoval afirma: «El conocimiento es una creación compartida a partir de la interacción entre el investigador y el investigado, en la cual los valores median o influyen la generación del conocimiento; lo que hace necesario “meterse en la realidad” objeto de análisis, para poder comprenderla tanto en su lógica interna como en su especificidad» (2002: 29).

Tipo de estudio y participantes

Para llevar a cabo esta investigación con metodología cualitativa, es necesario establecer los actores que, además del investigador, intervendrán directamente en ella. Los actores o sujetos acompañantes serán 4 estudiantes de grado quinto de básica primaria que tengan relación directa con el cultivo del café. Para hacer el estudio y el proceso de comprensión en la transición del contexto de significación agrícola a la comprensión de los términos perímetro y área, se trabajará con el método de estudio de caso.

Para esta investigación, se considerará la concepción de estudio de caso dada por Einserhardt (1989), citado por Martínez: «Como “una estrategia de investigación dirigida a comprender las dinámicas presentes en contextos singulares”, la cual podría tratarse del estudio de un único caso o de varios casos, combinando distintos métodos para la recogida de evidencia cualitativa y/o cuantitativa con el fin de describir, verificar o generar teoría» (2006: 174).

Recolección de información

El paso de los estudiantes por la unidad curricular permitirá analizar su proceso de comprensión de los conceptos de perímetro y área en el contexto de la agricultura del café, de tal manera que surja una matriz con descriptores de la comprensión. Para lograr lo anterior, la información se recolectará de la siguiente manera:

1. Observaciones de los estudiantes del estudio de caso durante todas las actividades que se propongan.
2. Entrevistas individuales y grupales en el transcurso de la unidad curricular que den cuenta de los avances de los estudiantes en cuanto a la comprensión de los conceptos objeto de estudio.
3. Materiales de los estudiantes que surjan de todo el proceso (portafolio y proyecto final de síntesis).

Generalidades de la unidad curricular

Teniendo en cuenta el marco teórico de la EpC, la unidad curricular se guiará por los siguientes aspectos:

Tópico generativo

Para la construcción de la unidad curricular, con la que se busca la comprensión de los conceptos de perímetro y área en el contexto del cultivo del café, se pensó en una pregunta que transversa todo el proceso que se pretende realizar con los estudiantes. La pregunta se consolidó en el tópico generativo: ¿De qué manera el contexto de la agricultura del café contribuye a la comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas?

Metas de comprensión

Hilo conductor. La intención del hilo conductor es motivar al estudiante a resolver problemas, impulsarlo a buscar información y a cuestionarse sobre la importancia de lo que está aprendiendo. Por lo tanto, para esta investigación el hilo conductor, que será la meta

de comprensión a largo plazo, es: *Los estudiantes comprenderán los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas a partir del sembrado, cercado y observación de las formas del terreno.*

Para lograr esta gran meta de comprensión, se proponen las siguientes metas de comprensión a corto plazo:

- Comprender el concepto de perímetro en el contexto de la agricultura del café.
- Comprender el concepto de área en el contexto de la agricultura del café.
- Determinar que el perímetro y el área son propiedades independientes de la forma, teniendo en cuenta el contexto del sembrado del café.

Desempeños y sus fases

Fase de exploración. En esta fase se pretende dar respuesta a la pregunta: ¿Qué ideas iniciales tienen los estudiantes acerca de los conceptos de perímetro y área?

Actividades propuestas:

1. Acercamiento entre el investigador y el estudiante mediante unas preguntas concretas que permitan a éste manifestar desde su experiencia todas las ideas en torno al cultivo del café. Algunas de estas preguntas son:
 - ¿Cuál terreno de los que conoces donde se cultiva café crees que es más grande? ¿Por qué?
 - ¿Cuál terreno de los que conoces donde se cultiva café crees que tiene más plantas? ¿Por qué?
 - ¿Cuál terreno de los que conoces donde se cultiva café crees que tiene la mayor cantidad de cercado? ¿Por qué?
 - ¿Crees que el terreno más grande tiene mayor cantidad de cercado? ¿Por qué?
2. Salir a su entorno e indagar en distintos actores de la comunidad lo que se entiende por perímetro y por área.
3. Hacer un video que muestre el proceso del sembrado del café e indagar acerca de los conceptos matemáticos involucrados.

Fase de investigación guiada. En esta fase se pretende dar respuesta a la pregunta: ¿Cómo podría determinar un estudiante si existe o no relación entre el perímetro y el área de una figura geométrica?

Actividades propuestas:

1. Salida de campo con los estudiantes, en la que se realizarán las siguientes acciones:

- a. Identificar un terreno de siembra de café. Hacer un conversatorio con los niños para permitirles la comprensión de los conceptos de perímetro y área.
- b. En este terreno, proponer la construcción de formas rectangulares de igual área —con una cuerda—, según las indicaciones del investigador. Responder la pregunta: ¿Es igual la cantidad de cuerda utilizada en las diferentes formas rectangulares propuestas?
- c. Teniendo en cuenta las longitudes que deben tener los puentes y las calles y la distancia a la que deben estar las plantas de los cercados, se propondrá a los estudiantes determinar el número de cafetos que pueden ser sembrados en un terreno particular con área específica. Los estudiantes señalarán con piedras u otros objetos el lugar exacto donde deben ir éstos. También deben considerar la cantidad de cercado necesario para limitar dicho terreno.
- d. Posteriormente, se les propondrá la misma actividad en terrenos con otras áreas. Al finalizar, se deben responder las preguntas: ¿A mayor área, mayor cantidad de cercado? ¿A mayor cantidad de cercado, mayor cantidad de cafetos sembrados? ¿A mayor área, mayor cantidad de cercado?
- e. En otro momento de la salida de campo, se propondrá a los estudiantes tomar fotografías de diferentes lotes de sembrado que tengan una forma geométrica conocida para ellos. Estas fotografías serán utilizadas en una actividad posterior en el aula de clase.

2. El investigador elegirá algunas fotografías, las imprimirá y entregará una a cada estudiante. Con estas se pretende:

- a. Delimitar con un esfero la forma del terreno e identificar la figura geométrica plana relacionada con dicha forma.
- b. Recortar el terreno sembrado en la fotografía y delimitado con el esfero. Posteriormente pegarla en una cartulina, dividirla en formas geométricas menores conocidas (triángulos o rectángulos) y recortarla.

c. Con estas formas menores, diseñar otras figuras y dibujarlas en hojas de bloc.

d. Responder las siguientes preguntas:

- ¿Todas las formas diseñadas tienen la misma área? ¿Por qué?
- ¿Todas las formas diseñadas tienen el mismo perímetro? ¿Por qué?

3. A cada estudiante se le entrega un pedazo de cartón paja de diferentes dimensiones, cierta cantidad de cuerda y cierta cantidad de chinches. Debe hacer una maqueta a escala donde se muestre la forma en que cercaría —con la cuerda— el terreno —simulado por el cartón paja— y lo sembraría con cafetos —simulados por los chinches—. En un trabajo colaborativo, los estudiantes deben extraer conclusiones sobre las posibles relaciones entre el área del terreno, la cantidad de cercado y la cantidad de cafetos.

4. Los estudiantes consultarán con sus familiares la relación entre la cantidad de terreno sembrado y la cantidad de abono utilizado. Con estos datos, el investigador realizará una tabla con los estudiantes y determinará la validez de la afirmación “a mayor número de terreno, mayor cantidad de abono”.

Fase de proyecto final de síntesis. En esta fase se pretende dar respuesta a la pregunta: ¿Cómo podría un estudiante demostrar su comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia entre sus medidas?

Actividades propuestas:

1. Elaborar un proyecto en que los estudiantes puedan elegir un terreno y realizar un estudio completo para la siembra del café. Es decir:

- Investigar cómo debe ser el terreno para poder ser sembrado.
- Determinar cuántas matas de café se necesitan, cuánto abono es necesario para cubrir todo el lote, cuánta cerca se necesitaría para encerrarlo.

2. Socializar el proyecto en el grupo de estudio.

3. Hacer la salida de campo con los estudiantes, en la que se propondrán las siguientes acciones:

- Dado un trozo de cuerda, determinar el terreno de siembra —en forma de cuadrilátero— que

tiene mayor área. Hacer una tabla con las diferentes medidas tomadas.

- Dada un área particular de siembra, determinar las dimensiones del terreno que usaría la menor cantidad de cuerda.

Evaluación continua y final

Para la evaluación, se considerarán los siguientes aspectos:

- El portafolio. Será un mecanismo para llevar organizadamente los registros de todas las actividades realizadas por los estudiantes: entrevistas, consultas resueltas, tablas, maquetas y proyectos.
- El proyecto final de síntesis.
- La exposición del proyecto final de síntesis al grupo de estudio.
- La socialización del portafolio ante el grupo y ante la comunidad educativa de la localidad.

Conclusiones

Como se expuso al comienzo del artículo, el concepto de área, ligado para su definición y observación al de perímetro, es ampliamente utilizado dentro del campo disciplinar de las matemáticas y en otras áreas, como las ciencias naturales, las ciencias sociales, la agricultura, la arquitectura. Además, ha sido de gran interés desde la historia de la misma sociedad, dado que los interrogantes e investigaciones sobre este llevaron a grandes matemáticos a plantearse el cuestionamiento de la cuadratura del círculo y de otras curvas, lo que en palabras de Larson & Hostetler se denomina el *problema de las áreas* (1990: 113), que también se conoce como el problema de integración; este marcado interés condujo a lo que hoy se conoce como cálculo integral. Considerando la importancia que tiene el concepto de área, el presente trabajo se orientó a la comprensión del mismo, pero se buscó además darle significación y dotarlo de sentido para reducir o evitar lo que Corberán (1996) y Chamorro *et ál.* (2008) llaman dificultades en la comprensión, dadas por el tratamiento abstracto, aritmético y repetitivo con que comúnmente su estudio se lleva a cabo en las escuelas. Es útil para la educación matemática y en especial para los estudiantes vivenciar y palpar los conceptos de área y perímetro en situaciones contextuales, debido a que estas, no siendo ajenas, ayudan a establecer relaciones beneficiosas para la comprensión.

Uno de los recursos didácticos empleados en las escuelas para la enseñanza del concepto de área es el Geoplano, que siendo un excelente recurso no deja de ser descontextualizado; en lugar de este, la almaciguera y, por ende, sus eras y unidades de almacigo, que son lugares y elementos cotidianos para los estudiantes, dotan de un alto significado práctico y vivencial los contenidos y conceptos de aprendizaje. A través del uso manual de ellos y de las transformaciones elaboradas con fotografías, se llegó incluso a situaciones de homotecia, semejanza, rotación y traslación.

La unidad curricular completa, es decir, la guía curricular de actividades con su respectiva rúbrica, es una valiosa contribución a la Investigación en Educación Matemática en dos aspectos: primero, posibilita que los estudiantes progresen de las dimensiones de la comprensión a los niveles altos de la misma, permitiéndoles además involucrarse en el proceso de evaluación, dado que facilita que estén al tanto de sus puntos débiles para lograr superarlos; segundo, al investigador o docente le da la posibilidad de identificar el nivel de comprensión que los estudiantes tienen en cada una de las dimensiones establecidas en el marco teórico de la EpC.

Referencias bibliográficas

ACEVEDO VÉLEZ, Diana Patricia (2011). *Comprensión del concepto de probabilidad en estudiantes de décimo grado*. Trabajo inédito de investigación para optar al título de magíster en Educación. Medellín: Universidad de Antioquia.

BERRÍO ARBOLEDA, Mario de Jesús (2011). *Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café*. Tesis de maestría para optar al título de magíster en Enseñanza de las Ciencias. Medellín: Universidad Nacional.

BLYTHE, Tina (2002). *La Enseñanza para la Comprensión. Guía para el docente*. Buenos Aires: Paidós.

CHAMORRO, María del Carmen et ál. (2008). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. España: Pearson Prentice Hall.

CORBERÁN, Rosa María (1996). «El Área. Recursos didácticos para su enseñanza en primaria». En: MOURUT DE MONTPELLIER, Olimpia Figueras. *Procesos de transferencia de resultados de investigación al aula: El caso del bajo rendimiento escolar en matemáticas*,

pp. 1-87. México, D. F.: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV).

ESCOBEDO, Hernán, JARAMILLO, Rosario y BERMÚDEZ, Ángela. (2004). «Enseñanza para la comprensión». En: *Educere*, Vol. 8, N.º 27, pp. 529-534. Venezuela: Universidad de los Andes.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen (1989). «La adquisición del lenguaje matemático: un difícil equilibrio entre el rigor y el significado». En: *Comunicación, Lenguaje y Educación*, N.ºs 3-4, pp. 5-15. Madrid: Fundación Infancia y Aprendizaje (FIA).

LARSON, Roland y HOSTETLER, Robert (1990). *Cálculo y Geometría Analítica*. México, D. F.: McGraw-Hill.

MARTÍNEZ CARAZO, Piedad Cristina (2006). «El método de estudio de casos. Estrategia metodológica de la investigación científica». En: *Pensamiento y gestión*, N.º 20, pp. 165-193. Barranquilla: Ediciones Uninorte.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN) (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia.

OLMO ROMERO, María Ángeles del, MORENO CARRERERO, María Francisca y GIL CUADRA, Francisco (1993). *Superficie y volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.

PERKINS, David & BLYTHE, Tina (1994). «Putting Understanding Up Front». En: *Educational Leadership*, Vol. 51, N.º 5, pp. 4-7. Virginia: ASCD.

PERKINS, David (1999). «¿Qué es la comprensión?». En: STONE WISKE, Martha (Comp.^a). *La enseñanza para la comprensión*, pp. 69-92. Buenos Aires: Paidós.

RENDÓN MESA, Paula Andrea (2009). *Conceptualización de la razón de cambio en el marco de la Enseñanza para la comprensión*. Trabajo inédito de investigación para optar al título de magíster en Educación. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación.

SANDOVAL CASILIMAS, Carlos Arturo (2002). *Investigación cualitativa*. Bogotá: ARFO Editores e Impresos Ltda.

STONE WISKE, Martha (1999). *La enseñanza para la comprensión*. Buenos Aires: Paidós.