

Sobre la objetividad del número y el antipsicologismo en G. Frege

On the Objectivity of Number and the Anti-psychologism in G. Frege

Por: Santiago Morales Arango
Universidad del Valle
morales-santiago@outlook.com

Resumen: *Algunas lecturas ya clásicas sobre la filosofía de Gottlob Frege sugieren que éste inaugura el análisis lógico del lenguaje en busca, exclusivamente, de una teoría del significado. Pero su lugar protagónico en la filosofía se debe a mucho más que eso. Frege fue un lógico y matemático preocupado no sólo por asuntos relativos al lenguaje de la lógica, sino también por cuestiones concernientes a la naturaleza de la aritmética. El presente artículo intenta develar parte de la preocupación epistemológica del filósofo de Wismar, concentrándose en el rechazo del psicologismo. El antipsicologismo fregeano es un aspecto fundamental de las tres obras iniciales de Frege. En dichas obras Frege establece el primer criterio con el que éste determina aquello que es propio del estudio de la objetividad de las ciencias. Este criterio es revelado suficientemente en los Fundamentos de la Aritmética con la distinción entre lo lógico y lo psicológico. Así pues, se tendrán en consideración dos momentos: 1) la concepción del número como entidad objetiva; y 2) la crítica en contra de la concepción milliana y kantiana de la aritmética.*

Palabras clave: *Frege, epistemología, aritmética, lógica, psicologismo.*

Abstract: *Some classical interpretations of Gottlob Frege's philosophy suggest that he inaugurates the logical analysis of language exclusively in search of a theory of meaning. But his leading place in philosophy is due to much more than that. Frege was a logician and a mathematician worried not only about issues about the language of logic but also about the nature of arithmetic. The present paper aims to expose part of the epistemological concerns of the Wismar philosopher, concentrating on the rejection of psychologism. The Fregean anti-psychologism is a fundamental issue of the three initials*

Frege's works. In those works Frege establishes the first criterion which allows him to determinate what is typical of the study of objectivity of sciences. This criterion is exposed sufficiently in the Foundations of Arithmetic with the distinction between logic and psychology. So, we will consider two parts: 1) the conception of number as an objective entity; and 2) the criticism against the Millian and Kantian conceptions of arithmetic.

Keywords: *Frege, epistemology, arithmetic, logic, psychologism.*

Y aquí es donde la epistemología empieza. A la lógica concierne solamente la justificación de aquellos juicios que son verdades. Emitir un juicio porque conocemos otras verdades que proveen justificación a este, se le conoce como inferir. Hay leyes que gobiernan esta clase de justificación (inferencial), y establecer estas leyes de inferencia válida es el objetivo de la lógica (PW: 3)¹

Se podría decir que uno de los objetivos fundamentales de la obra temprana de Frege es atacar la incursión del psicologismo en la lógica y la aritmética. Hay muchos comentarios precisos sobre el asunto, no sólo en las primeras obras del filósofo alemán, sino también en obras posteriores a Las Leyes Fundamentales de la Aritmética de 1893,² en las cuales la

¹ "And this is where epistemology comes in. Logic is concerned only with those grounds of judgement which are truths. To make a judgement because we are cognisant of other truths as providing a justification for it is known as inferring. There are laws governing this kind of justification, and to set up these laws of valid inference is the goal of logic" (PW: 3) (Traducción libre).

² Se citará a Frege conforme a las abreviaturas de las obras traducidas en inglés. Así por ejemplo: (CN) *Conceptual Notation*; (FA) *The Foundations of Arithmetic*; (BLA) *The Basic Laws of Arithmetic*; (PW) *Posthumous Writing*. De igual manera, se encontrarán referencias en el cuerpo del texto a dichas obras en español: *Conceptografía*; *Los Fundamentos de la Aritmética*; *Las Leyes Fundamentales de la Aritmética*; *Escritos Póstumos*.

disputa contra el psicologismo sigue presente.³ El psicologismo, en general, puede ser entendido como la reducción del significado de términos a entidades mentales tales como ideas, imágenes o representaciones en general. En aritmética, el psicologismo considera a los objetos matemáticos y sus relaciones como ideas o imágenes mentales (Cf. González 2013, p. 101). El número podría ser entonces una mera mancha de tinta sobre un tablero, esto es, aquello que carece de significado. El carácter objetivo del mismo se pierde en la medida en que el psicologismo invoca una suerte de relativismo. La tesis psicologista atacada por Frege concierne a la manera en que se entiende la naturaleza y la existencia de las entidades matemáticas y sus relaciones. Su crítica estriba fundamentalmente sobre la naturaleza del número. Así pues, el número no es una idea, ni una imagen mental y su propósito es probar que proviene, justamente, de una investigación (fundamentación) de la aritmética. Asimismo, las reglas del razonamiento aritmético privilegian las relaciones entre el contenido y las fórmulas aritméticas, por tanto, aquellos procesos psicológicos que acompañan nuestro razonamiento aritmético no agregan nada nuevo a aquello que rige lo que es verdadero, lo que en últimas supone una relación entre términos:

Cuando se dice que “el mar del Norte tiene 10 000 millas cuadradas de extensión”, no nos estamos refiriendo, ni con “mar del norte” ni con “10 000”, a un estado o proceso en nuestro interior, sino que se afirma algo totalmente objetivo, que es independiente de nuestras imágenes o cosas parecidas. (...) Así entiendo por objetividad la independencia de nuestras sensaciones, intuiciones e imágenes, de la proyección de representaciones internas a partir de los recuerdos de sensaciones anteriores, pero no la independencia de la razón (...). Si el número fuera una imagen, la aritmética sería psicología (FA § 26).⁴

³ González (2013) sugiere que hay un cambio en la discusión sobre el psicologismo en la obra de Frege, inicialmente planteado como psicologismo de la matemática y posteriormente llamado psicologismo semántico.

⁴ “If we say ‘The North Sea is 10,000 square miles in extent’ then neither by ‘North Sea’ nor by ‘10,000’ do we refer to any state of or process in our minds: on the contrary, we assert something quite objective, which is independent of our ideas and everything of the sort (...) It is in this way that I understand objective to mean what is independent of our sensation, intuition and imagination, and of all construction of mental pictures out of memories of earlier sensations, but not what is independent of the reason (...) If number were an idea, then arithmetic would be psychology” (FA § 26).

Es de notar que el ataque de Frege a la concepción psicologista de la aritmética tendría como antecedente la acusación que éste hace en los FA a los matemáticos de su tiempo, quienes habían confundido un concepto fundamental en la aritmética: el concepto de número. Por ello, Frege se propone como objetivo principal intentar proveer una definición adecuada del concepto, para así eliminar concepciones psicologistas en la aritmética. La importancia de las definiciones, y en especial la de número, recae en que sólo a partir de éstas se podría proveer a la aritmética de una fundamentación adecuada. De acuerdo con Frege, las definiciones nos permiten llegar a un terreno de mayor certeza (Cf. FA § xxi). Así, la investigación de la que Frege nos habla tiene la tarea conjunta de encontrar un fundamento lógico en la aritmética, de suerte que una reducción de la aritmética a la lógica sea posible. Por ende, el apoyo de Frege sobre las definiciones y la búsqueda de un fundamento lógico para la aritmética sostienen el propósito de garantizar certeza a dicha ciencia.

La importancia que tienen las definiciones para Frege desemboca en una marca distintiva que transforma el quehacer filosófico, pues se avanza haciendo un análisis de los conceptos más básicos a partir de lo cual se llega a saber si éstos mantienen su significado. Así lo propone al inicio de la Conceptografía, al establecer que aquello que nos interesa en la cadena de inferencias del razonamiento es poder prevenir que en ésta se introduzcan conclusiones que carezcan de validez y que, por tanto, permitan el acceso a lagunas (gaps) en nuestro razonamiento. Frege señala que es mediante la lógica que podemos validar si nuestros enunciados están o no justificados. La manera más firme de llevar a cabo una prueba es, obviamente, siguiendo a la lógica (*pure logic*), la cual, prescindiendo de las características particulares de los objetos, depende solamente de las leyes sobre las que descansa todo conocimiento” (CN, p. 5).⁵ Es decir, el lugar de las definiciones en la obra temprana de Frege supondría la cuota mínima para depurar aquello que es objeto de conocimiento. Dicha tarea cubre el primer principio de los FA que exige al separar aquello que resulta psicológico de aquello que es estrictamente lógico.

⁵ “The most reliable way of carrying out a proof, obviously, is to follow pure logic, a way that, disregarding the particular characteristics of objects, depends solely on those laws upon which all knowledge rests” (CN, p. 5).

Pero no sólo es importante para Frege resaltar la importancia de las definiciones y su relación con la distinción entre aquello que es psicológico de lo lógico. En su investigación sobre la naturaleza de la aritmética en los FA, Frege pretende brindar certeza a la base en la que descansa la aritmética, esto es, el concepto de número. Frege se propone brindar una definición de lo que es un número, para con ello identificar el terreno al que éste pertenece. De tal suerte, el ataque de Frege al psicologismo en la aritmética sugiere que las verdades matemáticas, al igual que el concepto de número, han sido condenadas a depender de lo que alguien cree que son y no a lo que realmente son. Por tal motivo, la aritmética debe siempre preguntarse por la prueba que justifica una determinada fórmula, es decir, en su base siempre subyace la lógica. En últimas, la disputa contra el psicologismo significó la discusión “Sobre si la lógica era un arte o una ciencia (y por tanto, una discusión sobre el estatus y) la normatividad de la lógica” (B & H 1984, p. 37 n. 7, paréntesis míos).⁶

Críticas a la concepción milliana y kantiana de la aritmética

Al tiempo que Frege concede una prioridad epistémica a las definiciones en tanto éstas son fuente de certeza, se enfrenta al relativismo que propone el psicologista. Cabe señalar que Frege parece tomar como sinónimos los términos definición y prueba (Cf. FA xxi). Así, proveer una definición es en cierto sentido proveer una prueba. La crítica de Frege al mal uso del concepto de número intenta dismantelar el relativismo al que está sujeto, y por supuesto, intenta señalar el problema de fondo: no hay una prueba lógica del concepto de número. De tal suerte, parte del relativismo al que estaba sujeta la definición de número suponía que la naturaleza del mismo estaba atada a un proceso de generalización a partir de datos empíricos y, por tanto, que las operaciones matemáticas se realizaban conforme a la inducción. Tal fue la concepción de la aritmética que sostuvo John Stuart Mill. Mill, citado por Kenny, dice que:

Cada uno de los números dos, tres, cuatro, etc., denota fenómenos físicos y connota una propiedad física de esos fenómenos. Dos, por ejemplo, denota todos los pares de cosas, y doce todas las docenas de cosas, y connotan todo lo

⁶ “over whether logic is an art or a science (...) (and therefore, a discussion about the status and) the normativity of logic” (B & H 1984, p. 37 n. 7, paréntesis míos).

que los hace ser pares o docenas: y eso que los hace ser así es algo físico; puesto que no puede ser negado que dos manzanas son físicamente distinguibles de tres manzanas, dos caballos, y así sucesivamente: es evidente que todos ellos son un fenómeno visible y tangible distinto. (Mill SL, III, 5; En: Kenny 1997, p. 83)

Como se ve, la concepción milliana de la aritmética considera que la existencia de los números está ligada a la existencia de las cosas físicas. Esto parece problemático en virtud de que no otorga certeza a nuestro conocimiento del número y pone en duda la objetividad del mismo. En este sentido, el número sería un concepto que definiríamos en virtud de una cierta cantidad de cosas, y no de algo superior (la lógica o la aritmética entendida en un sentido platónico)⁷ alejado de toda duda.⁸ Prescindir de las cosas que dieron existencia a un número supondría, quizá, la eliminación del éste. Frege añadiría a su crítica de la concepción milliana la imposibilidad de sumar cifras enormes (por ejemplo, $2.233.678 + 3.671.774$); pues recaería en una prueba empírica mostrar que puede hallarse tal cantidad de objetos en la naturaleza o que podríamos sumar tal cantidad usando nuestros dedos. En cambio, según Frege, el seguimiento de las reglas lógicas permitiría explicar cómo es posible la formación del número. Esta manera de definir el número nos daría luces sobre cómo es que es eternamente objetivo.⁹

Pero la crítica al empirismo¹⁰ matemático de Mill no estaría allí acabada. Frege proseguiría su ataque al psicologismo señalando, además, que el número no es una propiedad de las cosas pues, por ejemplo, podemos decir que “Un par de botas puede ser el mismo fenómeno visible y tangible que dos botas. Tenemos aquí una diferencia numérica, a la que

⁷ Véase Burge (1979 & 1992).

⁸ “Mill seems to hold that we ought not to form the definitions ($2 = 1 + 1$); ($3 = 2 + 1$); ($4 = 3 + 1$), and so on, unless and until the facts he refers to have been observed” (FA §8).

⁹ “Numbers do not come into being, they are eternal. There is not a 4 resulting from 2^2 , and another resulting from $(-2)^2$; '4', '2²', '(-2)²', are simply different signs for the same thing and their differences simply indicate the different ways in which it is possible for us to arrive at the same thing” (PW: 85).

¹⁰ Algunos autores como Rosado (2006) prefieren el término naturalismo antes que empirismo. “I prefer the expression ‘naturalism’ instead of ‘empiricism’ to designate such views, because psychologism is also a sort of empiricism” (Rosado, 2006, p.23 n. 25).

no corresponde ninguna diferencia física” (FA §25).¹¹ Frege sostiene aquí una postura totalmente contraria a la tesis según la cual los números son solamente producto de la experiencia. Si bien no se puede negar que numeramos objetos y esto nos ayuda a distinguirlos, la formación del número no depende de nuestras capacidades sensoriales. González (2012) aclara un poco más la cuestión añadiendo que “el psicologista de [los FA] es un empirista, él no cuestiona la posibilidad de conocimiento del mundo externo, siendo justamente su empirismo lo que le conduce a considerar que lo que no puede ser aprehendido por los sentidos es, entonces, una mera representación” (p. 113). Por tal motivo, el empirista-psicologista sostiene, contra Frege, que todo aquello que no tenga un referente empírico tendría que ser algo interno, debido a que la naturaleza del número se ciñe a las leyes lógicas.

Siguiendo la aclaración hecha por González (2012), podemos referirnos ahora a la crítica de la concepción kantiana de la aritmética. Así, la ya conocida distinción entre juicios analíticos y juicios sintéticos, propia del pensamiento kantiano, distingue entre aquellos juicios que, conforme a su composición, son verdaderos en virtud del significado de los términos, de aquellos que son verdaderos o falsos en virtud de lo que enuncian sobre el mundo. Con todo, la conexión entre sujeto y predicado en la proposición es lo que Kant define como juicios analíticos y sintéticos. Analítico será entonces aquel juicio cuyo predicado esté contenido en el sujeto. Sintético será un juicio cuyo predicado haga parte de la proposición pero no esté contenido en el sujeto. Por ejemplo, hacemos un juicio sintético cuando señalamos que “el caballo es negro”. El color negro es el predicado de la proposición pero éste no se encuentra contenido en el sujeto. En el caso de las proposiciones analíticas podríamos citar el siguiente ejemplo: “todo cuerpo es extenso”. En cuyo caso, el concepto de extensión es inherente al concepto de cuerpo.

Por otra parte, Kant consideró que la distinción a priori–a posteriori distinguía entre formas de conocimiento de los objetos. Así, a priori ha sido usualmente designado como conocimiento independiente de la experiencia, mientras a posteriori es el conocimiento que

¹¹ “One pair of boots may be the same visible and tangible phenomenon as two boots. Here we have a difference in number to which no physical difference corresponds” (FA §25).

apela a hechos y la experiencia sensible. De forma general se ha entendido entonces la concepción aritmética kantiana como sintética a priori, mientras que aquella que la entiende como analítica a priori hizo eco en el proyecto logicista de Frege. Recordemos entonces que Kant consideraba que:

las verdades matemáticas deben su verdad a rasgos (*features*) muy generales del mundo de la experiencia, rasgos que resultaban de la esquematización (*structuring*) de la experiencia por parte de la mente. Las matemáticas reflejan la naturaleza de las formas de intuición. En el proceso de intuición pura revelamos a nosotros mismos las propiedades cruciales de formas de intuición, y entonces llegamos al conocimiento matemático. (Kitcher, 1979, p. 252)¹²

Así pues, la concepción aritmética kantiana exhibe un rasgo fundamentalmente psicológico, al concentrar la experiencia del mundo externo en la mente. El proceso interno de intuición pura nos revela las propiedades relevantes para el conocimiento matemático. La concepción aritmética kantiana sostiene además un cierto carácter externo, en razón de lo que confiere verdad a los juicios sintéticos. De esta manera, la crítica de Frege al psicologismo incluye a la concepción aritmética kantiana en tanto esta sustenta el conocimiento aritmético fundamentalmente en la intuición. En este sentido, Frege señala contra Kant lo siguiente: “Debo también contradecir la universalidad de la afirmación de Kant: la de que sin la sensibilidad no nos sería dado ningún objeto. El cero, el uno, son objetos que no nos pueden venir dados por los sentidos” (FA §89).¹³ El sólo hecho de considerar la aritmética como dependiente de intuiciones o sensaciones pone en peligro la definición fregeana de número como aserción sobre un concepto. A ojos de Frege, introducir tales conceptos psicológicos supondría minar el propósito mismo de concebir la aritmética como una ciencia objetiva.

¹² “The truths of mathematics owe their truth to very general features of the world of experience, features which result from the structuring of experience by the mind. Mathematics reflects the nature of the forms of intuition. In the process of pure intuition we reveal to ourselves the crucial properties of the forms of intuition, and so arrive at mathematical knowledge” (Kitcher 1979, p. 252).

¹³ “I must also protest against the generality of Kant's dictum: without sensibility no object would be given to us. Nought and one are objects which cannot be given to us in sensation” (FA §89).

De esta forma, llegamos a concebir un rasgo fundamental en el planteamiento metodológico de Frege que resulta como consecuencia del ataque al psicologismo. Hablamos aquí de la distinción entre lo subjetivo y lo objetivo, distinción que Frege acoge como criterio de demarcación entre aquello que concierne a la lógica y la aritmética, y aquello que pertenece a la psicología. En otros términos, la distinción entre lo subjetivo y lo objetivo es equivalente a la distinción entre lo psicológico y lo lógico. Tal distinción, quizá presente en la CN, encarna la crítica de Frege de la incursión de “lagunas (gaps) en la cadena de razonamiento” (CN, p. 5). Así, la distinción entre lo objetivo y lo subjetivo es uno de los presupuestos con los que Frege hace la distinción entre lógica y psicología. Lo objetivo, por su parte, puede ser considerado como aquello sobre lo que recaen las leyes lógicas: el número, las proposiciones de la ciencia, la verdad y otras entidades comparten la cualidad de ser objetivas. Al ser objetivas, sostienen a su vez la condición de poder ser de dominio público, esto es, de no estar sujetas a algún juicio particular. Por su parte, lo psicológico encuentra relación con el psicologismo y, por tanto, con el aspecto subjetivista (y relativista) que amenaza la normatividad de la lógica.

Conclusión

Brevemente, se ha intentado señalar que la crítica de Frege al psicologismo en la aritmética supone una parte fundamental de las obras iniciales del autor. Si seguimos a Frege en su proyecto logicista que suponía la reducción de la aritmética a la lógica, parece razonable pensar que existe un criterio sobre el cual efectuar dicha reducción. Frege plantea tales criterios en los FA, pero uno en particular aparece en mucha de la obra del autor: la distinción lógico-psicológico (objetivo-subjetivo). En principio, tal criterio resulta conceder al número un lugar especial, no atado a consideraciones empíricas ni mentales. La definición del mismo sugiere una confrontación con el carácter público del lenguaje, en tanto este es la aserción de un concepto. Por tal motivo las críticas de Frege se centran sobre: 1) que el número no es una idea ni nada subjetivo y 2) que el número no es una propiedad de las cosas físicas; el número no es algo físico. La tercera crítica que parece seguirse implícitamente sugiere que: 3) el número no es el resultado de anexar unidades. En

otras palabras, Frege señala que debemos separar el número, como entidad objetiva que es, de unidades o cosas físicas.

Algunos autores han sostenido una defensa de una epistemología fregeana, propuesta que considera el pensamiento como apoyado sobre reglas lógicas, leyes de inferencia y en últimas, considera que éste integra la distinción entre lo lógico y lo psicológico, siendo lo lógico aquello sobre lo que recae nuestro conocimiento de la aritmética. Tal forma de entender lo pensado se presenta, a su vez, como objetivo en tanto depende inseparablemente de reglas lógicas.

Referencias

- Baker, G. P. & Hacker, P. M. S. (1984). *Frege: Logical Excavations*. Oxford: OUP.
- Burge, T. (1979). Sinning against Frege. *The Philosophical Review*, 88(2): 235-262
- _____. (1992). Frege on Knowing the Third Realm. *Mind*, 101(404): 633–650.
- Frege, G. [BLA]. (1964). *The Basic Laws of Arithmetic: Exposition of the System*, vol. I. Berkeley and Los Angeles: University of California Press.
- _____. [CN] (1967). Begriffsschrift. In: J. van Heijenoort, *From Goedel to Frege*. Cambridge: Harvard University Press.
- _____. [FA] (1960). *The Foundations of Arithmetic*. New York: Harper & Brothers.
- _____. (1972). *Los Fundamentos de la Aritmética*. España: Editorial Laia.
- _____. [PW] (1979). *Posthumous Writings*. Oxford: Basil and Blackwell.
- González, M. A. (2012). La evolución de la crítica fregeana al psicologismo. *Veritas—Revista de Filosofia da PUCRS*, 57(2): 99-122.
- Kitcher, P. (1979). Frege's Epistemology. *The Philosophical Review*, 88(3): 398-432.

Kenny, A. (1997). *Introducción a Frege*. España: Cátedra.

Rosado H & Guillermo E. (2006). *A Critical Introduction to Gottlob Frege's Philosophy*. USA: Ashgate.